

令和 6 年 6 月 11 日現在

機関番号：12612

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K14986

研究課題名（和文）機械学習上の非線形最適化の発展と深化

研究課題名（英文）Development and deepening of nonlinear optimization in machine learning

研究代表者

中山 舜民（Nakayama, Shumin）

電気通信大学・i-パワーエネルギー・システム研究センター・助教

研究者番号：90847196

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,500,000円

研究成果の概要（和文）：機械学習では様々な非線形最適化問題が登場し、それらの問題を解くためのアルゴリズムが必要である。本研究では、スパース最適化問題を解くためのニュートン型近接勾配法に関する研究を中心に非線形最適化の研究を行なった。ニュートン型近接勾配法は目的関数が微分可能な関数と微分不可な関数の和で表される最適化問題に対するアルゴリズムである。近接勾配法は微分可能な関数の1回微分の情報しか使用しない最急降下法に基づいた方法であるため、元問題の解を得るために多くの反復回数を要する。本研究では、2回微分の情報を使用したニュートン型近接勾配法に注目して、新しいアルゴリズムを開発している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、スパース最適化を中心に機械学習で登場する様々な非線形最適化問題に対するアルゴリズムの開発および大域的収束性などの数学的な理論保証を行なった。汎化性能の高い機械学習モデルは複雑かつ大規模な問題であるため、このような問題に対する数値計算アルゴリズムの提案と理論保証は重要であり、社会の様々な場面で役立っている。さらには、今回開発したアルゴリズムのアイデアや数学的な理論保証は、今後の非線形最適化を扱う分野でも重要な役割を担うことが期待される。以上のことから、本研究の学術的意義は大きい。

研究成果の概要（英文）：Various nonlinear optimization problems appear in machine learning, and algorithms to solve these problems are necessary. This research focuses on studying nonlinear optimization, specifically proximal Newton-type methods for solving sparse optimization problems. The proximal Newton-type method is an algorithm for optimization problems where the objective function is sum of a smooth function and a non-smooth function. Proximal gradient methods, based on the gradient descent method that uses only the first order information of the smooth function, require many iterations to obtain the solution to the original problem. In this study, we focus on proximal Newton-type methods that use second order information, and we are developing new algorithms.

研究分野：非線形最適化

キーワード：非線形関数 非平滑最適化 近接勾配法 ニュートン型近接勾配法 2次法

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

数理最適化(計画)問題は、自然科学、工学、社会科学など多種多様な分野で発生する基本的な問題であり、こうした最適化問題を効率よく解くための数値計算アルゴリズムの研究は世界中で活発に行われている。機械学習における最適化問題は、膨大なデータ(ビッグデータ)の活用もあいまって、大規模かつ複雑な非線形最適化問題を扱う必要がある。一方で、それを解くための方法がまだ不十分であるという課題が挙げられる。また、非線形最適化問題の一つとして、機械学習の分野において、LASSO モデルなどの大量のデータから意味あるデータを取り出すスパース性を誘導するモデル(スパースモデル)が注目を集めている。他にも、制約を多様体で表現された非線形最適化問題などが機械学習で現れる。本研究は、機械学習で現れる非線形最適化問題を解くアルゴリズムの開発と数学的な理論保証を目指す。

## 2. 研究の目的

最適化問題を効率よく解くための数値計算アルゴリズムの研究は世界中で活発に行われている。ビッグデータの解析や機械学習への応用に関連して、ますます大規模な最適化問題を解く必要性も増えてきた。特に、LASSO など、微分可能な関数と微分不可な関数の和で表される非線形最適化問題が注目を集めており、非平滑な正則化付き最適化問題という枠組みのスパース最適化問題の一つである。【目的1】本研究ではスパース最適化問題に対する新しい数値計算アルゴリズムを中心に、機械学習における非線形最適化アルゴリズムの開発と数学的な理論保証を目的とする。また、非平滑な正則化付き最適化問題の新しいスパースモデルの開発と応用や、理論的な性質について深掘りを行う。

スパース最適化問題以外にも多様体上の最適化問題や箱型制約付き最適化問題など、様々なクラスの非線形最適化問題が現れる。【目的2】本研究ではスパース最適化問題以外にも、機械学習で重要とされている大規模な最適化問題に対する数値計算アルゴリズムの開発を行う。

