

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21300003

研究課題名（和文） 建築・都市分野における計算幾何学と離散最適化

研究課題名（英文） Computational Geometry and Discrete Optimization in Architecture and Urban Planning

研究代表者 加藤 直樹（カトウ ナオキ）

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：40145826

研究成果の概要（和文）：（1）分子構造をモデル化した分子フレームワークはたんぱく質の挙動解明に用いられるなど応用上非常に重要なモデルであるが、その剛性に関する重要な未解決予想であった Molecular 剛性予想を、このプロジェクトを通じてこの未解決問題を肯定的に解決する事に成功した。（2）最適な避難計画を求める問題をモデル化した動的ネットワークフローに対する研究に関して、グリッドネットワークを一般化したネットワークにおける普遍的な最速流問題に対する多項式時間アルゴリズムの開発という理論的な成果と、動的ネットワークフローを用いた京都における避難所の収容人数の評価という応用的な成果を得ることができた。さらにこのモデルと手法は、徳島市沖洲地区に関する津波避難ビルデータへ適用し、新し知見を得ることができた。

研究成果の概要（英文）：(1) Molecular framework that models a molecular structure is an important model which is used to predict protein motion. There was a famous open problem called “Molecular conjecture” that deals with the rigidity of molecular frameworks in terms of combinatorial rigidity which was posed more than 25 five years ago. In this project, we could succeed in affirmatively solving this problem. (2) As for the research of dynamic flow network that models the problem of finding an optimal evacuation planning, we developed a polynomial time algorithm that finds a universally quickest flow. Also, we applied our algorithm to evaluate the appropriateness of capacities of evacuation centers in Kyoto City as well as tsunami evacuation buildings in Okisu area of Tokushima City.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	4,300,000	1,290,000	5,590,000
2010年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2011年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2012年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
総計	8,800,000	2,640,000	11,440,000

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：情報学基礎 情報学基礎理論

キーワード：アルゴリズム、組合せ剛性理論、最速フロー、最速避難計画、パネルヒンジフレームワーク、分子剛性予想

1. 研究開始当初の背景  
建築や都市分野では近年、計算幾何学や離散

最適化およびそれらのアルゴリズムへの関心が高まっている。

建築構造の安定性を幾何構造や、組合せ論を用いて研究する剛性理論の分野は、新しい構造物を設計する際の有力な道具として注目を集めている。現実のトラス構造物の棒部材を辺、ジョイント部材を頂点とモデル化した際得られる幾何グラフは **bar-joint framework** と呼ばれている。その剛性や自由度は、剛性行列の階数によって特徴付けられる。さらに 2 次元空間内の **bar-joint framework** に対しては、剛性行列の構造と等価なグラフ理論的特徴付けが **Maxwell-Laman** によってなされている。しかし、**Maxwell-Laman** の定理は、2 次元空間に限定されており、しかも外部拘束(構造物と外部環境間の接続数)が 3 つの場合のトラス構造のみに限定されている。そのため、**bar-joint framework** 以外の構造物に対して、**Maxwell-Laman** タイプの理論の構築が望まれている。

一方、都市分野では、半世紀くらい前から交通流解析の分野で、ネットワーク最適化理論が用いられ、最適施設配置問題における離散最適化や幾何的最適化理論の適用など、離散最適化の理論が広く応用されている。近年、都市部における大規模地震や津波などの災害対策は日本の危機管理政策の中でも上位に位置している。平成 20 年 4 月に内閣府の中央防災会議「首都直下地震避難対策等専門調査会」による報告書「帰宅行動シミュレーション結果について」の中でも述べられているように、都市部で大規模災害が発生した際、膨大な数の帰宅困難者等の発生やそれともなう路上での大混雑の発生が予測され、適切な避難指示の重要性が指摘されており、迅速な避難を実現するための危機管理システムの構築が求められている。しかし、具体的な方策は示されておらず、勘や経験に頼るところが大きいのが現状である。一方、本研究で扱う避難計画を数理モデル化した動的ネットワークフローに関しては、理論的に深い研究が行われており、最速フロー問題に対する多項式時間アルゴリズムが開発されているが、このアルゴリズムはとても複雑で実際に実装して使用することは困難である。また、避難特有の問題である滞留、動線交差などを考慮した動的ネットワークフローの研究はない。

