

令和 6 年 6 月 1 2 日現在

機関番号： 8 2 7 0 8

研究種目： 若手研究

研究期間： 2020 ~ 2023

課題番号： 2 0 K 1 4 4 6 6

研究課題名（和文）3次元超対称ゲージ理論の低エネルギー相構造の解明と双対性の構築

研究課題名（英文）Low-energy dynamics and Duality in Three-dimensional Supersymmetric Gauge Theories

研究代表者

新居 慶太（Nii, Keita）

国立研究開発法人水産研究・教育機構・水産大学校・講師

研究者番号： 4 0 8 6 8 2 1 2

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000 円

研究成果の概要（和文）：3次元超対称Chern-Simonsゲージ理論の低エネルギーダイナミクスに関する研究を行った。特に6つの超電荷を持つ3次元 $N=3$ 超対称な理論において、ゲージ群が $U(N)$ の場合における新しい双対性を提案した。ゲージ群が $U(N)$ の場合、可換部分群と非可換部分群に、大きさの異なるChern-Simonsレベルを加える一般化を行うことができる。本研究成果では、高い超対称性（6個の超電荷）を持つ系に関して、一般化されたChern-Simonsゲージ理論の双対性を提案した。さらに、提案した一部の双対性が、4次元 $N=2$ 超対称ゲージ理論において知られていたS双対性から導かれることを指摘した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は「一般的なChern-Simonsレベルを持つ3次元 $N=3$ 超対称 $U(N)$ ゲージ理論における双対性」を提案した。3次元理論の双対性は4次元のSeiberg双対性との類似性が指摘されており、Seiberg双対性は4次元 $N=2$ 理論のS双対性と関係することが知られている。本研究では、提案した双対性の一部が4次元 $N=2$ ゲージ理論のS双対性から次元簡約によって導かれることを示した。これにより、本研究は双対性の1つを単に提案しただけではなく、3次元および4次元時空のゲージ理論における双対性がS-dualityによって、密接に関係することを示唆しており、双対性の統一的理解が今後得られると期待している。

研究成果の概要（英文）：In this research, we studied the 3d $N=3$ supersymmetric $U(N)$ Chern-Simons gauge theory with fundamental matter fields by adding generic Chern-Simons levels both for the $U(1)$ and $SU(N)$ subgroups. Although the supersymmetric duality with generic CS levels was known for the case with $N=2$ supersymmetry, the $N=3$ supersymmetric duality is proposed in this research. In addition, we found that the proposed duality with the specific values of the CS levels can be derived from the S-duality of the 4d $N=2$ $SU(N)$ gauge theory.

研究分野：素粒子論

キーワード：超対称ゲージ理論

1. 研究開始当初の背景

ゲージ理論は理論に含まれる物質場の種類や数に応じて様々な相構造を示す。低エネルギー領域においてゲージ相互作用が強結合になる場合、摂動的手法を用いることができず解析は困難となる。一方、超対称性を持つ理論では非摂動的解析が可能であり、強結合領域における相構造を厳密に解析することができる。例えば、3次元や4次元時空の超対称ゲージ理論では、s-confinement と呼ばれる閉じ込め相が厳密に予言されている。

超対称ゲージ理論における双対性(2つの理論の等価性)の研究は、主として4次元時空の場合に発展した。4次元ではSeiberg 双対性と呼ばれる双対性が提唱された。その後、3次元時空の理論でも類似の双対性が提案された。しかし、これまでに提案されたSeiberg-like な3次元双対性は、簡単なゲージ理論(Chern-Simons 相互作用を加えるなどしてクーロン相を持たない変形を加えた理論)に限られていた。3次元理論では4次元理論には存在しなかった強結合クーロン相の存在のため、双対性の構成が困難であったが、近年、クーロン相の理解の進展に伴って、クーロン相を持つゲージ理論に対しても双対性が提唱されている。

これまでに提案された3次元超対称ゲージ理論の双対性では、モノポールと呼ばれる非摂動的配位を作る演算子である「モノポール演算子」が双対理論の相互作用ポテンシャルに含まれており、双対理論は少し複雑な理論であった。近年、研究代表者は、3次元超対称「カイラル」ゲージ理論(物質・反物質の数が非対称な理論)を考えることで、4次元双対性のようにモノポールポテンシャルを含まない双対性が3次元でも構成可能であることを示した。また、カイラル双対性を構成する過程で、3次元理論に存在するクーロン相の詳細な解析を行った。特に、バリオン・モノポール演算子と呼ばれる演算子で記述される、クーロン相とバリオン相の複合相(モジュライ空間)の重要性を示した(文献)。

