

令和 6 年 6 月 7 日現在

機関番号：37102

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K14335

研究課題名（和文）非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系の研究とその応用

研究課題名（英文）Quantum dynamics generated by non-self-adjoint hamiltonians and its applications

研究代表者

井上 寛 (Inoue, Hiroshi)

九州産業大学・経済学部・講師

研究者番号：60791027

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、非有界作用素を用いた非自己共役ハミルトニアンの構成に関する研究において、一般化リース系の概念とヒルベルト空間の要素列と正規直交基底のテンソル積で定義される閉作用素が重要な役割をすることを明らかにし、非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系の性質を最も自然で最適な仮定のもとで調べることができた。

また、双準直交系から定義される非自己共役ハミルトニアンを、あるクライン空間上の自己共役作用素として捉え、クライン空間上で量子力学系の性質を調べることにより、より深い関連性を調べることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、様々な量子力学に関わる物理モデル（例えば、一般化された調和振動子、スワンソンモデル）や、信号解析・画像解析で用いられるフレームの理論は、双準直交系から定義された非自己共役ハミルトニアンから構成されている。このことから、多くの研究者が数学的な立場、物理への応用からこの研究を盛んに行っている。しかし、これらの研究は、有界作用素に基づいた研究である。本研究では、これらの理論を非有界作用素に拡張することにより、非有界作用素から構成される非自己共役ハミルトニアンと量子力学系の関係性は明らかにした。以上より、数学・量子力学の両分野にも理論・応用の面から意義がある成果である。

研究成果の概要（英文）：In this study, we clarified that the concept of a generalized Riesz system and a closed operator defined by a tensor product of an element sequence in a Hilbert space and an orthonormal basis play an important role in the study of the construction of a non-self-adjoint Hamiltonian using unbounded operators, and were able to investigate the properties of a quantum mechanical system generated from a non-self-adjoint Hamiltonian under the most natural and optimal assumptions.

研究分野：関数解析

キーワード：非自己共役ハミルトニアン 一般化リース系 ギブス状態 非有界作用素

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

ヒルベルト空間上における自己共役ハミルトニアンに関する研究と自己共役ハミルトニアンから構成される量子力学系の研究は理論的にも応用的にも広く行われてきた。近年、様々な量子力学に関わる物理モデル(例えば、一般化された調和振動子、スワンソンモデル)や、信号解析・画像解析で用いられるフレームの理論は、双準直交系から定義された非自己共役ハミルトニアンから構成されている。このことから、多くの研究者が数学的な立場、物理への応用からこの研究を盛んに行っている。私もこの数年来、この研究を数学的立場から行ってきた。先行研究では、私は双準直交系を構成するために、リース基底の一般化である一般化リース系という概念を用い、どのような条件のもとで非自己共役ハミルトニアンやそれに関わる物理作用素が定義できるのかを研究した。その際に浮かび上がった問題がある。それは、一般化リース系は非有界作用素と正規直交基底から構成される列(リース基底は有界作用素と正規直交基底から構成される)であり、それから構成される非自己共役ハミルトニアンの定義の仕方や性質を調べるためには、非有界作用素上の理論で難しい問題である定義域の問題を克服しなくてはならないということである。先行研究では、様々なケースにおいて非有界作用素特有の問題を克服している。つまり、一般化リース系から非自己共役ハミルトニアンや物理作用素を構成することが可能であることがわかった。この理由から双準直交系がどのような条件のもとで一般化リース系となるかを調べるのが最も重要である。この数年来、私はこの研究を行ってきて、ほとんどの解決をみたと思う。しかし、これらの非自己共役ハミルトニアンと量子力学系の関係性はまったく明らかになっていない。この問題に挑戦することが、本研究課題の背景である。

2. 研究の目的

先行研究である非有界作用素を用いた非自己共役ハミルトニアンの構成に関する研究において、一般化リース系の概念とヒルベルト空間の要素列と正規直交基底のテンソル積で定義される閉作用素が重要な役割をすることがわかった。この先行研究の発想と成果を活かし、本研究は、非有界作用素を用いた双準直交系から非自己共役ハミルトニアンを構成し、その非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系の性質を明らかにすることを目的としている。本研究の最大の特徴は、量子力学の分野で、非自己共役ハミルトニアンとその量子力学系に関して数学的な視点から理論発展をさせるというまだ始まったばかりである研究に挑戦しているということである。この研究を推進し、数学的な理論構築を行うことにより、量子力学をはじめ、様々な分野の発展を促すことができると考える。