## 2. 研究の目的

本研究では、上述の背景の下で以下の研究に取り組む。(a) **bar-joint-slider framework** の剛性と自由度をグラフ理論や劣モジュラー関数を用いて特徴付けをおこなうとともに、**bar-joint framework** において知られている **Henneberg** タイプの帰納的構成法の開発を試みる。一方、**body** と呼ばれる剛体とヒンジを用いて組まれた構造物 (**body-hinge framework**) の剛性については、一般の  $d$  次

元におけるグラフ的特徴付けが **Tay** によって知られている。その特殊な場合として板 (**plate**) とヒンジで構成された構造物 **plate-hinge framework** を考えることができる。板 (**plate**) は剛体が 2 次元部分集合に制限された場合であり、**body-hinge framework** の剛性理論をそのまま適用する事はできないため **plate-hinge framework** の剛性の特徴付けはほとんど知られていない。この **plate-hinge framework** の剛性理論が **body-hinge framework** の剛性理論と一致するのではないかという予想 (**Molecular Conjecture** と呼ばれる) は、 $d \geq 3$  に対しては長い間未解決の問題である。本研究では、まず  $d = 3$  の場合の解決を目指す。

(b) 都市部で大規模災害が発生した際の、迅速な避難を実現する計画を立案するための基礎となる理論的研究をネットワーク理論について行う。さらに、大規模災害時の避難計画を作成するためには、大規模災害発生後の人々や車両の動きを予測する必要がある。しかし、この部分に関しては現状ではシミュレーションに頼るところが大きい。本研究では人々の流れをシミュレーションではなく、数理モデルを用いて理論的に計算する手法の開発を行う。避難計画を求める理論的道具としては、申請者がこれまで用いてきた動的ネットワークフローの枠組みを用いる。大規模災害時の人々や車両の流れの計算の研究に関しては、交通工学の分野で広く用いられている利用者均衡フローの概念を採用する。

均衡流は時間の概念がないのだが、時間的要素も扱うことのできる、利用者均衡流の概念を拡張させたモデルの構築を目指す。得られたモデルをもとに、大都市の道路網に相当する大規模なネットワークに対しても高速に解が得られるような避難計画が求められるよう高速のアルゴリズムを開発し、いくつかの日本の大都市の道路網に適用する。

## 3. 研究の方法

組合せ剛性理論については、

(i) **bar-joint-slider framework** の組合せ的特徴付けをおこなう、(ii) **plate-hinge framework** の組合せ的特徴付けをおこなう、(iii) 最近証明された 2 次元の場合の **Molecular Conjecture** を 3 次元に拡張することを試みる。

動的ネットワークフローを用いた避難計画問題の研究に対しては、(i) より広いネットワークのクラスに対する高速かつ簡便なアルゴリズムを開発する、(ii) さらに現実に近いモデル化を目指すために、通常的最速フロー問題に滞留や避難経路の種類の制約を加えた、妥当性を持つ問題を数学的に定義し、高速なアルゴリズムの開発をおこない、京都市および津波被害が予想される地域へ

