

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 30 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2009～2013

課題番号：21300091

研究課題名(和文)階層構造を持つ最適化問題の解明と信号処理工学への応用

研究課題名(英文)The hierarchical optimization problem and its related topics

研究代表者

山田 功 (Isao, Yamada)

東京工業大学・理工学研究科・教授

研究者番号：50230446

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円、(間接経費) 4,080,000円

研究成果の概要(和文)：「階層構造を持つ最適化問題とその周辺」の諸問題について様々な検討を行った。「階層構造を持つ凸最適化問題」に対しては、1層目の最適化問題の目的関数が、必ずしも微分可能でない場合にも、2層目の目的関数にMoreau正則化を適用することで、ハイブリッド最急降下法が適用可能となり、多くの問題が見通しよく解決できることを明らかにした。その過程で非可微分凸関数最適化問題の応用として、近接写像を用いた疎情報適応学習やテンソル補間問題のアルゴリズムを開発した。非凸最適化の例として、平均2乗誤差の不偏推定値に基づく低階数最小分散擬似不偏推定法の最適ランクの決定問題、一般化固有値ベクトルの最良近似問題を検討した。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we have tackled the hierarchical optimization problem and its related topics. In the 1st part, motivated by recent elegant characterizations of the solution sets of convex optimization problems as the fixed point sets of computable nonexpansive mappings, we present an algorithmic selection of an optimal point in the solution set of a convex optimization problem based on the hybrid steepest descent method and the Moreau regularization. In the process, we also developed proximal type algorithms for the sparsity aware adaptive learning problems, convex optimization algorithms for the tensor completion problems. In the 2nd part, we tackled mainly case studies of the hierarchical nonconvex optimization problems. These include, e.g., the optimal rank selection of the minimum-variance pseudo-unbiased reduced-rank estimator (MV-PURE) for ill-conditioned linear inverse problems, and the generalized eigenvalue problem for efficient adaptive subspace extraction.

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：階層構造を持つ最適化問題 ハイブリッド最急降下法 モローの正則化 疎情報適応学習アルゴリズム
テンソル補間アルゴリズム 低階数最小分散擬似不偏法 ランク選択問題 一般化固有値問題

1. 研究開始当初の背景

信号処理工学は「ガウスの最小2乗推定法」を源流としており「与えられた条件下で所望情報の最良近似を達成すること」を至上命題としてきた。申請者は「従来の信号処理工学には与えられた多様な情報の優先順位を正確に反映させる方法が確立されていない」ことに注目し、多くのケーススタディで『階層構造を持つ最適化問題』として最良近似を試みた結果、情報の優先順位が正確に反映され、“所望情報の推定精度”が極めて効果的に改善されることを発見していた。

2. 研究の目的

本研究では次世代信号処理工学を支える指導原理として「信号処理問題を『階層構造を持つ最適化問題』としてモデル化する方針」を提唱するとともにこの問題に対する見通しのよい解法を与え、その成果を一般原理とする汎用性の高い強力な新信号処理方式を開発することを目的としている。言い換えると、報告者のグループが1995年以来、数多くのケーススタディを通じて積み重ねてきた知見を整理・統合し、次世代信号処理のパラダイムとして集大成するプロジェクトと位置付けている。「階層構造を持つ最適化問題」とは、以下のような2ステージからなる最適化問題の総称である。まず、第1ステージの「制約条件付き最適化問題1」の解の集合 S (とよぶ)が空でない状況を仮定する(一般に最適化問題の解は一意に決まらない)。第2ステージの「制約条件付き最適化問題2」では、第1ステージの最適化問題の全ての解の集合 S を「第2ステージの制約集合」とみなし、集合 S 上で新たに用意された第2の目的関数の最小化が要請されるのである。この問題は最適化理論でも殆ど未検討の難問であるが、「所望情報の推定精度」が著しく改善されることを発見している。

3. 研究の方法

A. 凸最適化の場合

ヒルベルト空間上に定義された「階層構造を持つ最適化問題」の第1層目と2層目が共に凸最適化問題であるときには1層目の最適化問題の解集合を非拡大写像の不動点集合として特徴付ける方針が有効である。2層目の目的関数がヒルベルト空間のノルムで与えられる場合には、「拡張されたHaugazeouのアルゴリズム」を用いたアルゴリズムが適用できる。逆問題に登場する凸関数は下連続な真凸関数(Proper lower semi-continuous convex function)が広く利用されている状況にあるため、拡張されたHaugazeouのアルゴリズムを基本アルゴリズムに使う方針は応用を著しく制限してしまう。一方、下連続な真凸関数の中で、劣微分のレゾルベントが

