

令和 6 年 5 月 30 日現在

機関番号：14501

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K14362

研究課題名（和文）無限次元サンプル値系のロバスト安定性解析

研究課題名（英文）Robust stability analysis of infinite-dimensional sampled-data systems

研究代表者

若生 将史（Wakaiki, Masashi）

神戸大学・システム情報学研究科・准教授

研究者番号：50778587

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：制御対象として、遅延微分方程式や偏微分方程式で記述される無限次元系を取り扱った。無限次元系のダイナミクスに摂動が含まれる場合に、サンプル値制御系の安定性が保存されるための条件を導出した。そして、このロバスト安定性解析の知見を活かし、必要なときだけ系の出力の測定や制御入力の更新の行うイベント駆動制御・自己駆動制御の理論を構築した。さらに、従来研究されてきた一様指数安定性よりも弱い安定性の概念である半一様安定性に着目し、半一様安定な系を離散時間化した際の減衰率を評価した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年の情報通信技術の発展に伴い、通信ネットワークとコンピュータを活用した制御が主流となっている。これは、偏微分方程式や遅延微分方程式で表現される無限次元系も例外ではない。本研究で構築した解析手法により、無限次元系に対するサンプル値制御の安全性を理論的に保証できるようになった。さらに、センサの消費電力やデータ通信頻度を考慮した設計理論を構築したことで、無限次元系の制御において安全性と省資源・省エネルギー化を同時に実現することが可能となった。

研究成果の概要（英文）：We have dealt with infinite-dimensional systems described by delay differential equations or partial differential equations. We have derived conditions for preserving the stability of perturbed sampled-data control systems. Then, using the insights from this robust stability analysis, we have established a theory of event-triggered control and self-triggered control, in which the plant outputs are measured and the control inputs are updated only when necessary. Furthermore, we have focused on semi-uniform stability, which is a weaker stability concept than uniform exponential stability previously studied, and have estimated the decay rate of time-discretized semi-uniformly stable systems.

研究分野：無限次元系の解析・制御

キーワード：強連続半群 サンプル値系 安定性解析 半一様安定性 多項式安定性

1. 研究開始当初の背景

近年の情報通信技術の発展に伴い、柔軟構造物のアクティブ制振制御など、さまざまなシステムがコンピュータで制御されるようになってきている。制御対象は主に連続時間ダイナミクスを持つが、それを制御するコンピュータは離散時間で動作する。そのため、制御対象の出力を離散時間化してコンピュータに送信し、さらにコンピュータで計算される制御入力を連続時間の信号に変換して制御対象に印加する必要がある。このような制御系のことをサンプル値系と呼ぶ(図1)。高価なプロセッサを使うことで、サンプリング周期、つまり測定と制御動作の周期を極めて小さくできる。このような場合、コンピュータの離散時間ダイナミクスを連続時間ダイナミクスに近似してもよい、と直感的には予想できる。しかし、制御対象として遅延微分方程式や偏微分方程式で記述される無限次元系を考えた場合にこの予想は正しくないことが知られている。実際、無限次元サンプル値系に対して連続時間系の解析を単純に適用すると、サンプリングが原因で機器の損傷や生産効率の低下が引き起こされる可能性がある。

また、従来のサンプル値制御は系の出力の測定と制御入力の更新を周期的に行うことを前提としていた。しかし、例えば系の変化が小さい場合、周期的に出力を測定してもそれが制御のために有益であるとは限らない。そのため、必要なときだけ系の出力の測定や制御入力の更新を行うイベント駆動制御や自己駆動制御の研究が、常微分方程式で記述される有限次元系に対して近年活発に行われてきた。一方、無限次元系に対しては、一階双曲型偏微分方程式などのイベント駆動制御が散発的に行われてきたのみであった。