の適用を試みる。

#### 4. 研究成果

Maxwell/Laman の条件は 3 次元一般剛性を特徴付けするには不十分であり、その組合せ的性質は未だ解明されていない。しかしながら Tay&Whiteley は 1984 年、分子フレームワークと呼ばれる特殊なクラスに関しては、Maxwell/Laman の条件によってその一般剛性が特徴付け可能なのではないかと予想した。この分子フレームワークとは、グラフ理論における 2 乗グラフを指しており、分子構造をモデル化した際得られるフレームワークとして応用上非常に重要なクラスであると認識されてきた。この Tay-Whiteley 予想はその後 Molecular 剛性予想と呼ばれ、剛性理論における重要な未解決問題として様々な文献で継続的に取り上げられてきた。さらにこの主張は高速かつ頑健な分子構造の自由度計算アルゴリズムを導くため、予想が真であることを前提でこの主張を利用した剛性判定アルゴリズムが設計され、タンパク質の挙動解析ソフトウェアに組み込まれるなど、応用面からも重要な問題であった。我々はこのプロジェクトを通じてこの未解決問題を肯定的に解決する事に成功した。

その後も 3 次元剛性特徴付け問題の一般的な解決に向け、幾つかのアプローチを試みた。特に、この問題を動機とした、グラフの根付き木分割問題に取り組み、グラフ理論において基本的定理である Tutte-Nash-Williams の木詰込み定理の一般化として、各頂点への接続にマトロイド独立性制約が付与された特殊な根付き木分割が可能であるための必要十分条件の導出に成功した。さらに、このマトロイド制約付き根付き木分割定理を利用して 3 次元剛性に関する新たな定理の証明を行った。

最適な避難計画を求める問題をモデル化した動的ネットワークフローに対する研究に関して、H21 年度はグリッドネットワークを一般化したネットワークにおける普遍的な最速流問題に対する多項式時間アルゴリズムの開発という理論的な成果と、動的ネットワークフローを用いた京都における避難所の収容人数の評価という応用的な成果を得ることができた。前者の普遍的な最速流問題は理論的に非常に難しい問題であり、この問題が多項式時間でとけるネットワークのクラスを一部明らかにすることができたことは非常に大きな成果である。また、後者の避難所の収容人数の評価の研究に関しては、実際にこのモデルを実際の都市のデータに適用した例は、まだそれほど多くないため、この研究によってさらなる実用化に向けての一步を踏み出すことができたと考えている。

H22 年度は、昨年度得られた普遍的な最速フロー問題に対する知見を用いて、現実的なデ

ータを用いた実験、およびこれまでの問題では扱うことができなかった避難所に容量がある場合を扱うことのできるモデルの構築およびアルゴリズムの開発、そして現実的なデータへの適用を行った。具体的には普遍的な最速フロー問題に関しては徳島市沖洲地区に関するデータへの手法の適用、そして避難所に容量がある場合に関しては、普遍的な最速フロー問題を参考に前方時間優先最速フロー問題を定式化し、時間拡大ネットワークを用いたアルゴリズムの開発、そして普遍的な最速フロー問題と同様徳島市沖洲地区への適用を行った。

H23 年度は、避難所の収容人数の評価や現実的な制約を加えた避難計画問題を解く際に必要となる、最も基本的な問題である最速輸送問題に対するアルゴリズムの研究を行った。具体的には最速輸送問題に対する唯一の多項式時間アルゴリズムである Hoppe and Tardos の手法の簡略化・高速化を目指した。このアルゴリズムのサブルーチンである劣モジュラ関数最小化の使用を避けることが目標達成の重要な点となるのだが、この点に関して多面的アプローチや特殊な最小費用流の使用が、有益となるであろう知見を得ることができた。また、避難計画問題に関する応用問題として、本年度はセルラーオートマタと動的ネットワークフローを融合した、建築空間スケールでの最速避難誘導モデルを構築した。このモデルを大規模なショッピングセンターに適用することで、避難誘導を行わない場合と比較して、2 割程度避難完了時間が短縮されることを確認した。

H24 年度は、これまで構築した避難計画モデルを南海地震発生時の大阪市での津波避難に適用すべく、道路ネットワークの GIS データを用いて、大規模なネットワークデータを整備した。さらに、大阪市の津波避難ビルの情報を GIS 上でマッピングし、ネットワークデータに関連づけた。また、近畿地方のパーストリップデータを私用して、大阪市内の任意の時空間での滞留人口を推定し、避難時の人口分布を見積もることができるようにした。また、避難計画モデルとは別に、ZDD, フロントティア法、逆探索法を用いて、建築のフロアプランの列挙による多様性評価手法と、避難所の地域割り当て問題に対する列挙による最適化手法を提案した。