2. 研究の目的

量子ゲージ理論は、クォークの閉じ込め相・カイラル対称性の自発的破れ・クーロン相・ヒッグス相などの様々な相図を示す。しかし、実際にどのような相が実現されているかを厳密に解析することは非常に難しい。本研究は、理論に超対称性を課すことによって、3次元ゲージ理論の低エネルギーダイナミクスを厳密に解析し、様々な次元のゲージ理論の相構造への統一的理解を与えることが究極的な目的である。

3次元超対称ゲージ理論の低エネルギー相構造を正しく理解するためには、量子論的クーロン相の理解が必要不可欠となる。3次元ゲージ理論におけるクーロン相は一般に解析が困難となる。クーロン相とは、光子による電磁相互作用が残っている相であるが、4次元時空の場合と異なり、3次元電磁相互作用は強結合となっているためである。また、モノポールによる非摂動効果が古典的クーロン相の描像を大きく変えてしまう。「様々なゲージ群・物質場(クォーク)の種類や数に応じて、正しい量子論的クーロン相の描像を与え、それを基に、低エネルギー相構造を解明し、双対性を構築すること」が必要となる。

上記の最終的な研究目標を達成するために、以下の項目を理解する必要があり、本研究の具体的な目的と設定している。

(1) 3次元超対称ゲージ理論における双対性の研究

上述のように、強結合クーロン相が3次元ゲージ理論の解析の困難さである。双対性で等価と考えられる双対理論側では、クーロン相がバリオン相(ヒッグス相)に対応する場合があります。解析が容易となる。解析したい理論に関して双対性を構築することができれば、双対理論を用いて相構造を理解することが可能となる。

(2) Chern-Simons 相互作用を導入した理論の解析

Chern-Simons(CS)相互作用はゲージ場に対する質量項の役割を果たす。解析したい理論に関してCS相互作用を導入することで、クーロン相を持たない理論を考えることができる。Chern-Simons 理論においてクォーク場に関して質量変形を導入することで、再度CS相互作用のない理論へ変形することができる。Chern-Simons ゲージ理論に対する双対性を構成しそれを質量変形することで、元のゲージ理論の双対性を構築できると期待できる。

(3) 3次元および4次元双対性の関係性の解明

3次元理論の双対性では、(4次元の場合には存在しなかった)モノポール演算子の相互作用ポテンシャルを適切に導入して初めて正しい双対性となる。しかし、その相互作用ポテンシャルの形を同定するのは容易ではない。4次元理論の双対性から、3次元理論の双対性を導くことで正しいポテンシャルの形を導出できる。本研究では、4次元時空と3次元時空の双対性の関係を明らかにし、正しい3次元双対性(3次元理論のポテンシャル)を導く。

3. 研究の方法

(1) 時空のコンパクト化による解析

コンパクト化(次元簡約)と呼ばれる空間1次元を小さく円周状に丸め込む手法によって、我々が住む4次元時空のゲージ理論と3次元時空のゲージ理論のダイナミクスを相補的に解析

できる。研究代表者はこれまで、3次元超対称ゲージ理論の双対性を4次元理論の双対性から導く手法の研究を行ってきた。特にカイラル理論(クォーク・反クォークの数が異なる理論)に対する3次元双対性が自然に4次元双対性から得られること示した。この手法を応用し、4次元双対性を指導原理として、より広範な3次元ゲージ理論の双対性を導出する。

(2) $U(N)$ ゲージ群に対する複数の Chern-Simons level の導入

$U(N)$ ゲージ対称性に基づく3次元 Chern-Simons (CS) 理論では、 $U(1)$ 部分群と $SU(N)$ 部分群に異なる大きさの Chern-Simons level (結合定数) を導入することができる。研究代表者は上記(1)に記載のカイラル理論に関する双対性の研究を通して、そのような複数の CS level を導入した理論における低エネルギーダイナミクスの解析手法を発展させてきた。解析したいゲージ理論のゲージ対称性がユニタリ群ではない場合であっても、双対理論側に現れるゲージ対称性が $U(N)$ 群になる場合が多くある。これまでに発展させた手法を応用し、様々な3次元 Chern-Simons ゲージ理論の解析を行う。

(3) 提案した双対性や低エネルギー相構造の正しさの検証

強結合理論の場合、様々な物理量を摂動論を用いて計算することが困難となる。しかし、超対称ゲージ理論では、超対称性を部分的に保つ物理量に関しては厳密に計算することができる。その物理量の計算結果は多重積分で与えられる。

