

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 4 日現在

機関番号：12701

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2009～2012

課題番号：21340022

研究課題名（和文） グラフの再埋蔵を中心とした位相幾何学的グラフ理論の組織的研究

研究課題名（英文） Organized research on topological graph theory centered around re-embeddings of graphs

研究代表者

根上 生也 (NEGAMI SEIYA)

横浜国立大学・大学院環境情報研究院・教授

研究者番号：40164652

研究成果の概要（和文）： コンピュータ実験により，既公表のトーラス上の三角形分割のパネル構造の分類の不備を修正した．また，種数 2 の向き付け可能な閉曲面の三角形分割の再埋蔵で，基本的の複合と捉えられないものを発見した．再埋蔵理論の応用として，閉曲面上のグラフ内の独立な 2 辺が完全マッチングに拡張するために十分条件を与え，具体的な閉曲面に対して拡張不可能となる構造を特定した．また，閉曲面の三角形分割の識別数が有界となることを示し，射影平面やトーラスに対して具体的な上限を決定した．

研究成果の概要（英文）： By computer experiments, we fixed errors in the classification of panel structures on the torus already published, and found an example of re-embedding of a triangulation on the orientable closed surface of genus 2 that does not decompose into elementary parts. As applications of re-embedding theory, we gave a sufficient condition for two independent edges in a graph on a closed surface to extend to a perfect matching, and specified the structures on concrete surface forbidding such extension. We also showed the existence of an upper bound for the distinguishing numbers of triangulations on a closed surface and gave the least upper bounds for the projective plane and the torus.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2010 年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2011 年度	2,400,000	720,000	3,120,000
2012 年度	2,400,000	720,000	3,120,000
年度			
総計	9,400,000	2,820,000	12,220,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：離散数学，位相幾何学的グラフ理論，グラフの再埋蔵，閉曲面の三角形分割，平面被覆予想，トポロジー

1. 研究開始当初の背景

位相幾何学的グラフ理論には，1つのグラフが閉曲面上に異なる埋め込み（再埋蔵）を生成する仕組みを明らかにするという研究テーマがあり，閉曲面の三角形分割の再埋蔵

を制御する「パネル構造」の理論を構築されていた．パネル構造を分類するためには，既約三角形分割のリストが必要だが，閉曲面の種数が大きくなると，そのリストも手作業では決定不可能なほどに膨大なものになる．

その一方で、グラフの対称性を破壊する頂点着色の色数の最小値(識別数)を決定するという問題も盛んに研究されるようになっていた。そこで、閉曲面上のグラフの対称性を与える自己同型写像をその再埋蔵と捉えることで、再埋蔵理論と融合した研究が模索されるようになっていた。

2. 研究の目的

グラフの再埋蔵理論を発展させるために、与えられた閉曲面の既約三角形分割やパネル構造を自動生成するコンピュータ・プログラムを作成し、閉曲面上のグラフの再埋蔵が基本的な構造の複合形として与えられるのかどうかを検証する。その一方で、グラフの識別数など、グラフの再埋蔵構造との関連で定式化できる問題を創出し、位相幾何学的グラフ理論の手法によって解決する。

3. 研究の方法

閉曲面上の既約三角形分割やパネル構造を生成するための理論構築、システム設計、運用を段階的に行い、コンピュータ上でグラフの再埋蔵に関する様々な実験を行う。また、横浜国立大学のメンバーが中心となって毎年「位相幾何学的グラフ理論研究集会」を開催し、全国から集まる研究者とともに議論をし、位相幾何学的グラフ理論の手法が適用可能な問題を創出し、その解決を図っていく。

4. 研究成果

既約三角形分割の自動生成には至らなかったが、与えられた三角形分割のパネル構造を決定するプログラムを作成し、いくつかのコンピュータ実験を行った。それにより、すでに公表されていたトーラス上の三角形分割のパネル構造の分類が不完全であることを明らかにし、それを完全なものにした。また、種数2の向き付け可能な閉曲面の三角形分割の再埋蔵で、基本的な複合と捉えられないものを発見した。

グラフの再埋蔵理論の応用として、閉曲面上のグラフ内の独立な2辺が完全マッチングに拡張するための十分条件を与え、具体的な閉曲面に対して拡張不可能となる構造を特定した。また、閉曲面の三角形分割となるグラフの識別数が有界となることを示し、射影平面やトーラスに対して具体的な上限を決定した。その他にも多数の研究成果を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 42 件)