本研究の目的は以下のようにまとめられる。

【目的1】スパース最適化問題に対する数値計算アルゴリズムの開発とその分析と応用

【目的2】スパース最適化問題以外の非線形最適化問題に対する数値計算アルゴリズムの開発

いずれの目的に対しても、大規模な問題に対する数値計算アルゴリズムとしては、問題の1回微分(1次)の情報である勾配を用いた1次法が主流であるが、問題の2回微分(2次)の情報を使用した2次法の方が優れているとされている。しかしながら、2次法は1回の計算コストや使用するメモリの多さから、大規模な問題に対して適用が難しい。本研究では、大規模な問題に対して、2次の情報を取り込む数値計算アルゴリズムの開発を行う。

## 3. 研究の方法

これまでに、微分可能な無制約最適化問題を解くための数値計算アルゴリズムとして、メモリーレス準ニュートン法や非線形共役勾配法などの大規模な問題に対する数値計算アルゴリズムの研究を行ってきた。メモリーレス準ニュートン法は、数値計算を行う際にメモリーを抑えつつも高速に問題を解くための準ニュートン法である。本研究では、これまでに開発した微分可能な無制約最適化問題に対するメモリーレス準ニュートン法を微分できない問題への拡張【目的1】や、制約付き最適化問題への拡張【目的2】を試みる。また、メモリーレス準ニュートン法のアプローチとは異なる2次の情報を取り入れたアルゴリズムの開発を試みる。さらに、アルゴリズムの理論的な解析を行う。

## 4. 研究成果

【目的1】スパース最適化問題に対する数値計算アルゴリズムの開発とその分析と応用

### (1) ニュートン型近接勾配法に関する研究

LASSO などの非平滑正則化付き最適化問題は微分可能な関数と微分不可能な点を含む正則化関数の和の最小化問題である。通常は最急降下法に基づいた近接勾配法という1次法が広く使われているが、近年では、2次法として目的関数の曲率情報を取り込んだニュートン型近接勾配法(Lee et al., 2014)が提案されている。近接勾配法の部分問題として近接写像を計算する必要があるが、LASSO で扱われる L1 正則化など多くの問題において、一般的な近接勾配法の近接写像は解析的に求まるといった利点がある。他方、ニュートン型近接勾配法の利点は、1回微分

の情報のみを使用した近接勾配法よりも少ない反復回数で解を得られることである。しかしながら、ニュートン型近接勾配法は、近接写像の計算に2回微分の情報を含んだ重み行列が入ることにより、1反復あたりの計算コストが膨大になってしまうという欠点を持つ。そのため、一部の部分問題は反復法を使って解く必要があり、部分問題の正確な解を求めることは困難かつ計算コストが高価であるという欠点を持つ。さらに、大域的収束性の解析において重み行列が一様正定値対称行列であることが重要になる。本研究では、これらの欠点を克服または改善することを目的としたニュートン型近接勾配法に関する研究を行い、以下の成果を挙げた。

1. 近接写像を非厳密に計算する非厳密ニュートン型近接勾配法とメモリーレス準ニュートン法を組み合わせる方法を提案した。重み行列として、以前に研究した Broyden 公式族を用いたメモリーレス準ニュートン法に修正セカント条件の補正を加えることで、行列が一様正定値性を保証した。また、重み付き近接写像の計算コスト軽減のために、非厳密に部分問題を解く方法に注目し、その場合にも大域的収束と局所的収束性を数学的に証明した。さらに、提案したその重み行列の固有値を数学的に評価することに成功し、その固有値を用いて重み付き近接写像を効率的に計算するアルゴリズムを構築した。数値実験を通じて、既存手法と比較を行うことで有効性を示した。
2. 前述の通り、ニュートン型近接勾配法のパフォーマンスは、重み付き近接写像の計算コストがボトルネックになっている。Becker et al. (2019)は重み行列がランク  $r$  更新 ( $r$  は正の整数)である場合に、重み付き近接写像の計算と等価な  $r$  次元の半平滑な非線形方程式を導出し、ランク 1 更新の場合の非線形方程式を高速かつ正確に解くアルゴリズムを開発している。Becker et al.のアルゴリズムを利用して、本研究ではランク 1 更新の更新公式であるメモリーレス対称ランクワン公式を使用したニュートン型近接勾配法を開発した。さらに、局所的な収束率の評価として、数学的にタイトな理論評価を行った。
3. スパース最適化問題における微分可能な関数が非線形最小 2 乗問題という問題に対する数値計算アルゴリズムを開発した。非線形最小 2 乗問題はデータの当てはめなど、複雑で難しい問題ではあるが、汎用性の高いという利点がある。一般の微分可能な非線形最小 2 乗問題に対する方法である構造化準ニュートン法をスパース最適化の問題に拡張し、新しいニュートン型近接勾配法を提案した。構造化準ニュートン法で使用する更新行列を数学的に評価することで、行列が一様正定値性を保証し、アルゴリズムの大域的収束性を示した。
4. スパース最適化問題における正則化の関数が非凸という、扱いにくい汎用性の高い機械学習モデルがある。本研究では正則化関数が凸関数と凸関数の差で表せる Difference of Convex function (DC) 関数である問題に対して、新しいニュートン型近接勾配法を提案した。これは DC アルゴリズムと呼ばれる方法とこれまでに取り組んだニュートン型近接勾配法を組み合わせる非厳密ニュートン型近接 DC アルゴリズムを開発および提案手法の大域的収束性を保証した。さらに、非厳密ニュートン型近接 DC アルゴリズムの収束性を保証しつつ、Becker et al. (2019)の提案した非線形方程式を非厳密に解くアルゴリズムを開発した。
5. 一般的な重み付き近接写像の重み行列は密な行列であり、その重み付き近接写像の計算が困難である。そこで、対角行列を重みとした近接写像が閉形式で計算ができることに注目して、ヘッセ行列の対角成分だけを取り入れた近接対角ニュートン法を開発した。さらに近接対角ニュートン法に Nesterov の加速法を加えたアルゴリズムの開発した。

