

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 21 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21300290

研究課題名（和文） 中・高等学校の連携を通して数学的リテラシーを育成する授業の開発と評価

研究課題名（英文） Developing and Assessing Lessons for Mathematical Literacy in Secondary School

研究代表者

大谷 実（OHTANI MINORU）

金沢大学・学校教育系・教授

研究者番号：50241758

研究成果の概要（和文）：中等教育段階において数学的リテラシーを育成する授業モデルを開発し、その有効性について評価を行った。数学的活動の主要な構成部分である「数学化」に着目し、概念獲得場面での数学化と概念活用場面での数学化のバランスのとれた授業モデルを提案した。そして、提案されたモデルに基づき、関数領域における教授実験を実施し、質的・量的データの分析を通して、生徒のリテラシーに及ぼす効果を分析した。このことにより、リテラシーを育成する授業モデルの開発とその有効性を評価することができた。

研究成果の概要（英文）：A model of mathematical lesson was developed and assessed, which fosters mathematical literacy for secondary students. The model consists of dual aspects of mathematizing: conceptual mathematizing and applied mathematizing. As a reification of theoretical model, the topic of function was chosen. An analysis of qualitative and quantitative data from experimental teaching shows the effectiveness of the model.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,900,000	570,000	2,470,000
2010年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2011年度	1,700,000	510,000	2,210,000
年度			
年度			
総計	5,600,000	1,680,000	7,280,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，科学教育

キーワード：数学的リテラシー，中高連携，授業開発，授業評価

1. 研究開始当初の背景

現代の高度情報化社会・知識基盤社会において生きる力を育むために、すべての人々のための科学的リテラシーの育成が課題となっている。現代社会において、リテラシーの意味は、産業基盤社会に参加するための識字や一部の人々の教養から、すべての人が生涯にわたりもつべき「智」として、その意味内容が再検討されている。学校教育においては、

たとえば、経済協力開発機構（OECD）による生徒の学習到達度調査（PISA）2003年調査において、15歳児を対象として、成人として成功裏に社会に参画する資質として、読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシーの3分野における学習到達度が調査されている。また、教育基本法・学校教育法の改正のもとで、中央教育審議会答申に基づく『学習指導要領』の改訂により、知識基盤社会における生

きる力の育成をめざした教育課程の基準が告示された。さらに視野を広げると、日本学術会議は、『21世紀を豊かに生きるための科学技術の智プロジェクト』を組織し、現代社会における科学技術の意義を問い直し、リテラシーの育成を謳っている。諸外国に目を向けると、米国の科学技術振興協会(AAAS)では、『プロジェクト2061 すべてのアメリカ人のための科学』において、高等学校終了後に備えているべき科学的リテラシーについて根本的な議論を行い、生涯にわたる智の在り方について提言を行っている。かくして、中等教育段階での数学的リテラシーの育成は、今日の教育の焦眉の課題となっている。こうした世界的な動向に即応し、我が国では、日本数学教育学会の学会誌『数学教育』において「数学的リテラシー特集号」が生まれ、日本科学教育学会第32回年会では科学的リテラシーに関するシンポジウムが組織されている。科学研究費においても、静岡大学大学院の長崎栄三氏が、「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」を組織し、数学教育における数学的リテラシーの理論的位置づけ、その構成要素、様相モデル等の解明に取り組んでいる。

2. 研究の目的

本研究では、科学的リテラシーの基礎をなす数学的リテラシーのこれまでの研究成果をふまえ、特に、中・高等学校の連携を通して、数学的リテラシーを首尾一貫して育成する授業の開発と評価を行い、生涯学習社会の基盤となる中等教育段階における数学的リテラシー育成の実践的な授業モデルを提供することを目的とした。