さらに都市における避難計画の作成に関連する最適化問題である有向木詰込み問題に対しても、独立有向木の詰込み、双方向有向木の詰込み等の結果を得ることができた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 18 件)

A. Takizawa, M. Inoue and N. Katoh, An Emergency Evacuation Planning Model using the Universally Quickest Flow, The Review of Socionetwork Strategies, 6(1), pp.15-28, 2012.

瀧澤重志, 解説, 動的ネットワークによる避難モデルとマルチエージェントモデルの融合, 日本設計工学会誌 設計工学, 47(12), 566-572, 2012.

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa,

Rooted-tree decompositions with matroid constraints and infinitesimal rigidity of frameworks with boundaries. SIAM J. Discrete Math. 27, 155-185, 2013,

Yuya Higashikawa, Naoki Katoh, Stefan Langerman, Shin-ichi Tanigawa, Online graph exploration algorithms for cycles and trees by multiple searchers. To appear in J. Comb., Optim.

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, A rooted-forest partition with uniform vertex demand. J. Comb. Optim. 24 卷, 67-98, 2012, DOI 10.1007/s10878-010-9367-x

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, A proof of the Molecular conjecture. Discrete Comput. Geom, Vol45, 647-700, 2011.

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, On the infinitesimal rigidity of bar-and-slider frameworks. Proc. 20th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC09), LNCS 5878, 524-533, 2009.

Naoki Katoh, Makoto Ohsaki, Takuya Kinoshita, Shin-ichi Tanigawa, David Avis and Ileana Streinu, Enumeration of optimal pin-jointed bistable compliant mechanism, Structural and Multidisciplinary Optimization, 37 (6), 645-651, 2009

Hiro Ito, Shin-ichi Tanigawa and Yuichi Yoshida, Constant-time algorithms for sparsity matroids. Proc. 39th International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP 2012), LNCS7391, Proc. 39th International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP 2012), LNCS7391, 498-509, 2012

加藤直樹, 谷川眞一, 組合せ剛性理論に基づく構造物列挙, 電子情報通信学会誌, 95, 498-504, 2012

Andras Frank, Satoru Fujishige, Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, Independent Arborescences in Directed Graphs, Discrete Mathematics, 313(4), pp.453-459, 2013.

Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, Atsushi Takizawa, An Efficient Algorithm for the Evacuation Problem in a Certain Class of Networks with Uniform Path-Lengths, Discrete Applied Mathematics, 157(17), pp.3665-3677, 2009.

Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, and Atsushi Takizawa, Arc-disjoint In-trees in Directed Graphs, Combinatorica, 29 (2), 197-214, 2009

Kristof Berczi, Satoru Fujishige, Naoyuki Kamiyama, A Linear-Time Algorithm to Find a Pair of Arc-disjoint Spanning In-arborescence and Out-arborescence in a Directed Acyclic Graph, Information Processing Letters, 109(23-24), pp.1227-1231, 2009.

Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, A Polynomial-Time Algorithm for the Universally Quickest Transshipment Problem in a Certain Class of Dynamic Networks with Uniform Path-Lengths, Proc.20th International Symposium on Algorithms and Computation, Lecture Notes in Computer Science 5878, pp.802-811, 2009.

Naoyuki Kamiyama, Atsushi Takizawa, Naoki Katoh, Yuto Kawabata, Evaluation of Capacities of Refuges in Urban Areas by using Dynamic Network Flows, Proc. 8th International Symposium on Operations Research and Its Applications, pp.453-460, 2009.