本研究では、分配関数や超対称指数と呼ばれる物理量を計算する。提案した双対性によって等価と考えられる2つの理論それぞれを用いて分配関数を計算し、その値の一致を数値的に確認することで、双対性の非自明な検証となる。また、数学分野で知られている多重積分の恒等式を用いることで、2つの理論から得られた多重積分が厳密に一致することを示すことも試みる。超対称指数に関しても、2つの理論から得られる指数の一致を見れば、双対性の証拠となる。超対称指数は、理論に存在する chiral primary 演算子を数え上げる指数であり、双対性の検証だけでなく、どのような演算子が2つの理論に存在するかを知る手掛かりにもなる。

3次元理論における分配関数は4次元理論の超対称指数と次元簡約を通じて関係することから、4次元双対性との関係性を理解する上でも役立つ。さらに、分配関数には様々な(質量)変形を加えることができ、物質場の数が異なる場合の双対性や Chern-Simons level が異なる理論の双対性を導く際に、分配関数を手掛かりとして、新種の双対性を構築できる可能性がある。双対理論の同定が困難な場合でも、分配関数(多重積分)を変数変換などで変形することで、双対理論を推定することも可能となる。

4. 研究成果

3次元 $N=3$ 超対称 Chern-Simons matter $U(N)$ ゲージ理論に関する研究を遂行した。ゲージ群がユニタリ群 $U(N)$ の場合、可換部分群と非可換部分群に、大きさの異なる Chern-Simons level (結合定数) を加えることができる。以下では、これを一般化された CS level と呼ぶ。これまで一般化された CS level を持つ場合の双対性は、非超対称な理論や3次元 $N=2$ という超対称性の低い理論、特定の CS level の場合に限って部分的に知られていた。しかし、3次元 $N=3$ 超対称性を持つ理論に対する統一的な双対性の記述は依然として不十分であった。

本研究成果では、これまでに研究代表者が発展させてきた3次元双対性の構成法や一般化された CS level を持つ理論におけるモジュライ空間(低エネルギーに現れるスペクトル)の解析手法を適用し、より高い超対称性(6個の超電荷)を持つ系に関して、一般化された Chern-Simons ゲージ理論の双対性を提案した。発表した論文(文献)では3次元 $N=3$ Generalized Giveon-Kutasov 双対性と呼んでいる。提案した双対性は、近年盛んに研究されてきた3次元 bosonization 双対性の3次元 $N=3$ 超対称理論への拡張とみなすことができる。双対性の証拠として、双対性で等価と考えられる2つの理論のモジュライ空間の一致や分配関数・超対称指数の一致を計算によって確かめた。

さらに本研究成果では、提案した双対性の CS level が特別な値をとる場合、4次元 $N=2$ 超対称 $SU(N)$ ゲージ理論において知られていた S 双対性と密接に関係していることを指摘した。具体的には、「 $2N$ 個の基本表現物質場を持つ4次元 $N=2$ 超対称 $SU(N)$ ゲージ理論における S 双対性 (self-duality) に対し、空間1次元をコンパクト化すると同時に質量変形を加えることにより、本研究で発見した双対性が自然に得られる」ことを示した。

S 双対性は弦理論において重要な性質であるが、4次元 $N=2$ 超対称ゲージ理論では Seiberg 双対性と S 双対性に関係していることが以前から知られていた。超対称 Chern-Simons ゲージ理論に関する Giveon-Kutasov 双対性は、4次元理論で提案された Seiberg 双対性の3次元類似物とこれまで考えられてきたが、本研究で提案した双対性(の一部)が、円周コンパクト化(次元簡約)の手続きによって、4次元 S 双対性とも関係することが分かったことにより、今後の研究で、時空の次元に依らない統一的な双対性の理解が得られると期待している。

引用文献

Keita Nii, Nucl.Phys. B939 (2019) 507-533.

Keita Nii, Naotaka Kubo, JHEP. 2022, 158 (2022)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Naotaka Kubo, Keita Nii	4. 巻 4
2. 論文標題 3d $N = 3$ generalized Giveon-Kutasov duality	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 158
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2022)158	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Keita Nii	4. 巻 4
2. 論文標題 “Chiral” and “non-chiral” 3d Seiberg duality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/JHEP04(2020)098	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 1件／うち国際学会 0件）

1. 発表者名 新居慶太, 久保尚敬
2. 発表標題 3d $N=3$ Generalized Giveon-Kutasov duality
3. 学会等名 日本物理学会 第77回年次大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Keita Nii
2. 発表標題 3次元Generalized Giveon-Kutasov双対性
3. 学会等名 日本物理学会 2021年度春期大会
4. 発表年 2020年～2021年

1. 発表者名 Keita Nii
2. 発表標題 3次元Spin(N) Seiberg双対性 (3d Spin(N) Seiberg duality)
3. 学会等名 日本物理学会 2020年度秋期大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Keita Nii
2. 発表標題 Generalized Giveon-Kutasov duality
3. 学会等名 Southeast University Winter Seminar Series (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織			
	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------