計算できるクラスの凸関数が広く逆問題に採用され有効性が確認されている。劣微分のレゾルベントが計算できるクラスの凸関数はリプシッツ連続な勾配を持つ滑らかな凸関数(Moreau Envelope)によって任意の精度で近似できることが知られている。この事実は、ハイブリッド最急降下法をMoreau Envelopeに応用する方針が有効であることを示している。最適化問題の解集合を非拡大写像の不動点集合として特徴付ける方針はスパースな情報ベクトルのオンライン学習問題を考える上でも有効である。関連研究として、この問題にも取り組んだ。

B. 非凸最適化の場合

代数的連続位相復元を基盤とし、位相推定問題を「階層構造を持つ最適化問題」として定式化するための準備として、数値的不安定性の解消など、いくつかの重要な課題に取り組んだ。

4. 研究成果

次節(「主な発表論文等」)に見られるように本研究プロジェクトでは極めて多くの研究成果を挙げることができた。特に代表的な成果に絞って説明する。

A. オンライン部分空間追跡問題に対する研究成果

(i) 時々刻々変化する2つの「自己相関行列の推定値」の一般固有部分空間を適応学習する適応問題に対して、低計算量で高速で安定した収束性能を備えた「一般固有部分空間追跡アルゴリズム」が待望されている。ところが、これまでに提案されていたアルゴリズムの多くは収束を保証するステップサイズの範囲すら未解明であり、精密な収束解析が確立されていなかった。本研究ではNormalized PASTアルゴリズムと呼ばれる代表的な「一般固有部分空間追跡アルゴリズム」に注目し、そのDeterministic Discrete Timeモデルに対する精密な収束解析を与えることに成功している。その結果、収束が保証されるステップサイズの範囲が明らかとなり、収束速度を高めるステップサイズ、安定な定常特性を実現するステップサイズなどの重要な設計指針を得ることができた(論文と)。一般固有部分空間は一般化Rayley商の非凸最小化問題の解集合であり、Normalized PASTアルゴリズムの収束値は初期値から一般固有部分空間上への直交射影となっているため、Normalized PASTアルゴリズムは階層構造を持つ非凸最適化問題の解法の一例になっている。

(ii) MollerとAxelは、標準的な N 次元固有値問題が $N+1$ 次元空間に定義されたある種の非凸関数の停留点を求める問題に帰着できることを示すと同時に、準ニュートン法

のアイデアを利用してこの停留点を逐次近似するアルゴリズムを提案していた(2004)。このアルゴリズムに精密な収束解析がないが、数値例はこのアルゴリズムの優れた収束性能を示唆している。本研究では、Moller と Axel のアイデアを一般固有値問題に拡張するとともに、準ニュートン法に正規化操作を加えた 2 種類の Adaptive Normalized Quasi-Newton アルゴリズムを提案し、それらの Deterministic Discrete Time モデルに対する精密な収束解析を与えることに成功している(論文)。その結果、提案アルゴリズムが従来のアルゴリズムに比べて優れた安定性と高速な収束性能を各々備えていることが明らかとなった。

B. 分離型近接写像による画像成分の分解問題への応用

単一画像を構造成分 (Cartoon) とテクスチャ成分 (Texture) に分離する問題は、画像解析・復元・認識等に極めて重要な課題であり、多くの方法が提案されてきたが、テクスチャ成分の複雑で多様な性質を特徴付けることは困難であり、決定打を欠く状況が続いていた。本研究では、局所的なテクスチャ成分は「適切な回転を経た後に低ランク行列で良好に近似可能」であることに着目し、テクスチャ成分を特徴付ける関数として「ブロック核ノルム」を提案している(論文)。本研究では、成分分離問題にブロック核ノルムを使い、制約付き凸最適化問題として定式化し、これを ADMM(Alternating Direction Method of Multiplier)を用いて解くことを提案している。数値実験の結果から、提案法によって従来の手法が苦手としていた「輪郭・エッジ成分とテクスチャ成分の分離」がほぼ理想的なレベルで達成できることを確認している。論文 ではカープレットを用いる方法を提案しており、2014 年度の電子情報通信学会論文賞の受賞が決定している。

C. 「代数的連続位相復元法」の一般化と数値的安定化に関する研究

代数的連続位相復元法(Yamada et al 1998)と、関数データ解析のアイデアを融合することにより、位相アンラップが鍵となっている多くの信号処理問題(SAR, SAS, MRI, 物体の形状推定)に広く応用することが可能となる。本研究では、代数的連続位相復元アルゴリズムの関数の極値分布情報決定への応用、数値的不安定性の解消、2次元位相アンラップの一意決定性の条件の解明など多くの進捗があった(論文 と論文)。

