

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 14 日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2023

課題番号：20K19741

研究課題名（和文）対数領域計算モデルのメモリアクセス回数による能力の比較

研究課題名（英文）Comparison of Computational Limits Based on Memory Access Count in Logarithmic Space Computation Models

研究代表者

長尾 篤樹 (NAGAO, Atsuki)

お茶の水女子大学・基幹研究院・講師

研究者番号：20802622

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は対数領域計算モデルの計算限界を探求するために、メモリアクセス回数の制限をもつ対数領域計算モデルに着目し、そのモデルでは計算できないであろうと考えられている関数やその変種に対する計算量の解析を行った。
結果として、既存研究において示された三分木上の木構造感数値評価問題を解く Semantic Read-once 分岐プログラムのサイズ下界が超多項式になるという命題を拡張し、五分木上の木構造感数値評価問題についても Semantic Read-once 分岐プログラムのサイズ下界が超多項式になることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果により、対数領域計算限界の解明に向けて一つの足がかりを構築することができたと言える。究極的な解明が行われた際の学術的意義として、計算モデルの限界がより明確に整理され、計算の特徴による複雑さの区分けがより明確になることが挙げられる。その解明が他の計算クラスにまで波及することも考えられ、その際は量子コンピュータ等の計算限界の解明等に繋がれば、それが実装された社会における暗号技術の基盤の創成になるなどの社会的意義も考えられる。

研究成果の概要（英文）：This study explores the computational limits of logarithmic space computing models by focusing on models with restrictions on memory access counts. We conducted an analysis of the computational complexity for functions and their variants that are believed to be uncomputable in such models. As a result, we extended the proposition that the size lower bound of Semantic Read-once branching programs solving tree evaluation problems on ternary trees, as demonstrated in existing research, becomes super-polynomial. Actually, we showed that the size lower bound of Semantic Read-once branching programs for tree evaluation problems on quinary trees also becomes super-polynomial.

研究分野：計算量理論

キーワード：領域計算量 対数領域計算モデル 分岐プログラム 木構造関数値評価問題 一回読み制限

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

計算量理論分野での最重要課題の一つとして、多項式時間計算可能なクラス(P)の他クラスからの分離がある。中でも対数領域計算可能なクラス(L)との関係においてはL=Pという事実のみが知られており、LがPと真に異なるかどうかは不明である。これを解明するために対数領域計算モデルの計算限界が広く研究されている。対数領域計算モデルの一つとして分岐プログラムが有望な解析対象として広く扱われており、多項式サイズ分岐プログラムでは計算不可能な問題の一つを見つけることができればL=Pが導出できることが知られている。

対数領域計算モデルでは計算不可能であると考えられている問題に木構造関数値評価問題(Tree Evaluation Problem)と呼ばれる問題があり、これを解く分岐プログラムの解析が多く研究されている。木構造関数値評価問題を解く一般的な分岐プログラムのサイズについては上界が超多項式である一方、下界は既知の結果を適用して得られる多項式となる値が得られているのみである。この状況において、上界である超多項式サイズは非常にナイーブな構成で得られる値であり、これ以上改善することはできないと考えられており、下界解析を進めることで超多項式下界が得られるのではないかと考えられている。超多項式下界を示すための代表的なアプローチとして分岐プログラムに制限を付けての解析が多く行われており、代表的な結果としてメモリアクセスが各変数に対して1回のみと制限された分岐プログラムでは木構造関数値評価問題を解くためには超多項式サイズが必要となることが知られている。

対数領域計算モデルの計算限界を確認する方法としては、具体的にモデル上のサイズの解析を行う以外にも、その計算モデル上での充足可能性問題を高速に解くアルゴリズムの存在を示すことで導出可能であることが先行研究によって示されている。すなわち、対数領域計算モデルとして扱われる多項式サイズ分岐プログラム上の充足可能性問題を指数時間よりも真に速く解くアルゴリズムを示す事で下界解析を行わずとも対数領域計算モデルの計算限界を示すことができる。このように、下界解析だけでなく上界解析を扱うことでも対数領域計算モデルの計算限界を解明しようとする研究が広く行われている。