1. Seiya Negami, The distinguishing numbers of graphs on closed surfaces, *Discrete Math.* 312 (2012), no.5, 973-991. 査読有
2. Atsuhiko Nakamoto, Shoichi Tsuchiya, On geometrically realizable Mobius triangulations, *Discrete Math.* 312 (2012), no.14, 2135-2139. 査読有
3. Daniel Kral, Bojan Mohar, Atsuhiko Nakamoto, Ondrej Pangrac, Yusuke Suzuki, Coloring eulerian triangulations of the Klein bottle, *Graphs Combin.* 28 (2012), no.4, 499-530. 査読有
4. Atsuhiko Nakamoto, Yusuke Suzuki, Y-Rotation in k-minimal quadrangulations on the projective plane, *J. Graph Theory* 69 (2012) no. 3, 301-313. 査読有
5. Elad Horev, Matthew J. Katz, Roi Krakovski, Atsuhiko Nakamoto, Polychromatic 4-coloring of cubic bipartite plane graphs, *Discrete Math.* 312 (2012), no. 4, 715-719. 査読有
6. Atsuhiko Nakamoto, Katsuhiko Ota, Kenta Ozeki, Book embedding of toroidal bipartite graphs, *SIAM J. Discrete Math.* 26 (2012), no.2, 661-669. 査読有
7. Katsuhiko Ota, Kenta Ozeki, Spanning trees in 3-connected $K_{\{3,t\}}$ -minor-free graphs, *J. Combin. Theory, Ser. B*, 102 (2012) no. 5, 1179-1188. 査読有
8. Jun Fujisawa, Katsuhiko Ota, Maximal K_3 's and Hamiltonicity of 4-connected claw-free graphs, *J. Graph Theory*, 70 (2012), no. 1, 40-53. 査読有

9. Guantao Chen, Katsuhiko Ota, Akira Saito and Yi Zhao, Hamiltonian cycles with all small even chords, *Discrete Math.* 312 (2012), no. 6, 1226-1240. 査読有
10. Ken-ichi Kawarabayashi, Seiya Negami, Michael D. Plummer, Yusuke Suzuki, The 2-extendability of 5-connected graphs on surfaces with large representativity, *J Combin. Theory* 101 (2011), no. 4, 206-213. 査読有
11. Gasper Fijavz, Seiya Negami, Terukazu Sano, 3-Connected planar graphs are 5-distinguishing colorable with two exceptions, *Ars Math. Contempo.* 4 (2011), 165-175. 査読有
12. Yusuke Higuchi, Atsuhiko Nakamoto, Katsuhiko Ota, Tadashi Sakuma, N-flips in even triangulations on the torus and Dehn twists preserving monodromies, *Discrete Math.* 311 (2011), no. 13, 1128-1135. 査読有
13. Alexandre Boulch, Éric Colin de Verdière, Atsuhiko Nakamoto, Irreducible triangulations of surfaces with boundary, *Computing Research Repository* abs/1103.5, 2011. 査読有
14. Jun Fujisawa, Katsuhiko Ota, Kenta Ozeki, Gabriel Sueiro, Forbidden induced subgraphs for star-free graphs, *Discrete Math.* 311 (2011), no. 21, 2475-2484. 査読有
15. Hikoe Enomoto, Yukichika Ohnishi, Katsuhiko Ota, Spanning trees with bounded total excess, *Ars Combin.* 102 (2011), 289-295. 査読有
16. R. E. L. Aldred, Yoshimi Egawa, Jun Fujisawa, Katsuhiko Ota, Akira Saito, The existence of a 2-factor in $K_{\{1,n\}}$ -free graphs with large connectivity and large edge-connectivity, *J. Graph Theory*, 68 (2011), 77-89. 査読有
17. Katsuhiko Ota, Michael D. Plummer, Akira Saito, Forbidden triples for perfect matchings, *J. Graph Theory*, 67 (2011), no. 3, 250-259. 査読有
18. Yukichika Ohnishi, Katsuhiko Ota, Kenta Ozeki, A note on total excess of spanning trees, *AKCE Intern. J. Graphs Combin.* 8 (2011), no. 1, 97-103. 査読有
19. Guantao Chen, Yoshimi Egawa, Ken-ichi Kawarabayashi, Bojan Mohar, Katsuhiko Ota, Toughness of $K_{\{a,t\}}$ -minor-free graphs, *Elec. J. Combin.* 18 (2011), #148. 査読有
20. Norio Konno, Iwao Sato, On the relation between quantum walks and zeta functions, *Quantum Information Processing* (2011), 1-9. 査読有
21. Iwao Sato, New proofs for Levine's theorems, *Linear Algebra Appl.* 435 (2011), no. 5, 943-952. 査読有
22. Iwao Sato, Bartholdi zeta functions of periodic graphs, *Linear & Multilinear Algebra* 59 (2011), no. 1, 11-24. 査読有
23. Iwao Mizukai, Seiya Negami, Yusuke Suzuki, The 2-extendability of graphs on the projective plane, the torus and the Klein bottle, *Graphs Combin.* 26 (2010), no. 4, 549-557. 査読有
24. Seiya Negami, Yusuke Suzuki, The 2-extendability of 5-connected graphs on the Klein bottle, *Discrete Math.* 310 (2010), no. 19, 2510-2518. 査読有