この目的に対して、本研究では、中・高等学校の数学科教師と大学の数学教育の研究者が協働し、「関数」と「資料の活用」領域に焦点を当て、授業開発と評価を行った。「関数」と「資料の活用」領域は、改訂『学習指導要領(中学校数学科)』で新設された領域であり、高等学校で導入が見込まれる『数学活用』や「課題学習」とも関連すると思われるからである。「関数」と「資料の活用」領域は、その性格から知識基盤社会において不可欠な領域であるといえる。本研究では、授業開発と評価の三つの局面(意図された・実施された・達成された授業)に対応して、次のような相互に関連する三つの達成目標を設定した。(ア)リテラシーに関する従来のプロジェクトから得られた知見に基づき、「関数」と「資料の活用」領域に焦点をあて、中・高の連携を配慮した教材を開発すること。(イ)中・高の連携による首尾一貫した授業の開発のために、両校の教員と大学教員が創発的・互恵的に協働すること。(ウ)「関数」

と「資料の活用」領域に関する授業実践を評価し、モデル授業を提案することである。

3. 研究の方法

本研究の目的を達成するために、公立中学校数学科教員(2名)、高等学校数学科教員(1名)、大学教員(1名)からなる研究プロジェクトチームを組織し、月1回の定例研究会を開催した。平成21年度は主として教材開発を、平成22年度は主として授業設計と実施を、そして、平成23年度は授業評価を行い、最終的にモデル授業の提案を行った。

平成21年度は、研究目的に示された3つの課題の(ア)、そして(イ)の一部について、その解決を試みた。すなわち、これまでのプロジェクトから得られた知見に基づき、「関数」と「資料の活用」領域に焦点をあて、中・高の連携を配慮した教材を開発した。また、中・高にわたる首尾一貫した授業開発のために、両校の教員と大学教員が協働して研究授業を組織した。これに関しては、次の4つの下位課題に取り組んだ。(a)数学的リテラシーに関する内外の知見を整理すること、(b)先進国の教科書等における「関数」と「資料の活用」の取り扱いについて調査すること、(c)「関数」と「資料の活用」領域の教材開発を行うこと、そして、(d)「関数」と「資料の活用」領域の授業設計と試行である。

(a)に関しては、OECD・PISA調査、『学習指導要領』に関する著作、『科学技術の智プロジェクト』報告書、『プロジェクト2061』報告書、日本数学教育学会、科学教育学会等の論文、長崎栄三氏による科研からの知見を整理し、数学的リテラシーに関する基本的な枠組みを構成した。(b)に関しては、(a)に関する資料が国家レベルの資料であるため、具体的な教材開発のために、先進国(米国、オランダ)の教科書分析を行った。調査した教科書は、オランダの『現代数学(Moderne Wiskunde)』と米国の『文脈に埋め込まれた数学(Mathematics in Context)』および『文脈に埋め込まれた現代数学(Contemporary Mathematic in Context)』である。また、先進国の現地調査に関しては、オランダと米国を訪問した。研究代表者は、長年の共同研究者であるオランダのフロイデンタール研究所のトム・ホーリス(Tom Goris)研究員を、米国ではコロンビア大学教育学部のアレクサンダー・カープ(Alexander Karp)准教授をそれぞれ訪問した。

(c)に関しては、「関数」と「資料の活用」に関して、中・高それぞれ2つ、計4つの単元で教材を開発した。中学校では、「関数」に関しては日常生活や社会への応用を視野に入れて第2学年の「一次関数」、第3学年の「いろいろな関数」を。「資料の活用」に関しては、新しく導入された第1学年の「代

表値とヒストグラム」, 第3学年の「標本調査」で開発を行った。高等学校では, 本研究申請時では改訂『指導要領』が告示されていなかったが, 本課題採択後, 『指導要領』が告示された。「関数」に関しては「対数関数」に関して教材開発を行い, 資料の活用に関しては教材開発を実施できなかった。試行授業は, 公立中学校と公立高等学校で実施した。(d) は, (イ) の課題に対応し, 本来は平成22年度に実験授業を行う予定であったが, その一部について試行授業を行い, 授業案の改善を重ねた。

平成22年度と23年度は, 平成21年度の試行を踏まえて, (イ) と (ウ) の課題に同時に取り組んだ。ここでは, 中・高にわたる首尾一貫した授業開発のために, 両校の教員と大学教員が協働し研究授業を組織し, 「関数」領域に限定して授業を実施し, 評価を行うことで, 有効な授業モデルを提案した。これに関しては, 次の3つの下位課題 (e), (f), (g) に取り組んだ。それらは, (e) 試行した授業の予備的分析と授業案の改善を行うこと, (f) VTR等を用いた授業実践の実施と記録ならびに授業実践のデータ処理を行うこと, (g) 質的研究法を用いた授業実践の分析と評価を行い, 授業モデルを提案することである。

(e) に関しては, 平成21年末に, (ア) の(a)から(d)の作業に基づき, 中学校と高等学校の連携を配慮した数学的リテラシーを育成する授業を4つの単元で授業を試行しており, その授業データの予備的分析を通して, 授業案の改善を行おこなった。(f) に関しては, 公立中学校の第2学年と公立高等学校の第2学年の各1クラスを研究対象として設定し, 改善された授業案に基づき, 実験授業を行った。平成22年度は中学校の授業を中心とし, 平成23年度は附属高校の授業を中心に行った。データ収集と分析の方法として, 授業の全般的相互行為が視野におさめられるよう, 教室の前方と後方にデジタルビデオカメラを各1台設置し, 後方のカメラは, 教師の活動をとらえ, 前方のカメラは児童・生徒の活動を記録した。研究授業の検討会では, 授業を録画・録音した映像・音声データを適宜活用して討議を行った。(g) に関しては, 両校の教員と大学教員が協働してデータ分析を行った。その際, 実際の授業過程の参与観察を通して得られた「関数」に関する教師と生徒の活動に関する質的データを, 数学的リテラシーの育成の視点から分析し, 中学校数学科と高等学校数学科の連携を通じた数学的リテラシーを首尾よく育成するための具体的改善事項を提言した。

4. 研究成果

本研究を通して, 数学的リテラシーを育成

する授業モデルに関して, 以下の3つの成果が得られた。

(1) 数学的リテラシーとして, 「現実的世界の数学化」と, 「数学世界の数学化」の2側面をバランスよく含むことの重要性を確認した。このことを踏まえ, 授業モデルには, 現実的文脈から数学的概念を習得する過程と習得した数学的概念を現実的文脈に応用する過程を含めた。さらに, 本モデルでは, オランダのフロイデンタール研究所元所長ヤン・デ・ランゲ (Jan de Lange) の理論を援用し, これら2つの過程をそれぞれ「概念的数学化」と「応用的数学科」と呼ぶ。

(2) 授業モデルを構成する2つの数学化のみでは, 数学的リテラシーを育成するには不十分である。すなわち, 2つの数学化の過程を橋渡しする過程が必要となる。本研究では, この橋渡しの過程を, 数学的モデルの機能の転回と呼んだ。概念的数学化におけるモデルは現実のモデルであり, 応用的数学化におけるモデルは数学のモデルである。本授業モデルは, モデルが現実のモデルから数学のモデルへと移行する過程を含めた。この過程は, 「創発的モデル化」における「モデル・オブ」から「モデル・フォア」へのモデルの機能の転回と見なすこともできる。本研究では, この機能の転回は, 「数学的道具の導かれた使用」によって可能になると考えた。以上の成果を図式的に表現すると次の図1のようになる。

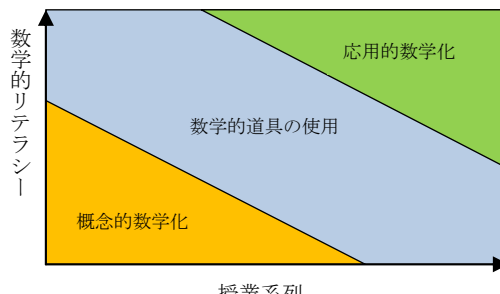


図1

関数の授業では, 概念的数学化において, 具体的な状況からスタートし, 数表・式・グラフを媒介として, 具体的な状況を表現する。その後, 数表, グラフ, 式が具体的な文脈から離れ, 数表, グラフ, 式自体を考察の対象となる。具体的な参照対象のない数表, グラフ, 式から見えてくる抽象的な特徴, すなわち関数の特徴が見出され, 数学的な用語の導入とともに, 数表, 式, グラフの特徴を説明させる。このような過程を経て, 応用的数学化の活動が可能となる。

(3) 数学的リテラシーを育成するための授業モデルの評価として, 本研究では, 高等学校における対数の授業に焦点を当てた。現在の高等学校で行われている数学科の授業モ