N. Kamiyama, N. Katoh, Covering directed graphs by in-trees, J. Comb. Optim., 21 (1), 2-18, 2011

神山直之, 動的ネットワークフロー, 日本オペレーションズ・リサーチ学会誌, 56-1, 15-20, 2011

Yuya Higashikawa, Naoki Katoh, Online Vertex Exploration Problems in a Simple Polygon, IEICE Transactions on Information and Systems, E96-D, 489-497, 2012

〔学会発表〕(計 33 件)

N. Kamiyama, A. Takizawa, N. Katoh and Y. Kawabata, Evaluation of Capacities of Refuges in Urban Areas by using Dynamic Network Flows, The 8th International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA 2009), Zhangjiajie, China, 2009.9.20.

神山直之, 川端祐人, 加藤直樹, 瀧澤重志, 動的ネットワークフローを用いた避難所の収容人数の評価, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会, 長崎大学, 2009.9.9.

Masaki Inoue, Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, Atsushi Takizawa, and Koo Wonyong, The Multicover Problem in Graphs arising from Patrol Route Planning, International Symposium on Scheduling 2009 (ISS' 09), 名古屋工業大学, 2009

Naoyuki Kamiyama and Naoki Katoh, A Polynomial-Time Algorithm for the Universally Quickest Transshipment Problem in a Certain Class of Dynamic Networks with Uniform Path-Lengths, 20th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC' 09), Honolulu, Hawaii, USA, 2009

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, A Rooted-Forest Partition with Uniform Vertex Demand, WALCOM: Algorithms and Computation, 4th International Workshop, Dhaka, Bangladesh, 2009

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, On the Infinitesimal Rigidity of Bar-and-Slider Frameworks, 20th International Symposium on Algorithms and Computation, Honolulu, Hawaii, USA, 2009

Naoki Katoh, A Proof of the Molecular Conjecture, 20th International Symposium on Algorithms and Computation, Honolulu, Hawaii, USA, Honolulu, Hawaii, USA, 2009

Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa, A proof of the molecular conjecture, The 25th ACM Symposium on Computational Geometry, Aarhus, Denmark, 2009

加藤直樹, 谷川眞一, 一様点要求を満たす根

つき森分割と剛性理論への応用、電子情報通信学会コンピュータシミュレーション研究部会, COMP 2009-31、鳥取環境大学、2009

Naoki Katoh and Shin-ichi Tanigawa, A Proof of the Molecular Conjecture, The 6th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, Budapest Hungary, 2009

Y. Higashikawa, N. Katoh, S. Langerman, S. Tanigawa, Online Graph Exploration Algorithms for Cycles and Trees by Multiple Searchers, AAAC 2010, Pohang, 2010

N. Katoh, Infinitesimal rigidity of frameworks with external constraints, China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems (CJK-OSM6), 京都, 2010

Y. Higashikawa and N. Katoh, Online TSP in a simple polygon, The 5th Annual Meeting of the Asian Association for Algorithms and Computation (AAAC 2012), Shanghai, China, 2012

Y. Higashikawa and N. Katoh, Online exploration of all vertices in a simple polygon, The 6th International Frontiers of Algorithmics Workshop and The Eighth International Conference on Algorithmic Aspects of Information and Management (FAW-AAIM 2012), Beijing, China, 2012

Y. Higashikawa, N. Katoh and S. H. Hong, Online TSP in a Maximal 1-Plane Geometric Graph, The 15th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (WAAC 2012), Tokyo, Japan, 2012

Y. Higashikawa, N. Katoh and Y. Kobayashi, Enumerating Minimally Rigid Body-Hinge Graphs, Thai-Japan Joint Conference on Computational Geometry and Graphs (TJCCGG 2012), Bangkok, Thailand, 2012

N. Katoh, Combinatorial Rigidity: Theory, Algorithms and Applications, Basser Seminar, University of Sydney, 2010

谷川眞一, 構造物の組合せ剛性: 計数条件とグラフ分割, 第22回 RAMP シンポジウム, 名古屋大学, 2010

S. Tanigawa, Online graph exploration algorithms for cycles and trees by multiple numbers of searchers, The China-Japan Joint Conference on Computational Geometry, Graphs and Applications (CGGA 2010)、中国 大連、2010