従来の無限次元系の制御理論の別の問題点として、一様指数安定性という強い安定性を制御で実現できる系のみが対象で、弱い安定性しか実現できない系(例えば単純支持梁や波動方程式)は対象外である点が挙げられる。一方、作用素半群の研究者によって半一様安定性と呼ばれる弱い安定性の解析が目覚ましく進展している。この概念は古典解のみの収束速度を一律に評価することから、「半一様」という単語が用いられている。半一様安定な無限次元系に対して、レゾルベントによる減衰率の特徴づけや摂動に対するロバスト性については研究が進んでいるが、離散時間化が半一様安定性に及ぼす影響は明らかになっていなかった。

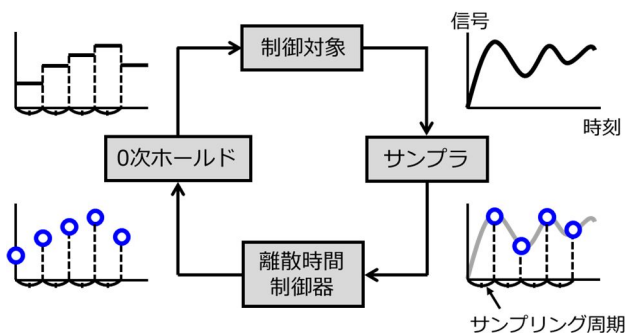


図1 サンプル値系

2. 研究の目的

数理モデルを導出する際の理想化や簡略化により制御対象とそのモデルには誤差(摂動)が生じる。そこで本研究では、無限次元サンプル値系のロバスト安定性、つまり次の問いについて考える:「摂動を含んでいない無限次元サンプル値系が安定であると仮定する。もし摂動が十分小さければ、摂動を含む無限次元サンプル値系もまた安定であるのか?」安定性が保存される摂動の条件を明らかにすることで、サンプル値制御の安全性を理論的に裏付けることができるようになる。さらに、この知見をイベント駆動制御や自己駆動制御に応用し、安全性と省資源・省エネルギー化を同時に達成する制御系を開発する。

また、半一様安定な系の離散時間化についても研究を行う。半一様安定な系の中でも特に重要なサブクラスである多項式安定な系(古典解が多項式のオーダーで一律に減衰する系)に焦点を当てる。そして、サンプラと0次ホールドによる離散時間化とCrank-Nicolson法による離散時間化を考え、離散時間化した系の安定性を解析し、減衰率を評価する。これにより、多項式安定な系に対して、サンプル値制御や近似アルゴリズムの性能を保證できるようになる。

3. 研究の方法

無限次元サンプル値系と半一様安定性に対して、以下のアプローチで研究を進めた。

(1) 無限次元サンプル値系

連続時間と離散時間のダイナミクスが混在する系の解析は、連続時間系の解析に比べて複雑さが増す。制御理論では有限次元系が主な研究対象であるが、その代わりにサンプル値系のロバスト性解析などの研究も広く行われている。本研究では、制御理論において培われた知見や手法を無限次元系の摂動論と融合して、無限次元サンプル値系の解析を行う。

(2) 半一様安定性

従来研究されている一様指数安定性は摂動の影響を受けにくく、時間領域での解析によりそのロバスト性を解析できることが多い。しかし、半一様安定性は一様指数安定性に比べて脆弱な性質であり、時間領域での解析のみではそのロバスト性を解析することは難しい。そ

ここで、複素領域での解析、特にレゾルベントによる特徴づけを用いる。

4. 研究成果

本研究で得られた成果のうち主たるものを以下にまとめる。

(1) 無限次元サンプル値系のロバスト安定性の解析

本研究では、もとの無限次元サンプル値系が一様指数安定である仮定し、それが保存される摂動のクラスを明らかにした。まず、系の制御作用素が有界である場合を考え、線形非有界な摂動である相対的有界な摂動と Miyadera-Voigt 型の摂動を取り扱った。相対的有界な摂動の例として熱拡散系における移流項が、Miyadera-Voigt 型の摂動の例として遅延フィードバックが挙げられる。次に系の制御作用素が非有界である場合を考え、Desch-Schappacher 型の線形非有界な摂動を取り扱った。例えば偏微分方程式系の場合、有界な制御作用素では分布的な制御入力しか表現できないが、非有界な制御作用素により境界制御を表現できる。また Desch-Schappacher 型の摂動の例として偏微分方程式系の境界条件の摂動が挙げられる。これらの摂動を含む無限次元サンプル値系に対して、サンプル点間の系の振る舞いを解析した。そして、摂動の大きさを表すパラメータが十分小さいならば、一様指数安定が保存されることを明らかにした。