デルについて批判的に検討を行った。その結果、実世界に広く応用される関数が、実際の授業においては抽象的・数学的に指導されていることを確認した。それを踏まえて、高等学校で指導される関数に関して、日常や社会生活において広く応用されることを強調できる指数・対数関数に焦点を当て、数学的リテラシーに基づく授業モデルにもとづき、対数の単元を例として教授実験を行い、授業モデルの評価を行った。その際、次の2つの研究課題を設定し、その解決を試みた。一つは、高等学校数学科において概念獲得場面での数学化を充実させ、概念活用場面とのバランスのとれた数学的活動を行うこと、もう一つは、その単元構成を基に行った授業実践を分析し、数学の得意な生徒のみならず苦手な生徒に対しても有効な学びであることを明らかにすることである。前者の課題に関して、数学化を「概念的数学化」と「応用的数学化」に区別し、これらの数学化を意識した単元を対数を素材として授業開発を行った。後者の課題に関して、文系で数学を学ぶ生徒に対して開発した対数単元の授業を実践し、その効果を分析した。その際、生徒のこれまでの数学学習に対する得意・不得意のグループ間における学習の差異に注目しつつ、授業のデータを分析した。これにより、概念的数学化に基づく対数学習が、両グループの生徒に対して及ぼす効果の差異を検証し、さらに、概念的数学化の経験が、応用的数学化や単元全体の学習にどのような影響を及ぼすかも明らかにした。授業を受けた生徒の「声」の多角的な分析を通して、次の二点の結果を得た。一つは、概念的数学化を通して学ぶことは数学を苦手とする生徒の学びを促進する点で、概念的数学化は数学的リテラシーを育成する上で有効な数学的活動の一つであること。もう一つは、「概念的数学化」と「応用的数学化」をセットにして対数を学ぶことで、苦手生徒のみならず得意生徒に対しても対数概念を現実味をもって理解を深めることができることである。

今後は、資料の活用における授業データの分析を継続し、数学的リテラシーを育成するための授業モデルの有効性をさらに高めていきたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Ohtani, M., Teachers' learning and lesson study: Content, community, and context. 査読有. Proceedings of 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics

Education. vol.1, 2011, 63-66.

- ② Ohtani, M., Social organizations of decontextualized mathematical activity in classroom discourse: A Vygotskian perspective on context and agency. Proceedings of 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 査読有. vol.1, 2010, 218-221.
- ③ 大谷 実, オランダの算数・数学教科書, 査読無, 日本数学教育学会誌・算数教育, 92, 2010, 24-27.
- ④ Ohtani, M., In search of theoretical perspective on the "lesson study" in mathematics. 査読有. Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education. vol.1, 2009, 105-108.

[学会発表] (計6件)

- ① Ohtani, M., Under-represented Voices in a Japanese Mathematics Classroom : A Bakhtinian Perspective on Classroom Discourse, The European Conference on Educational Research, 2011.9.16., Freie Universität Berlin (Germany)
- ② Ohtani, M., Analysis of "Voice" in a Japanese Mathematics Classroom, 14th Biennial EARLI Conference for Research on Learning and Instruction, 2011.8.31, University of Exeter (UK).
- ③ Ohtani, M., Construction Zone for the Understanding of Simultaneous Equations, LPS December Conference, 2009年12月7日, University of Melbourne (Australia)
- ④ 大谷 実, 中学校数学科の教育課程: 改訂学習指導要領を中心に, 日本数学教育学会第42回数学教育論文発表会, 2009年11月7日, 静岡大学(静岡県).

[図書] (計3件)

- ① 大谷 実, ある熟練教師による一次関数の授業における数学的活動の社会的構成: 数表・式・グラフの導かれた使用を通して. 清水美憲(編著), 授業を科学する: 数学の授業への新しいアプローチ, 学文社, 2010, 135-156.
- ② 大谷 実, 認識論に基づく授業づくり, 日本数学教育学会(編), 数学教育研究ハンドブック, 東洋館, 2010, 182-194.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大谷 実 (OHTANI MINORU)

金沢大学・学校教育系・教授
研究者番号：50241758