S. Tanigawa, Infinitesimal rigidity of frameworks with external constraints, The China-Japan Joint Conference on Computational Geometry, Graphs and Applications (CGGA 2010)、中国 大連、2010

T. Okano, N. Katoh, A. Takizawa and Y. Yoshinaka, An Enumeration Algorithm of Minimally Rigid Graph Structure, Algode 2011, Tokyo, 2011.3.14

A. Takizawa, M. Inoue, and N. Katoh, An Emergency Evacuation Planning Model using the Universally Quickest Flow, The 10th International Symposium on Operations Research and its Applications in engineering, technology and management (ISORA 2011), Dunhuang, China, 2011.8.28

瀧澤重志, 加藤直樹, 緊急避難行動の動的ネットワークフローモデルとその応用, スケジューリング・シンポジウム 2012, 成蹊大学, 2012.9.30

吉仲祐史, 加藤直樹, 神山直之, 組合せ剛性理論に基づく冗長性を有する剛堅な2次元フレームワークの生成手法、情報処理学会アルゴリズム研究会 研究報告、信州大学 松本キャンパス 旭会館、2012

Seok-Hee Hong, Naoki Katoh, Sheung-Hung Poon and Shin-Ichi Tanigawa, On the Edge Crossing Properties of Euclidean Minimum Weight Laman Graphs, The 4th Annual Meeting of the Asian Association for Algorithms and Computation, HsinChu, Taiwan, 2011

神山直之, 有向木の詰め込みの歴史と最近の進展, 第21回 RAMP シンポジウム, 2009.

神山直之, 動的ネットワークフロー概論, 日本オペレーションズ・リサーチ学会関西支部講演会, 2011.

神山直之, 最速輸送問題, 京都大学数理解析研究所研究集会共同研究「組合せ最適化セミナー」, 2012.

[図書] (計5件)

N. Katoh, Akiyoshi Shioura and T. Ibaraki, Resource Allocation Problems, Handbook of Combinatorial Optimization, 2nd edition (D.-Z. Du and P.M. Pardalos Eds.), Kluwer Academic Publishers, forthcoming, 2012.

N. Katoh and A. Takizawa: Emerging Pattern Based Analysis of Crime Spots and Rental Price, in G. Dong and J. Bailey eds. Contrast Data Mining: Concepts, Algorithms and Applications, Chapman & Hall/CRC, forthcoming, 2012. (分担執筆)

日本建築学会編 「建築のデザイン科学」、京都大学学術出版会、2012.5.  
(分担執筆) (著者、渡辺俊、藤井晴行、大崎純、位寄和久、岩田伸一郎、長坂一郎、川角典弘、加藤直樹、大西 康伸)

加藤直樹, 瀧澤重志, 2.18 最適化する, 日本建築学会編 建築・都市計画のための調査・分析方法 (改訂版), 井上書院, 248-253, 2012

Naoki Katoh, Combinatorial Optimization Algorithms in Resource Allocation Problems, Encyclopedia of Optimization, 4826, 2009

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

加藤直樹 (KATOH NAOKI) 京都大学・大学院工学研究科・教授 研究者番号: 40145826

### (2) 研究分担者

瀧澤重志 (TAKIZAWA ATSUSHI) 京都大学・大学院工学研究科・助教 研究者番号: 40304133

具源龍 (KOO WON YONG) 南山大学・数理解析研究センター・客員研究員 (2009年度のみ) 研究者番号: 20534754

神山直之 (KAMIYAMA NAOYUKI)  
中央大学・理工学部・助教 (2009年度~2011年度) 九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授 (2012年度)  
研究者番号: 10548134

谷川真一 (TANIGAWA SHINICHI) 京都大学・数理解析研究所・助教 (2012年度)  
研究者番号: 30623540