D. Cayley-Dickson 数で表現された線形システムの代数的性質とオンライン学習への応用

Cayley-Dickson 数は、実数、複素数、四元数(Quaternion)、八元数(Octonion)、16元数(Sedenion)など代表的な超複素数を含む体系として知られており、最近、四元数や八元数を信号処理や機械学習に利用するための研究が世界中で盛んにおこなわれるようになった。ところが、四元数以上の超複素数では乗法演算の交換則が成立せず、八元数以上では乗法演算の結合則も成立しなくなるため、超複素数を利用した高度な最適化や学習アルゴリズムを構築するには大きな困難が立ちだかっていた。本研究では、Cayley-Dickson 数で記述されたシステムを見通しよく、解析・設計したり、強力な学習・最適化アルゴリズムを実現するために、実数のみを用いた等価なシステムに翻訳する代数的な方法を世界ではじめて開発することに成功している。提案法は 2 種類の重要な同型写像を用いて構成することが可能なため、それらの代数的性質を数多く解明している。さらに、信号処理や機械学習への応用に狙いを定め、Cayley-Dickson 数の領域で適応射影劣勾配法とこれを用いたオンライン型の非線形カーネル学習アルゴリズムを実現している(論文)。

E. 準非拡大写像の不動点集合上の凸関数最小化

準非拡大写像の不動点集合上で凸関数を最小化する問題にハイブリッド最急降下法を応用するアイデアを周辺の数学的事実とともに体系的に示すことに成功している(25は、不動点理論の逆問題への応用に関する国際研究集会での招待講演の成果をまとめた論文であり、査読を経た後、専門書の Book Chapter として出版されている。学会発表 と学会発表 はこれに関連するいくつかの新たな研究成果に関する招待講演である)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 25 件)(すべて査読有)

Shunsuke Ono, Takamichi Miyata, Isao Yamada. Cartoon-Texture Image Decomposition Using Blockwise Low-Rank Texture Characterization, IEEE Transactions on Image Processing, vol. 23, no. 3, pp. 1128-1142, Mar. 2014.

Takehiko Mizoguchi, Isao Yamada. An Algebraic Translation of Cayley-Dickson Linear Systems and Its Applications to Online Learning, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 6, pp.

1438-1453, Mar. 2014.
Tomasz Piotrowski, Isao Yamada. Performance of the stochastic MV-PURE estimator in highly noisy settings, Journal of the Franklin Institute, (accepted for publication), 2014.
Wemer M. Wee, Isao Yamada. Tracking Analysis of Adaptive Filters with Data Normalization and Error Nonlinearities, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E96-A, no. 11, pp. 2198-2208, Nov. 2013.
Hiroki Kuroda, Shunsuke Ono, Masao Yamagishi, Isao Yamada. Exploiting Group Sparsity in Nonlinear Acoustic Echo Cancellation by Adaptive Proximal Forward-Backward Splitting, IEICE Transactions on Fundamentals, vol. E96-A, no. 10, pp. 1918-1927, Oct. 2013.
Tuan Duong Nguyen, Isao Yamada. Necessary and Sufficient Conditions for Convergence of The DDT Systems of The Normalized PAST Algorithms, Signal Processing, Elsevier, vol. 94, pp. 288-299, Jul. 2013.
Daichi Kitahara, Isao Yamada. Algebraic phase unwrapping along the real axis - Extensions and Stabilizations, Multidimensional systems and signal processing, (published online), Apr. 2013.
Tuan Duong Nguyen, Noriyuki Takahashi, Isao Yamada. An Adaptive Extraction of Generalized Eigensubspace by Using Exact Nested Orthogonal Complement Structure, Multidimensional Systems and Signal Processing, vol. 23, no. 3, pp. 457-483 (accepted for publication : Dec 8, 2011), Mar. 2013.
Tuan Duong Nguyen, Isao Yamada. Adaptive Normalized Quasi-Newton Algorithms for Extraction of Generalized Eigen-pairs and Their Convergence Analysis, IEEE Transactions on Signal Processing, pp. 1404-1418, Mar. 2013.
Tuan Duong Nguyen, Isao Yamada. A Unified Convergence Analysis of Normalized PAST Algorithms for Estimating Principal and Minor Components, Signal Processing, vol. 93, no. 1, pp. 176-184, Jan. 2013.
Shunsuke Ono, Takamichi Miyata, Isao Yamada, Katsunori Yamaoka. Image Recovery by Decomposition with

