

令和 5 年 6 月 12 日現在

機関番号：12102

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2022

課題番号：20K19750

研究課題名（和文）大規模離散分布におけるminimax最適な汎関数推定

研究課題名（英文）Minimax Optimal Functional Estimation on Large-Scale Discrete Distributions

研究代表者

福地 一斗（Fukuchi, Kazuto）

筑波大学・システム情報系・助教

研究者番号：30838090

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、推定問題のminimax最適性をより詳細に解析する技術の開発を行なった。推定問題のminimax最適性を明らかにすることは、推定問題に対処するための最も効率的な方法を明確にするため、大いに価値がある。この開発の結果として、プライバシー制約および公平性制約が課された推定問題におけるminimax最適性の特性を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

minimax最適性の理解は推定問題の本質的な難しさを示唆してくれるため、推定がうまくいかない状況を選ばず、実験計画を立てたりする状況で活用できる。本研究では、汎関数推定問題のminimax最適性を解析する技術を開発する中で得られた結果を使って、特に最近社会的要請の強いプライバシー、公平性制約が課された推定問題におけるminimax最適性の特性を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：We are committed to advancing the techniques for scrutinizing the minimax optimality of estimation problems. Unveiling the minimax optimality of such problems holds substantial value, as it elucidates the most efficient method for tackling estimation problems. As a consequence of this development, we provide insightful characterizations of minimax optimality in the context of privacy-constrained and fairness-constrained estimation problems.

研究分野：machine learning

キーワード：minimax optimality functional estimation

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

離散的な確率変数のエントロピーや離散確率変数間のダイバージェンスや独立性をデータから推定することは、様々な分野で現れる基本的な問題である。例えば、情報理論では通信路から得られたデータに関するシャノンエントロピーを推定することによって、その通信路を使った通信速度を推定できる。他にも、ゲノム医学などでは、ゲノムと病気疾患の間の独立性を測ることによってそのゲノムが発現している患者は疾患を罹患しやすいか解析することができる。より一般に、離散分布上の**汎関数推定問題**を考えることができる。この問題は、 $k$ 種類の値を取りうる離散分布  $P = (p_1, \dots, p_k)$  からサイズ  $n$  の i.i.d. サンプルが得られたとき、 $P$  から計算できるスカラー値  $\theta(P)$  を推定する問題である。例えば、シャノンエントロピーの推定問題は  $\theta(P) = \sum_{i=1}^k -p_i \ln(p_i)$  とすることで得られる。統計的推定問題における至上の命題は最も誤差を小さくできる推定方法を求め、その推定方法の推定誤差とサンプルサイズ  $n$  や種類数  $k$  の関係性を明らかにすることである。誤差最小となる推定方法を**最適な**推定方法と呼び、最適な推定方法の推定誤差を最適誤差と呼ぶ。最適誤差と  $n$  や  $k$  との関係性は推定問題の本質的な難しさを表現しており、難しさがわかることは実際に推定を行う際に非常に重要である。例えば、最適誤差と  $n$  と  $k$  の関係性から「 $k$  が  $n$  に対してどの程度おきくても推定可能か」がわかるため、本質的に推定が上手くいかない状況を避けることができる。また、所望の推定誤差を得るためのサンプルサイズなどもわかるため実験計画などに活用できる。

## 2. 研究の目的

当初は上記に記載した汎関数推定問題において、最適性の定義の一種である minimax 最適性の解明を目的にしていた。しかしながら、解析技術の構築において、助成期間中には解決が困難な問題が見つかった。そこで、汎関数推定問題の minimax 最適性の解析の中で構築した技術を活用して、以下のデータの取り扱い等に関して制約があるような推定問題の minimax 最適性の解析を行なった。

1. (局所差分プライバシー制約下の最小値推定) データを活用することによって企業は多大な利益を得られる一方で、データは顧客の個人情報を含むため解析の際のプライバシーの保護を行う必要がある。局所差分プライバシーとは、企業がデータを収集するときのプライバシー定義であり、局所差分プライバシーを保障しつつ推定問題を解くことによって、プライバシーを保障しつつデータの活用が行える。このような局所差分プライバシーの制約の上で、最小値を推定する問題に取り組んだ。
2. (公平性制約下での回帰問題) 予測モデルが人種や性別などに対して差別的な振る舞いをすることが問題になっており、そのような差別がないようにすることを公平性の問題と呼ばれる。このような差別がないという公平性の制約の下での回帰問題に取り組んだ。

上記の問題において、minimax 最適性を解析し、最適なアルゴリズムを明らかにすることを目的とする。

## 3. 研究の方法

どちらの問題も minimax 最適誤差の下界を求めるためにある程度共通した技術を活用できる。そこに対して、当初目標の解析を進める中で得られた技術を用いて minimax 最適性の解析を行った。minimax 最適誤差の上界の解析では、それぞれの問題毎に、minimax 最適誤差を達成するアルゴリズムを構築し、その推定誤差を解析した。構築したアルゴリズムの推定誤差が下界と一致することを示すことによって、minimax 最適性を明らかにした。

## 4. 研究成果

K. Fukuchi, C.M. Yu, and J. Sakuma, *Locally Differentially Private Minimum Finding*, IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems, Vol.E105-D, No.8, pp.1418-1430, 2022.

この論文では、個人が1つのスカラー値を秘密情報として保持している状況で、局所差分プライバシーを保証しつつそれらの最小値を推定する問題に取り組む。局所差分プライバシーはユーザからデータを収集する際のプライバシーの定義であり、局所差分プライバシーを保証することによってユーザの秘密情報が一定以上漏れないことを保証することができる。初めに、個人の秘密情報の分布が最も最悪の状況においては、局所差分プライバシーを保証するような最小値の一致推定量が存在しないことを示した。そこで、本稿では個人のデータが最小値付近に集中するという、 $\alpha$ -fatness と呼ぶ仮定を導入した。この定義では  $\alpha$  が大きいほどデータが最小値付近により集中していることを表している。直感的に、データが最小値に集中しているほど、その推定が簡単であることが予想できる。この定義のもと、局所差分プライバシーを保証しつつ最小値を推定する推定量を構築し、その推定誤差の解析を行った。結果として、 $\alpha$  の値を知っている場合は、誤差が  $O((\ln^3(N)/\epsilon^2 N)^{1/2\alpha})$  であることを示した。ここで、 $N$  は情報を提供するユーザ数であり、 $\epsilon$  はプライバシーの強度をコントロールするパラメータである。また、 $\alpha$  の値を知らなくても適応的に動作する推定量を構築し、その誤差が  $O((\ln^6(N)/\epsilon^2 N)^{1/2\alpha})$  であることを示した。さらに、局所差分プライバシーを保証する推定量は何であれ最低でも  $\Omega((1/\epsilon^2 N)^{1/2\alpha})$  の誤差が発生することを示した。従って、構築した推定量は、ほぼ最適であることを示した。同様の状況において分位点を推定する問題に [1] が取り組んでいる。[1] の解析だけでは、最小値の推定は最悪ケースでは困難であることは示すことができなかった。本論文では、そのような困難性を証明し、この状況でも合理的な解析を行える  $\alpha$ -fatness という概念と提唱している。それによって、最小値の推定問題の解析を可能にした。この論文は、国内の情報分野の国際雑誌の権威である IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems に採択された。

K. Fukuchi and J. Sakuma. Minimax Optimal Fair Regression under Linear Model. NeurIPS 2022 Workshop: Algorithmic Fairness through the Lens of Causality and Privacy, 8 pages, 2022.