3. 研究の方法

本研究をすすめる上で、非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系をどのように定義することが自然であるのかを精査する必要がある。さらに、この量子力学系が通常の自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系との違いを精査し、最も自然で最適な仮定のもとでこの量子力学系の性質を調べなくてはならない。上記の問題を解決し、非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系に関する研究を進めるとともに、関連のある非有界富田・竹崎理論を詳細に調べ、この研究を発展させていく。また、双準直交系から定義される非自己共役ハミルトニアンを、あるクライン空間上の自己共役作用素として捉え、クライン空間上で量子力学系の性質を調べることが可能ではないかと考えている。

4. 研究成果

本研究では、非有界作用素を用いた非自己共役ハミルトニアンの構成に関する研究において、一般化リース系の概念とヒルベルト空間の要素列と正規直交基底のテンソル積で定義される閉作用素が重要な役割をすることを明らかにし、非自己共役ハミルトニアンから生成される量子力学系の性質を最も自然で最適な仮定のもとで調べることができた。

また、双準直交系から定義される非自己共役ハミルトニアンを、あるクライン空間上の自己共役作用素として捉え、クライン空間上で量子力学系の性質を調べることにより、より深い関連性を調べることができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 91
2. 論文標題 AN UNBOUNDED GENERALIZATION OF TOMITA'S OBSERVABLE ALGEBRAS II	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Reports on Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 251 ~ 276
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/S0034-4877(23)00028-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 92
2. 論文標題 An unbounded generalization of tomita's observable algebras III	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Reports on Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 243 ~ 258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/S0034-4877(23)00072-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 10
2. 論文標題 Introduction to unbounded generalizations of Tomita's observable algebras	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Bollettino di Matematica pura e applicata	6. 最初と最後の頁 41-61
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.53136/97912218096405	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Inoue Hiroshi, Trapani Camillo	4. 巻 18(9)
2. 論文標題 Polar Decomposition and Functional Calculus for Generalized Tomita's Observables	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Complex Analysis and Operator Theory	6. 最初と最後の頁 1-26
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11785-023-01449-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Atsushi Inoue and Hiroshi Inoue	4. 巻 89(2)
2. 論文標題 An Unbounded Generalization of Tomita's Observable Algebras	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Reports on Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 153-184
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/S0034-4877(22)00021-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 62
2. 論文標題 An algebraic approach of non-self-adjoint Hamiltonians in Krein spaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 112101 ~ 112101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0061797	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 2201
2. 論文標題 Non-self adjoint Hamiltonian and its applications	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 RIMS共同研究 (公開型) 報告集 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 17 ~ 31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 61
2. 論文標題 Non-self-adjoint Hamiltonians defined by sesquilinear forms and their physical applications	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 053504 ~ 053504
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5135946	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Hiroshi	4. 巻 86
2. 論文標題 Order Structures of (D,E)-Quasi-Bases and Constructing Operators for Generalized Riesz Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Reports on Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 39 ~ 61
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/S0034-4877(20)30056-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bagarello F., Inoue H., Trapani C.	4. 巻 14
2. 論文標題 Gibbs States, Algebraic Dynamics and Generalized Riesz Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Complex Analysis and Operator Theory	6. 最初と最後の頁 1 ~ 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11785-020-01036-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計9件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Inoue Hiroshi
2. 発表標題 Structure theory and decomposition theory of unbounded observable algebras
3. 学会等名 International Workshop on Functional Analysis and Quantum Physics: interplay, challenges, perspectives (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Inoue Hiroshi
2. 発表標題 Introduction to unbounded observable algebras
3. 学会等名 Algebras in Analysis (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 Unbounded Tomita's observable algebras in Hilbert space
3. 学会等名 九大 作用素環論、エルゴード理論セミナー（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 Relationships between O^* -algebras and unbounded Tomita's observable algebras
3. 学会等名 第12回信州関数解析シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 An unbounded generalization of Tomita's observable algebras
3. 学会等名 日本数学会2022年度秋季総合分科会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Hiroshi Inoue
2. 発表標題 An unbounded generalization of Tomita's observable algebras
3. 学会等名 International Conference on Topological Algebras and Their Applications 2022（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 An unbounded generalization of Tomita's observable algebras II
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 双準直交系から構成される非自己共役ハミルトニアンと準線形形式に関する研究
3. 学会等名 日本数学会2020年度秋季総合分科会, 熊本大学(online)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井上 寛
2. 発表標題 非自己共役ハミルトニアンとその周辺
3. 学会等名 2020 RIMS共同研究 量子場の数理とその周辺
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------