(2) 無限次元系のイベント駆動制御・自己駆動制御の設計理論の構築

連続時間の制御器によって無限次元系が一様指数安定となっている状況を考える。まず系の状態をセンサが常に測定しているとし、測定した状態をどのタイミングで制御器に送信するか決定するイベント駆動則を考案した。このイベント駆動則は状態の送信頻度に関係するパラメータを有している。一様指数安定性が保存されるために、イベント駆動則のパラメータと系の摂動の大きさが満たすべき条件を求めた。

次に、制御器が次の測定時刻を計算し、センサがそれに基づいて系の状態を測定する自己駆動則を開発した。イベント駆動制御と異なり、自己駆動制御においてセンサは連続的に状態を測定せず、制御器が決めた時刻でしか状態を測定しない。そのため、センシングの省エネルギー化を実現できる。一方で、制御器は系の振る舞いを予測し、次の測定時刻をリアルタイムで計算する必要がある。その際、摂動を伴う系に対しては、制御器が予測に用いるモデルに誤差が含まれるという困難が生じる。イベント駆動制御に対して得られた結果を拡張することで、自己駆動則のパラメータと系の摂動の大きさがある不等式を満たせば、一様指数安定性が保証されることを明らかにした。

イベント駆動制御や自己駆動制御では状態の送信間隔や測定間隔が可変となる。しかし、実装の観点から、これらの間隔を無限に小さくすることはできない。そこで、安定性の保証に加えて、提案法において、状態の送信間隔や測定間隔の下限が正の値をとることを示した。

(3) サンプリングに対する多項式安定性のロバスト性の解析

連続時間の制御器によって無限次元系が多項式安定であるときに、サンプリング周期が十分小さければ、無限次元サンプル値系もまた多項式安定になり、かつ減衰率が保存されるか、という問題に取り組んだ。無限次元系の不安定極が高々有限個であり、もとの連続時間系の減衰率に応じて制御作用素とフィードバック作用素が強い有界性を有している場合に、この問題を肯定的に解決し、多項式安定性がサンプリングに対してロバストであることを明らかにした。またその過程で、離散時間系の減衰率を特徴づけるレゾルベント条件を導出した。

(4) ケーリー変換によって離散時間化した系の減衰率の解析

多項式安定な系の古典解は多項式オーダーの様な減衰率を持つ。本研究では、多項式安定な系をケーリー変換によって離散時間化した際の減衰率を評価した。ここで、もとの連続時間の多項式安定な系の減衰率が $O(1/t^{1/a})$ であるとする。まずリアプノフ方程式を用いたアプローチによって、ケーリー変換がべき乗安定ならば、離散時間化した系の減衰率が $O((\log(n)/n)^{1/(a+2)})$ であることを示した。次に B-calculus という functional calculus の一種を用いることで、ケーリー変換がべき乗安定でない場合でも、離散時間化した系の減衰率が $O(\log(n)/n^{1/(a+2)})$ であることを明らかにした。

(5) 外乱に対する半一様安定性のロバスト性の解析

半一様安定な無限次元系に対して外乱が印加されたときに、系の有界性が保存されるかどうかはこれまでに解明されていなかった。外乱に対して半一様安定性がロバストであるか調べるために、半一様入力状態安定性という概念を定義し、それを解軌道の性質により特徴づけた。この特徴づけを用いて、線形な系や双線形な系(状態と入力の積を非線形項として持つ系)が半一様入力状態安定であるための条件を導出した。これらの結果により、外乱の影響を表す入力作用素が強い有界性を持っていれば、半一様安定性という弱い安定性しか有していない系でも外乱に対してロバストであることが明らかになった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 29
2. 論文標題 Robustness of polynomial stability with respect to sampling	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1051/cocv/2023035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 95
2. 論文標題 Decay rate of $\ \exp(A^{\{-1\}t} x_0) \ $ on a Hilbert space and the Crank-Nicolson scheme with smooth initial data	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Integral Equations and Operator Theory	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00020-023-02748-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 18
2. 論文標題 Self-triggered consensus of multi-agent systems with quantized relative state measurements	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 IET Control Theory & Applications	6. 最初と最後の頁 511 ~ 529
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1049/cth2.12577	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 538
2. 論文標題 Decay of operator semigroups, infinite-time admissibility, and related resolvent estimates	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jmaa.2024.128445	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 24
2. 論文標題 Decay estimates for Cayley transforms and inverses of semigroup generators via the \mathcal{B} -calculus	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of Evolution Equations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-024-00979-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 34
2. 論文標題 Semi-uniform input-to-state stability of infinite-dimensional systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Mathematics of Control, Signals, and Systems	6. 最初と最後の頁 789 ~ 817
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00498-022-00326-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Liu Wenjie, Wakaiki Masashi, Sun Jian, Wang Gang, Chen Jie	4. 巻 153
2. 論文標題 Self-triggered resilient stabilization of linear systems with quantized outputs	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Automatica	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.automatica.2023.111006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 59
2. 論文標題 Strong stability of sampled-data Riesz-spectral systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Control and Optimization	6. 最初と最後の頁 3498 ~ 3523
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/20M1356877	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 21
2. 論文標題 The Cayley transform of the generator of a polynomially stable \mathcal{C}_0 -semigroup	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Evolution Equations	6. 最初と最後の頁 4575 ~ 4597
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-021-00726-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 162
2. 論文標題 Stability of infinite-dimensional sampled-data systems with unbounded control operators and perturbations	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Systems and Control Letters	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.sysconle.2022.105170	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi	4. 巻 68
2. 論文標題 Self-triggered stabilization of discrete-time linear systems with quantized state measurements	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Automatic Control	6. 最初と最後の頁 1776 ~ 1783
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TAC.2022.3159262	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 若生 将史、佐野 英樹	4. 巻 60
2. 論文標題 強連続半群と制御理論	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 計測と制御	6. 最初と最後の頁 369 ~ 374
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11499/sicejl.60.369	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Wakaiki Masashi, Sano Hideki	4. 巻 12
2. 論文標題 Stability analysis of infinite-dimensional event-triggered and self-triggered control systems with Lipschitz perturbations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematical Control & Related Fields	6. 最初と最後の頁 245 ~ 273
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/mcrf.2021021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sano Hideki, Wakaiki Masashi	4. 巻 66
2. 論文標題 State estimation of Kermack-McKendrick PDE model with latent period and observation delay	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Automatic Control	6. 最初と最後の頁 4982 ~ 4989
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TAC.2020.3047360	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計8件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Masashi Wakaiki
2. 発表標題 Quantized control of infinite-dimensional discrete-time systems with packet dropouts
3. 学会等名 13th Asian Control Conference (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masashi Wakaiki
2. 発表標題 On semi-uniform input-to-state stability and polynomial input-to-state stability
3. 学会等名 25th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 若生将史
2. 発表標題 安定な強連続半群の有理関数近似の減衰率
3. 学会等名 2022年度応用数学合同研究集会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 若生 将史
2. 発表標題 無限次元システムの事象駆動型・自己駆動型制御
3. 学会等名 第9回 制御部門マルチシンポジウム ワークショップ
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 若生将史, 佐野英樹
2. 発表標題 無限次元系に対する自己駆動制御
3. 学会等名 第64回システム制御情報学会研究発表講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 佐野英樹, 若生将史
2. 発表標題 潜伏期間と観測遅れを伴うKermack-McKendrickモデルに対する状態推定
3. 学会等名 第64回システム制御情報学会研究発表講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 若生将史
2. 発表標題 Robustness of strong stability with respect to sampling
3. 学会等名 2020年度日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 若生将史
2. 発表標題 DoS攻撃の下での無限次元システムの量子化制御
3. 学会等名 第63回自動制御連合講演会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
中国	Beijing Institute of Technology	Tongji University	