Component-wise Regularization, IEICE Transactions on Fundamentals, vol. 95-A, no. 12, pp. 2470-2478, Dec. 2012.
Masao Yamagishi, Isao Yamada. Overrelaxation of the fast iterative shrinkage-thresholding algorithm with variable stepsize, Inverse Problems, IOP Science, vol. 27, 15pp, Oct. 2011.
Masahiro Yukawa, Isao Yamada. Set-theoretic adaptive filtering based on data-driven sparsification, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, John Wiley & Sons, vol. 25, pp. 707-722, Mar. 2011.
Isao Yamada, Kazuhiro Oguchi. High-Resolution Estimation of the Directions-of-Arrival Distribution by Algebraic Phase Unwrapping Algorithms, Multidimensional Systems and Signal Processing, Springer, vol. 22, no. 1-3, pp. 191-211, Mar. 2011.
Silvia Gandy, Ben Recht, Isao Yamada. Tensor completion and low-n-rank tensor recovery via convex optimization, Inverse Problems, IOP Science, vol. 27, 19pp, 2011.
Silvia Gandy, Isao Yamada. Convex Optimization Techniques for the Efficient Recovery of a Sparsely Corrupted Low-rank Matrix, Journal of Math-for-Industry, volume JMI2010B, pp. 147-156, Oct. 2010.
Noriyuki Takahashi, Isao Yamada, Ali Sayed. Diffusion Least-Mean Squares With Adaptive Combiners: Formulation and Performance Analysis, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 58, no. 9, pp. 4795 - 4810, Sep. 2010.
Masahiro Yukawa, Konstantinos Slavakis, Isao Yamada. Multi-domain Adaptive Learning Based on Feasibility Splitting and Adaptive Projected Subgradient Method, IEICE Transactions on Fundamentals, vol. E93-A, no. 2, pp. 456-466, Feb. 2010.
Masahiro Yukawa, Isao Yamada. A Unified View of Adaptive Variable-metric Projection Algorithms, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2009, Article ID 589260, pp. 1-13, Feb. 2010.
山田功. 最適化と信号処理(後編) ~ 低階数最小分散擬似不偏推定法 ~ (招待解説論文), 映像情報メディア学会誌, vol. 63, no. 9, pp. 1207-1212, Sep. 2009.
② Noriyuki Takahashi, Isao Yamada.

Steady-state mean-square performance analysis of a relaxed set-membership NLMS algorithm by the energy conservation argument, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 9, pp. 3361-3372, Sep. 2009.

- ⑳ 山田 功. 最適化と信号処理 (前編) ~ 射影勾配法の二つの一般化 ~ (招待解説論文), 映像情報メディア学会誌, vol. 63, no. 8, pp. 1088-1093, Aug. 2009.
- ㉑ Tomasz Piotrowski, Renato Cavalcante, Isao Yamada. Stochastic MV-PURE Estimator--Robust Reduced-Rank Estimator for Stochastic Linear Model, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 4, pp. 1293-1303, Apr. 2009.
- ㉒ Renato CAVALCANTE, Isao Yamada. A flexible peak-to-average power ratio reduction scheme for OFDM systems by the adaptive projected subgradient method, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 4, pp. 1456-1468, Apr. 2009.
- ㉓ Isao Yamada, Masahiro Yukawa, Masao Yamagishi, Minimizing the Moreau Envelope of Nonsmooth Convex Functions over the Fixed Point Set of Certain Quasi-Nonexpansive Mappings, pp.345-390, Chapter 17, In: Fixed Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering (Bauschke, Burachik, Combettes, Elser, Luke, Wolkowicz, eds.), Springer-Verlag, 2011.

[学会発表] (計3件:すべて招待講演)

Isao Yamada. Hierarchical Optimizations for Certain Inverse Problems in Image and Signal Processing, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum (TSIMF) on Structured Preconditioning and Iterative Methods with Applications, Abstracts of Tsinghua Sanya International Mathematics Forum (TSIMF) on Structured Preconditioning and Iterative Methods with Applications, Mar. 2014

小野 峻佑, 山岸昌夫, 山田 功. 画像解析・処理のための凸最適化 ~ 核ノルムの応用事例を中心として ~, 電子情報通信学会 パターン認識・メディア理解研究会 (PRMU), 電子情報通信学会技術研究報告, vol. 113, no. 431, pp. 147-147, Feb. 2014.

Isao Yamada, Shunsuke Ono. Signal Recovery by Minimizing the Moreau Envelope Over the Fixed Point Set of Nonexpansive Mappings, European Signal Processing Conference (EUSIPCO) 2013, Proceedings of EUSIPCO2013, Sep. 2013. 査読有

[その他]
ホームページ等
<http://www.sp.ss.titech.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 功 (YAMADA, Isao)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 50230446

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし