

令和 5 年 6 月 14 日現在

機関番号：15501

研究種目：若手研究

研究期間：2020～2022

課題番号：20K19863

研究課題名（和文）定理間の論理的な類似度に関する研究

研究課題名（英文）Study on Logical Similarity between Theorems

研究代表者

中正 和久（Nakasho, Kazuhisa）

山口大学・大学院創成科学研究科・准教授

研究者番号：40780242

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：(1)定理間の類似度を計測する枠組みを提案した。この枠組みでの機械学習実験で平均絶対誤差率0.330を達成した。(2)潜在意味解析に基づいた定理検索アルゴリズムを、型情報を考慮するように改良し、Mean Average Precisionを53%向上させた。(3)定理証明支援系Mizarの入力補完アルゴリズムを開発し、提案10候補において90%以上の精度での入力補完を実現した。(4)前述のアルゴリズム群を搭載したVSCode拡張機能と形式化数学ライブラリ統合Webアプリケーションを構築し、Web上で一般公開した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年、定理証明支援系による形式化数学ライブラリの開発が活発化しており、本研究におけるMizar数学ライブラリのWeb統合アプリの研究開発は、ライブラリ開発の効率化に一石を投じ、他のシステムに対しても同様の環境を構築する強いモチベーションを与えたものと考えられる。また現在進行形で、大規模言語モデル（LLM）が自動定理証明器に大幅な性能向上をもたらしつつあるが、本研究で提案した定理間の類似度を計測する情報理論的枠組みは、LLMのファインチューニングに対する良質な学習コーパスを人手に依らず生成する能力を有するため、今後、自動定理証明器に革命的な性能向上をもたらす可能性がある。

研究成果の概要（英文）：(1) We proposed a framework for measuring the similarity between theorems. We achieved a Mean Absolute Percentage Error of 0.330 in machine learning experiments using this framework. (2) We improved the theorem search algorithm based on latent semantic indexing to take type information into account, and improved the Mean Average Precision by 53%. (3) We developed an auto completion algorithm for Mizar, an interactive theorem prover, and achieved over 90% accuracy in the proposed 10 candidates. (4) We built a VSCode extension for Mizar and a web application integrating the formalized mathematics library with the aforementioned algorithms, and made it available on the web.

研究分野：数学知識管理

キーワード：定理証明支援系 自動定理証明 情報検索 数学知識管理

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 定理証明支援系のライブラリの大規模化が進み、検索技術の研究が重要課題となっていた。定理の検索が困難な理由は、定理が同値変形によって大きく表現を変えてしまうためであるが、定理証明支援系で利用される検索システムの多くは、構文解析と同等のパターンマッチングによって実装されており、原理的に「定理同士が論理的に類似しているか」を識別することができなかった。

(2) 「定理の論理的な類似度とは何か？」という問題が定式化されておらず、定理検索問題の本質的解決を阻む要因となっていた。研究開始当初も数式検索の研究は広く進められていたが、その評価に使われているデータセットは人間の感覚によって類似度が定められたものであった。このため、機械学習に必要なデータセットを機械的に大量生成することができなかった。

2. 研究の目的

定理間の論理的な類似度を定式化するために、以下について研究する。

- (1) 定理間の類似度の計測に適した証明の情報量の定式化
- (2) 定理を入力として証明の情報量を推定するアルゴリズムの開発
- (3) 定理の論理的類似度を利用したアプリケーションの構築と評価

3. 研究の方法

(1) 情報源モデルのバイアスを列挙して情報源モデルを構築する。提案した情報源モデルの優劣を比較する。比較基準としては、計算容易性、諸性質(距離公理の三角不等式を満たすかなど)、証明の平均情報量などが挙げられる。また、情報源モデルの違いによる証明の情報量の数値的差異について研究する。

(2) 推定アルゴリズムの検証や機械学習に利用するデータベースを構築し、機械学習型の推定アルゴリズムの開発を行う。推定アルゴリズムは、定理の同値変形に対して頑強な特徴量を土台として設計する。

(3) 推定アルゴリズムを定理の検索・分類・クラスタリングに利用してアプリケーションを構築する。

4. 研究成果

(1) 定理間の類似度を計測する情報理論的な枠組みを提案した。特に、この枠組みが準距離公理を満たすための条件ならびに、この枠組みの定理検索以外への応用について検討し、議論を深めた。

(2) (1)の理論に基づいて、定理間の類似度を計測するための実験環境を構築してデータベース化した。機械学習モデルの入力向けに論理式のベクトル化(トークン分割, term walk, グラフ表現)し、TPTP ライブラリに収録されている定理から証明をグラフ化して抽出するプログラムを実装した。また、証明難易度を予測する機械学習モデルを複数提案し、それらの性能を比較した。機械学習モデルには、3層 NN, CNN, RNN, LSTM, GCN を用いた。実験の結果、ベクトル化には Term Walk を、機械学習モデルに LSTM を用いたときに、最も高い予測精度が得られ、平均絶対誤差率 0.330 を達成した。

(3) Latent Semantic Indexing に基づいた定理検索アルゴリズムを、型情報を考慮するように改良した。その結果、型情報を考慮しない従来のアルゴリズムと比較して、Mean Average Precision が 53%向上した。特に、検索対象の定理の対偶のような本質的に意味が同値なくエリに対しては、Mean Average Precision が 1523%向上し、提案アルゴリズムの頑強性が明らかとなった。

(4) 定理証明支援系 Mizar の入力補完アルゴリズムを開発した。本アルゴリズムは n-gram を精緻化したもので、学習データが小規模な場合でも比較的高い精度を実現できる点が特徴的である。実験では 80MB 程度のテキストデータを学習したときに、提案 10 候補において 90%以上の精度での入力補完を実現した。

(5) 定理証明支援系 Mizar の Visual Studio Code (以下 VSCode) 上で動作する拡張機能を開発して VSCode Market Place に一般公開した。

(6) 形式化数学ライブラリ Mizar の依存関係を可視化するツールを構築して Web 上に一般公開した。

(7) (3)で開発した検索アルゴリズムを搭載した定理検索システムを構築して Web 上に一般公開した。この検索システムを通じて利用者が定理を検索した結果はデータベースに集積され、今後定理検索アルゴリズムの機械学習および性能評価に利用される。

(8) (6)で開発した形式化数学ライブラリの依存関係を可視化するツールおよび(7)で開発した定理検索システムを、ライブラリ閲覧アプリケーションと統合し、システム利用者の利便性を向上させた。これには、ライブラリ内のシンボルおよびアートをインクリメンタル検索するツールも含まれる。

近年、定理証明支援系による形式化数学ライブラリが開発が活発化しており、本研究における Mizar 数学ライブラリの Web 統合アプリの研究開発は、ライブラリ開発の効率化に一石を投じ、他のシステムに対しても同様の環境を構築する強いモチベーションを与えたものと考えられる。また現在進行形で、大規模言語モデル (LLM) が自動定理証明器に大幅な性能向上をもたらしつつあるが、本研究で提案した定理間の類似度を計測する情報理論的枠組みは、LLM のファインチューニングに対する良質な学習コーパスを人手に依らず生成する能力を有するため、今後、自動定理証明器に革命的な性能向上をもたらす可能性がある。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Kazuhisa Nakasho, Yuichi Futa	4. 巻 29(1)
2. 論文標題 Inverse Function Theorem. Part I	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 9-19
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2478/forma-2021-0002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kazuhisa Nakasho, Hiroyuki Okazaki, Yasunari Shidama	4. 巻 29(3)
2. 論文標題 Real Vector Space and Related Notions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 117-127
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2478/forma-2021-0012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kazuhisa Nakasho, Hiroyuki Okazaki, Yasunari Shidama	4. 巻 29(4)
2. 論文標題 Finite Dimensional Real Normed Spaces are Proper Metric Spaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 175-184
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2478/forma-2021-0017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 中正 和久	4. 巻 2(3)
2. 論文標題 定理類似度を計測する情報理論的枠組みの提案	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mechanized Mathematics and Its Applications, Works in Progress	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Nakasho Kazuhisa, Futa Yuichi	4. 巻 30
2. 論文標題 Isomorphism between Spaces of Multilinear Maps and Nested Compositions over Real Normed Vector Spaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 67 ~ 77
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2478/forma-2022-0006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Nakasho Kazuhisa	4. 巻 30
2. 論文標題 Transformation Tools for Real Linear Spaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 93 ~ 98
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2478/forma-2022-0008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Nakasho Kazuhisa, Shidama Yasunari	4. 巻 30
2. 論文標題 On Implicit and Inverse Function Theorems on Euclidean Spaces	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Formalized Mathematics	6. 最初と最後の頁 159 ~ 168
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2478/forma-2022-0012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Hirotu Taniguchi, Kazuhisa Nakasho
2. 発表標題 A Web Platform for Hosting the Mizar Mathematical Library
3. 学会等名 The Ninth International Symposium on Computing and Networking (CANDAR2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Daichi Yamamichi, Seigo Shigenaka, Kazuhisa Nakasho, Katsumi Wasaki
2. 発表標題 Visual Studio Code Extension and Auto-completion for Mizar Language
3. 学会等名 Fifth Workshop on Formal Mathematics for Mathematicians (FMM2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 重中 晟吾, 中正 和久, 和崎 克己
2. 発表標題 Mizar数学ライブラリの依存関係を可視化するアプリケーションの開発
3. 学会等名 第23回IEEE広島支部学生シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 重中晟吾, 中正和久, 和崎克己
2. 発表標題 Mizar 数学ライブラリの依存関係の可視化
3. 学会等名 第23回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ(PPL2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山道 大地, 中正 和久, 和崎 克己
2. 発表標題 Mizar数学ライブラリをホスティングするWebプラットフォーム (ポスター・デモ)
3. 学会等名 第23回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ(PPL2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 谷口広途, 中正和久
2. 発表標題 Mizar上での開発を補助するエディタ拡張と入力補完機能 (ポスター・デモ)
3. 学会等名 第23回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ (PPL2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 重中 晟吾, 中正 和久, 和崎 克己
2. 発表標題 Mizar Mathematical Library の依存関係の可視化に関する研究
3. 学会等名 Mizar研究会による発表会 (TSGA2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山道 大地, 中正 和久, 和崎 克己
2. 発表標題 Mizar 数学ライブラリをホスティングする Web プラットフォームの研究
3. 学会等名 Mizar研究会による発表会 (TSGA2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 谷口 広途, 中正 和久
2. 発表標題 Visual Studio Code 上で Mizar の記述を補助するエディタ拡張機能の現状についての紹介
3. 学会等名 Mizar研究会による発表会 (TSGA2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 谷口 広途, 中正 和久
2. 発表標題 定理証明支援系Mizarによる記述を補助するエディタ拡張機能の研究
3. 学会等名 The 16th Theorem Proving and Provers meeting (TPP 2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山道 大地, 中正 和久, 和崎 克己
2. 発表標題 Mizar数学ライブラリをホスティングするWebプラットフォームの研究
3. 学会等名 The 16th Theorem Proving and Provers meeting (TPP 2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 重中 晟吾, 中正 和久, 和崎克己
2. 発表標題 MIZAR数学ライブラリの依存関係に関する研究
3. 学会等名 The 16th Theorem Proving and Provers meeting (TPP 2020)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hideharu Furushima, Daichi Yamamichi, Seigo Shigenaka, Kazuhisa Nakasho, Katsumi Wasaki
2. 発表標題 An Integrated Web Platform for the Mizar Mathematical Library
3. 学会等名 15th Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Mizar定理検索システム
<https://em1.cs.shinshu-u.ac.jp/emwiki/release/>
Mizar Extension for Visual Studio Code
<https://marketplace.visualstudio.com/items?itemName=fpsbpkm.mizar-extension>
Mizar定理検索システム
https://em1.cs.shinshu-u.ac.jp/emwiki/search/search_theorem/
Mizarアーティクルの依存関係グラフツール
<https://azsgws.github.io/demo-emgraph/>
Mizar Extension for Visual Studio Code
<https://marketplace.visualstudio.com/items?itemName=fpsbpkm.mizar-extension>
TPTP parserおよび機械学習フレームワーク
<https://github.com/mimosa-project/tptpparser>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------