25. Seiya Negami, Iwao Sato, Weighted zeta functions for quotients of regular coverings of graphs, *Advan. Math.* 225 (2010), no. 4, 1717–1738. 査読有
26. Seiya Negami, Susumu Sakurai, Distinguishing chromatic numbers of planar graphs, *Yokohama Math. J.* 55 (2010), 179–188. 査読有
27. Seiya Negami, Yoshiaki Hoshino, Designing and development of “gm for kids”, software assisting children to learn graph theory, *Proceedings of EARCOME5 Vol.2* (2010), 528–534. 査読有
28. Kazumasa Ishiguro, Seiya Negami, Yusuke Suzuki, Ko Yamamoto, No optimal 1-planar graph triangulates the non-orientable closed surface of genus 4, *Congressus Numerantium* 202 (2010), 25–31. 査読有
29. Terukazu Sano, Seiya Negami, The distinguishing chromatic numbers of triangulations on the projective plane, *Congressus Numerantium* 206 (2010), 131–137. 査読有
30. Yoshiaki Hoshino, Seiya Negami, Searching graphs that triangulate two different closed surfaces, *Congressus Numerantium* 206 (2010), 193–198. 査読有
31. Tatsuya Honjo, Ken-ichi Kawarabayashi, Atsuhiko Nakamoto, Dominating sets in triangulations on surfaces, *J. Graph Theory* 63 (2010), no. 1, 17–30. 査読有
32. Raiji Mukae, Atsuhiko Nakamoto, Yoshiaki Oda, Yusuke Suzuki, K_6 -Minors in triangulations on the non-orientable surface of genus 3, *Graphs Combin.* 26 (2010), no. 4, 559–570. 査読有
33. Katsuhiko Ota, Takeshi Sugiyama, Forbidden subgraphs and the existence of spanning k -trees, *Discrete Math.* 310 (2010), no. 24, 3506–3511. 査読有
34. Hirobumi Mizuno, Iwao Sato, Scattering matrices of regular coverings of graphs, *Discrete Math.* 310 (2010), no. 4, 782–791. 査読有
35. Hirobumi Mizuno, Iwao Sato, Weighted scattering matrices of regular coverings of graphs, *Linear & Multilinear Algebra* 58 (2010), no. 7, 927–940. 査読有
36. Tomoki Fukuda, Seiya Negami, The distinguishing numbers of 4-regular quadrangulations on the torus, *Yokohama Math. J.* 55, No.1 (2009), 47–70. 査読有
37. Aishanjiang Wusuying, Seiya Negami, Ko Yamamoto, The distinguishing numbers of 4-regular quadrangulations on the Klein bottle, *Yokohama Math. J.* 55, No.1 (2009), 71–92. 査読有
38. Atsuhiko Nakamoto, Yoshiaki Oda, Katsuhiko Ota, 3-trees with few vertices of degree 3 in circuit graphs, *Discrete Math.* 309 (2009), no. 4, 666–672. 査読有
39. Ken-ichi Kawarabayashi, Atsuhiko Nakamoto, Yusuke Suzuki, N -flips in even triangulations on surfaces, *J. Combin. Theory* 99 (2009), no. 1, 229–246. 査読有
40. Raiji Mukae, Atsuhiko Nakamoto, K_6 -minors in triangulations and complete

quadrangulations, J. Graph Theory 60 (2009), no. 4, 302-312. 査読有

41. Katsuhiro Ota, 3-Trees with a few vertices of degree 3 in circuit graphs, Discrete Math. 309 (2009), no. 4, 666-672. 査読有
42. Hirobumi Mizuno, Iwao Sato, A new Bartholdi zeta function of a digraph II, Discrete Math. 309 (2009), no. 10, 3197-3204. 査読有

[学会発表] (計 37 件)