## (2) 非凸なスパース最適化のアルゴリズムの分析とその応用

スパース最適化問題の枠組みの一つとして、微分不可能な点を含む DC 関数に対して、近接勾配法の方法によって生成される点列は停留点に収束することが知られている。本研究では停留点よりも強い最適性条件として知られている「方向停留点」に近接勾配法やその亜種による点列が収束することを示した。数値実験を通じて、近接勾配法とは別のアプローチの最適化手法である近接 DC アルゴリズムと近接勾配法の比較を行い、方向停留点に収束する近接勾配法系統の方法が近接 DC アルゴリズムより目的関数値の小さい解に収束することを検証した。

さらに、刈込 LASSO 罰則と呼ばれる関数と回帰モデルを組み合わせる非凸なスパースモデルを拡張して、外れ値のデータを変数とし、外れ値に刈込 LASSO 罰則の正則化を加えた最適化問題を考察した。この問題をスパースロバスト回帰モデルと呼ぶ。この問題は2種類の変数を持ち、それぞれの変数に正則化が掛かっている問題である。このような問題に対しては、Proximal Alternating Linearized Minimization (PALM)と呼ばれる方法が知られている。本研究では PALM に非単調直線探索と Barzilai-Borwein 法を適用した General PALM (GPALM)を開発し、近接勾配法と同様に点列が方向停留点に収束することを証明した。

応用として、2つの画像を比較するためのイメージレジストレーション(画像の位置合わせ)にスパースロバスト回帰モデルを応用した。画像の位置合わせの際に、一つの画像に大きなノイズが含まれた際にも、外れ値として処理し、位置合わせの精度への影響を抑えることに成功した。

【目的2】スパース最適化問題以外の非線形最適化問題に対する数値計算アルゴリズムの開発

### (1) 上下限制約付き最適化問題に対する有効制約法

決定変数に上限と下限の制約が設けられている制約付き最適化問題は、基本的な制約付き最適化問題の一つであり、応用範囲の広い問題である。本研究ではこの問題に対する2種類の数値計算アルゴリズムを開発した。

1. 上下限制約付き最適化問題を解くための手法として有効制約法に注目した。有効制約法は効いている制約のみを考え、次元を縮約し、その次元での無制約最適化のアルゴリズムを適用する反復法である。次元を縮約してもなお、問題の規模が大きいため、ニュートン法を適用することが困難であることがしばしばある。本研究では、メモリーレス準ニュートン法に基づいた有効制約法を開発した。提案手法の大域的収束性を保証するとともに、数値実験を通じて、既存の有効制約法と比較し、有用性を示した。
2. システム制御において、モデル予測制御などでは上下限制約が多く含まれ、逐次的に多くの最適化問題を解くことから、より効率よく問題を解くアルゴリズムが必要である。モデル予測制御では、変数の属性ごとに独立した性質を持つ上下限制約付き最適化問題を扱うことが多い。本研究では Barzilai-Borwein (BB)法に基づいた有効制約法が提案されており、BB法とは最急降下法の探索方向にある種のスケールリングを施した方法ではある。今回、対象としている問題のように、各要素に対応する問題の性質が異なる問題に対して、全ての要素に対して同じスケールリングを施すBB法は得策であるかどうかはわからない。実際に、応用上の最適化問題を解いた際に、要素ごとに値の差が非常に大きくなり、数値的不安定な状態が発生し、問題を解くことができないことが多々あった。そこで、要素をブロック分割し、属性ごとに異なるスケールリングを施す有効制約ブロックBB法を開発した。

### リーマン多様体上の最適化問題に対する準ニュートン法

リーマン多様体上の最適化問題とは、変数が多様体上に乗っているという制約を持った最適化問題のことである。この問題の特徴は、ユークリッド空間上(いわゆる平面上)の制約付き最適化問題を、制約を曲がった空間で表現することにより、その空間上では無制約最適化問題(制約がない最適問題)として扱うことができる。実際に、主成分分析や固有値問題など多くの実用的な問題をリーマン多様体上の最適化問題として定式化することができ、近年の機械学習で注目を集めている問題の一つである。リーマン多様体上の無制約最適化問題に対するアルゴリズムの多くは、古くからあるユークリッド空間上の最急降下法や非線形共役勾配法、ニュートン法、準ニュートン法を多様体上のアルゴリズムに拡張したものである。特に、大規模なリーマン多様体上の問題に対する数値解法として、非線形共役勾配法や準ニュートン法は活発に研究されている。本研究では、ユークリッド空間上のメモリーレス準ニュートン法をリーマン多様体上のアルゴリズムに拡張した手法を提案し、その収束性を数学的に解析した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 7件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Narushima Yasushi, Nakayama Shummin, Takemura Masashi, Yabe Hiroshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Memoryless Quasi-Newton Methods Based on the Spectral-Scaling Broyden Family for Riemannian Optimization	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Optimization Theory and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10957-023-02183-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Narushima Yasushi, Nakayama Shummin	4. 巻 19
2. 論文標題 A proximal quasi-Newton method based on memoryless modified symmetric rank-one formula	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Industrial and Management Optimization	6. 最初と最後の頁 4095 ~ 4111
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/jimo.2022123	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nakayama Shummin, Gotoh Jun-ya	4. 巻 15
2. 論文標題 On the superiority of PGMs to PDCAs in nonsmooth nonconvex sparse regression	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Optimization Letters	6. 最初と最後の頁 2831 ~ 2860
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11590-021-01716-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nakayama Shummin, Narushima Yasushi	4. 巻 2
2. 論文標題 Global convergence of a proximal memoryless symmetric rank one method for minimizing composite functions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 In Proceedings of International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis - International Conference on Optimization Techniques and Applications (NACA-ICOTA2019)	6. 最初と最後の頁 99 ~ 108
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Nakayama Shummin, Narushima Yasushi and Yabe Hiroshi	4. 巻 79
2. 論文標題 Inexact proximal memoryless quasi-Newton methods based on the Broyden family for minimizing composite functions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Computational Optimization and Applications	6. 最初と最後の頁 127 ~ 154
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10589-021-00264-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 中山舜民	4. 巻 65
2. 論文標題 大規模無制約最適化問題に対する準ニュートン法と近接勾配法	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 650-655
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakayama Shummin, Narushima Yasushi, Yabe Hiroshi	4. 巻 87
2. 論文標題 Inexact proximal DC Newton-type method for nonconvex composite functions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Computational Optimization and Applications	6. 最初と最後の頁 611 ~ 640
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10589-023-00525-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yagishita Shotaro, Nakayama Shummin	4. 巻 16
2. 論文標題 An acceleration of proximal diagonal Newton method	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 5 ~ 8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.16.5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計31件(うち招待講演 4件/うち国際学会 8件)

1. 発表者名 Yasushi Narushima, Shumin Nakayama, Hiroshi Yabe
2. 発表標題 Nonmonotone proximal structured quasi-Newton methods based on the Broyden family
3. 学会等名 The Third Pacific Optimisation Conference (POC2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shumin Nakayama, Shotaro Yagishita
2. 発表標題 Proximal diagonal Newton method for nonconvex composite optimization
3. 学会等名 The Third Pacific Optimisation Conference (POC2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shumin Nakayama, Yasushi Narushima, Hiroshi Yabe
2. 発表標題 Proximal structured quasi-Newton method for nonlinear least squares with nonsmooth regularizer
3. 学会等名 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 坂本翼, 中山舜民
2. 発表標題 太陽光発電を含むエネルギーシステムの不確実な状況下での電力価格決定モデル
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2024 年春季研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法の局所的収束性
3. 学会等名 日本応用数理学会 第20回 研究部会連合発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2023 年春秋研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 矢部博, 中山舜民, 成島康史
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法の大域的収束性
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(公開型)「数理最適化: 理論と実践」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民
2. 発表標題 正則化付き最適化問題に対する数値計算アルゴリズム
3. 学会等名 第44回 情報数理工学セミナー(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 柳下翔太郎, 中山舜民
2. 発表標題 悪条件の問題に対する近接対角ニュートン法の提案とその優位性について
3. 学会等名 日本応用数理学会 第19回 研究部会連合発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民
2. 発表標題 上下制限付き最適化問題に対する有効制約ブロックBarzilai-Borwein 法
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2023 年春季研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 柳下翔太郎, 中山舜民
2. 発表標題 ヘッセ行列の対角成分を用いた近接勾配法
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2023 年春季研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民, 後藤順哉
2. 発表標題 Trimmed $l_1$ 正則化を用いたイメージレジストレーション
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(公開型) 数理最適化の理論と応用の深化
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Shumin Nakayama, Yasushi Narushima, Hiroshi Yabe
2. 発表標題 An Inexact Proximal Difference-of-Convex Algorithm Based on Memoryless Quasi-Newton Methods
3. 学会等名 2021 SIAM Conference on Optimization (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 竹村壮史, 矢部博
2. 発表標題 リーマン多様体上の最適化問題に対するプロイデン公式族に基づくメモリーレス準ニュートン法の大域的収束性について
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2022 年春季研究発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 メモリーレス準ニュートン法に基づく非厳密ニュートン型近接DCアルゴリズム
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2021 年春秋研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 微分不可能なDC関数を含む最適化問題に対する非厳密ニュートン型近接勾配法
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(公開型) 数理最適化の理論と応用の深化
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民
2. 発表標題 スパース最適化問題に対する近接勾配法と近接DCアルゴリズム
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 最適化手法とアルゴリズム 研究部会 (SOMA) 第3回 研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民
2. 発表標題 無制約最適化アルゴリズム ~ 準ニュートン法を中心に ~
3. 学会等名 計測自動制御学会 制御部門 2021年度 プラントモデリング部会「モデルベースシステム開発の新展開」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Jun-ya Gotoh, Shummin Nakayama
2. 発表標題 Continuous Exact Penalty Approach To Grouped Variable Selection In Regression Methods
3. 学会等名 INFORMS Annual Meeting (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 内部反復を改良したメモリーレス BFGS 公式に基づく非厳密ニュートン型近接勾配法
3. 学会等名 統計数理研究所研究集会「最適化: モデリングとアルゴリズム」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 メモリーレスBFGS公式に基づく非厳密ニュートン型近接勾配法における内部反復の改良について
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中山舜民, 後藤順哉
2. 発表標題 非凸なスパース回帰問題に対する近接勾配法と近接DCA の比較
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(グループ型) 数理最適化の理論・アルゴリズム・応用
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 非凸最適化問題に対するメモリーレス準ニュートン法に基づいた非厳密ニュートン型近接勾配法, およびその数値的な効率性について
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(グループ型) 数理最適化の理論・アルゴリズム・応用
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Nonmonotone proximal structured quasi-Newton methods based on the Broyden family
2. 発表標題 Yasushi Narushima, Shummin Nakayama, Hiroshi Yabe
3. 学会等名 The Third Pacific Optimisation Conference (POC2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shumin Nakayama, Shotaro Yagishita
2. 発表標題 Proximal diagonal Newton method for nonconvex composite optimization
3. 学会等名 The Third Pacific Optimisation Conference (POC2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Shumin Nakayama, Yasushi Narushima, Hiroshi Yabe
2. 発表標題 Proximal structured quasi-Newton method for nonlinear least squares with nonsmooth regularizer
3. 学会等名 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 坂本翼, 中山舜民
2. 発表標題 太陽光発電を含むエネルギーシステムの不確実な状況下での電力価格決定モデル
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2024 年春季研究発表会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法の局所的収束性
3. 学会等名 日本応用数理学会 第20回 研究部会連合発表会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 中山舜民, 成島康史, 矢部博
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2023 年春秋研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 矢部博, 中山舜民, 成島康史
2. 発表標題 構造化Broyden公式族に基づいたニュートン型近接勾配法の大域的収束性
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 共同研究(公開型)「数理最適化: 理論と実践」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中山舜民
2. 発表標題 正則化付き最適化問題に対する数値計算アルゴリズム
3. 学会等名 第44回 情報数理工学セミナー(招待講演)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------