この論文では、demographic parity と呼ばれる公平性制約を課した状況における回帰の minimax 最適性の解析に取り組んだ。データの中には歴史的に人種や性別などのセンシティブな属性に関するバイアスが含まれている可能性があり、データからそのまま予測モデルを構築するとこの差別的なバイアスが予測結果に反映される問題があった。公平性とは、このような差別的な予測が起きないという要求である。特に demographic parity は、予測がセンシティブ属性と独立であることを要求する。本稿では、データの背後にあるモデルが線形モデルである時の minimax 最適な誤差の解析とそれを達成するアルゴリズムの導出を行なった。既存の研究として Chzhen らが異なる線形モデル下で minimax 最適性の解析 [2] があるが、我々のモデルは彼らのモデルよりもより広い不公平の要因を扱うことができる。例えば、彼らのモデルは、線形モデルの切片がセンシティブ属性に依存することによって発生する不公平なバイアスを扱うことができるが、偏回帰係数はセンシティブ属性から独立である必要があった。一方、我々のモデルでは、偏回帰係数もセンシティブ属性に依存し、それによって発生するバイアスを扱うことができる。既存のモデルでは結果変数の平均しかセンシティブ属性に依存せず、公平性を達成するためには予測の平均が一致するように予測モデルを構築すれば十分であったが、我々のモデルでは結果変数の分散もセンシティブ属性に依存するため、分散も一致するように予測モデルを構築するという新しい難しさが発生する。また、センシティブ属性以外の入力（非センシティブ属性）が Chzhen らのモデルではセンシティブ属性に独立であることに対し、我々のモデルでは非センシティブ属性の平均がセンシティブ属性に依存することを許している。demographic parity の達成の難しさとして、非センシティブ属性とセンシティブ属性の依存性を通して間接的に予測結果に差別的な影響を与える red lining 効果という現象が知られている。既存の非センシティブ属性がセンシティブ属性に独立であるときは red lining 効果が発生しなかったが、我々のモデルでは red lining 効果が発生する状況も扱える。このようなより広い不公平なバイアスの要因を扱えるモデルのもとで、minimax 最適性の解析を行なった。結果として、データサイズを  $n$ 、属性の数を  $d$ 、センシティブ属性の取り

うる値の種類を  $M$  とした時, minimax 誤差が  $\Theta(\sigma_{\xi}^2 d M B^2 / n)$  であることを示した. ただし,  $\sigma_{\xi}^2$  は結果変数に含まれるノイズの分散である. minimax 誤差には,  $B^2$  というパラメータが含まれている. このパラメータは, 結果変数のセンシティブ属性毎の分散がセンシティブ属性によって異なる度合いを表している. demographic parity では予測のセンシティブ属性毎の分散がセンシティブ属性によらず一定であることが必要であるため,  $B^2$  が大きいほど分散を一致させるのに労力がかかると予想できる. 我々の解析結果は, 実際にこの労力が実在していることを明らかにしている.  $B^2$  は, 制約のない回帰問題では現れない公平性制約を課した時のみに現れる特徴であり, この項は既存の解析 [2] では示されなかった. このような公平性に特異な性質を見出したことはこの研究の大きな貢献である. この論文は, 機械学習の top tier の会議である NeurIPS のワークショップの 1 つである Algorithmic Fairness through the Lens of Causality and Privacy に論文を投稿し, 発表を行った. これはワークショップであるが, top tier の会議併設であるため注目度が高く, また, 査読があり, 採択率も 37/52(71.1%) とある程度選択的な場である.

#### 参考文献

- [1] Marco Gaboardi, Ryan Rogers, and Or Sheffet. *Locally Private Mean Estimation: Z-test and Tight Confidence Intervals*. In: Proceedings of the Twenty-Second International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. PMLR, Apr. 2019, pp. 2545 – 2554.
- [2] Evgenii Chzhen and Nicolas Schreuder. *A minimax framework for quantifying risk-fairness trade-off in regression*. The Annals of Statistics, 50(4):2416 – 2442, 8 2022. ISSN 0090-5364. doi: 10.1214/22-AOS2198.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Kazuto Fukuchi, Chia-Mu Yu, Jun Sakuma	4. 巻 ol.E105-D, No.8
2. 論文標題 Locally Differentially Private Minimum Finding	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Information and Systems	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Kazuto Fukuchi, Jun Sakuma
2. 発表標題 Minimax Optimal Fair Regression under Linear Model
3. 学会等名 NeurIPS 2022 Workshop: Algorithmic Fairness through the Lens of Causality and Privacy（国際学会）
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
その他の国・地域	National Yang Ming Chiao Tung University		