2. 研究の目的

上界解析の方向では、1回読み分岐プログラム上の充足可能性問題が高速に解けることが先行研究により知られている。これを利用することで2回読み・k回読みの分岐プログラム上の充足可能性問題においても同様に高速なアルゴリズムを構成することが本研究の目的と言える。2回読み分岐プログラムは1回読み分岐プログラムを部分的に含んでいるとみなす事ができるため、既存手法を利用しての高速なアルゴリズムの構築が期待できる。

下界解析の方向では、分岐プログラムにメモリアクセスが各変数に対して1回のみという制限が加えられた場合には木構造関数値評価問題が解決不能であるという事実から、メモリアクセス回数の制限を緩和する事で一般の分岐プログラムでも解決不能であるという結果、もしくはある回数では計算が可能であるという結果を導出することが本研究の目的である。完全に制限を撤廃することは難しいと考えられるが、メモリアクセス回数制限を2回に緩和することや制限を受ける変数の数をより少なくするという方向での拡張を考えている。

3. 研究の方法

分岐プログラムは根付き有向グラフの構造をしている。そのため、分岐プログラムのサイズが多項式で抑えられると仮定すると、指数規模の数の入力をまとめて扱うノードが存在することが考えられる。逆に考えると、全てのノードが指数規模の数の入力をまとめて扱うことが出来ないことを証明することで、多項式サイズではないことを証明することができる。既存手法では1回読みの制限を上手く使う事で入力を同値類に分類することができ、その同値類が指数規模のサイズにはならないことを利用した証明を行っている。本研究では制限を緩和しても同様の同値類を構成するために必要な特徴を精査することが一つのアプローチとして考えられる。

分岐プログラム上の充足可能性問題を解くアルゴリズムの構築に関しては、1回読み分岐プログラムに対する高速なアルゴリズムが知られていることから、これを利用したアルゴリズムの構築がナイーブな発想から考えられる。また、分岐プログラムのサイズ下界を利用することで分岐プログラムを効率的に分割することで高速なアルゴリズムが構築可能であることも期待できる。

4. 研究成果

上界解析においては、メモリアクセス制限を各変数2回までに拡張、さらにk回までに拡張した分岐プログラム上の充足可能性問題を高速に解くアルゴリズムの提案を行った。本アルゴリズムは自明なアルゴリズムよりも指数的に早いものとなっている一方、計算量クラスLの計算限界を示すにはさらに高速なアルゴリズムが必要となっている。

下界解析においては先行研究にてSemantic Read-onceという制限の下で多項式サイズでは解決不能であると示されている木構造関数値評価問題は完全三分木の構造をしていた。本研究で

は木構造関数値評価問題が完全五文木の構造をしていても同様に多項式サイズの分岐プログラムでは解決不能であることを示した。本研究はより一般化させることで任意の奇数 m において完全 m 分木の構造を持つ木構造関数値評価問題も同様に多項式サイズの分岐プログラムでは解決不能であることが証明可能であることを示唆している。制約の緩和という研究成果を出す事は難しい一方で、その制約で計算不可能な問題の幅を広げることで研究成果を挙げたと言える。本研究成果は今後発表予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Tomu MAKITA Atsuki NAGAO Tatsuki OKADA Kazuhisa SETO Junichi TERUYAMA	4. 巻 未定
2. 論文標題 A Satisfiability Algorithm for Deterministic Width-2 Branching Programs.	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2021EAP1120	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Atsuki Nagao, Kazuhisa Seto, Junichi Teruyama.	4. 巻 64
2. 論文標題 Satisfiability Algorithm for Syntactic Read-k-times Branching Programs.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Theory of Computing Systems	6. 最初と最後の頁 1392--1407
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00224-020-09996-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------