1. Iwao Sato, Seiken Saito, On the weighted complexity of a group covering of a digraph, 4th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2012/11/28, Tokai University Pacific Center (米国)
2. Seiya Negami, Bipartite planar coverings and even embeddings of graphs on the projective plane, 4th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2012/11/28, Tokai University Pacific Center (米国)
3. Ryo Hazama, Katsuhiro Ota, Topological minor, chromatic number, and degree sequence, 4th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2012/11/27, Tokai University Pacific Center (米国)
4. Naoki Matsumoto, Ko Yamamoto, Diagonal transformations of pentangulations on the sphere, 4th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2012/11/27, Tokai University Pacific Center (米国)
5. Atsuhiko Nakamoto, 3-polychromatic quadrangulations on surfaces, 4th Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2012/11/27, Tokai University Pacific Center (米国)
6. 中本敦浩, 3-Polychromatic quadrangulations on surfaces, 第 24 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2012/11/18, 横浜国立大学
7. 佐藤 巖, A generalized Bartholdi zeta function for a hypergraph, 第 24 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2012/11/18, 横浜国立大学
8. 根上生也, 閉曲面に忠実に埋め込まれた多面体グラフの識別数, 第 24 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2012/11/17, 横浜国立大学
9. 根上生也, 閉曲面上の三角形分割の弛緩度の一般化, 離散数学とその応用研究集会 2012, 2012/8/10, 茨城大学
10. 佐藤 巖, 根上生也, Weighted zeta functions for quotients of regular coverings, 離散数学とその応用研究集会 2012, 2012/8/10, 茨城大学
11. Seiya Negami, Distinguishing chromatic numbers of graphs on surfaces, VIII Jornadas de Matematica Discreta y Algoritmica, 2012/7/11, Almeria (スペイン)
12. 根上生也, グラフの有限平面的被覆の有無の判定について, 1 日離散数学研究集会, 2012/6/23, 東京理科大学
13. 佐藤 巖, The weighted scattering matrix of a regular covering of a graph, 関西グラフ理論研究集会, 2012/3/8, 加計国際学術センター
14. 中本敦浩, トーラスの直交分割について, 関西グラフ理論研究集会, 2012/3/8, 加計国際学術センター
15. 太田克弘, 与えられた tree, forest を含むための最小次数条件, 関西グラフ理論研究集会, 2012/3/8, 加計国際学術センター
16. 根上生也, 平面被覆予想への新たなアプローチ, 関西グラフ理論研究集会, 2012/3/8, 加計国際学術センター
17. Seiya Negami, Around Planar Cover Conjecture, ATCAGC 2012, 2012/1/28, University of Oregon (米国)
18. Seiya Negami, Bounding the distinguishing chromatic numbers of graphs on surfaces, Joint Mathematics Meetings AMS Special Session, 2012/1/5, Hynes Convention Center, Boston (米国)
19. Seiya Negami, Grid drawings of graphs on the plane, JCDCG2011, 2011/11/29, 東海大学
20. 佐藤 巖, A new determinant expression of the zeta function for a hypergraph, 第 23 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2011/11/26, 横浜国立大学
21. 中本敦浩, Odd complete minors in even embeddings and their cycle parities, 第 23 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2011/11/26, 横浜国立大学
22. 根上生也, 閉曲面上のグラフの識別染色数の上界について, 第 23 回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2011/11/25, 横浜国立大学
23. Seiya Negami, Drawing of graphs in grid-location, Workshop on Geometrical Graph Theory, 2011/3/5, Seville

- (スペイン)
24. Jun Fujisawa, Atsuhiko Nakamoto, Kenta Ozeki, Hamiltonian cycles in bipartite toroidal graphs with a partite set of degree four vertices, 3rd Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2010/12/10, Tokai University Pacific Center (米国)
 25. Aishanjiang Wusuying, Seiya Negami and Ko Yamamoto, Distinguishing numbers of 4-regular quadrangulations on the Klein bottle, 3rd Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2010/12/8, Tokai University Pacific Center (米国)
 26. Katsuhiro Ota, Gabriel Sueiro, Forbidden induced subgraphs for toughness, 3rd Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2010/12/8, Tokai University Pacific Center (米国)
 27. Seiya Negami, Atsuhiko Nakamoto, Drawings of graphs in grid-location, 3rd Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2010/12/8, Tokai University Pacific Center (米国)
 28. Shuto Kakimoto, Katsuhiro Ota, Yoshiaki Oda, Kenta Ozeki, Acyclic edge colorings of planar graphs, 3rd Pacific Workshop on Discrete Mathematics, 2010/12/7, Tokai University Pacific Center (米国)
 29. 根上生也, グラフの格子点配置と四色問題, 第22回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2010/11/13, 横浜国立大学
 30. 佐藤 巖, Scattering matrices of regular coverings of graphs, 第22回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2010/11/12, 横浜国立大学
 31. 中本敦浩, Hamiltonian cycles in toroidal bipartite graphs, 第22回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2010/11/12, 横浜国立大学
 32. Yoshiaki Hosino, Seiya Negami, Searching graphs triangulating different surfaces, Forty-First Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing, 2010/3/9, Florida Atlantic University (米国)
 33. 佐藤 巖, Scattering matrix of a graph, 岡村治子先生退職記念研究集会, 2010/3/7, 甲南大学
 34. 中本敦浩, 2-Orientations of bipartite quadrangulations on the torus, 岡村治子先生退職記念研究集会, 2010/3/7, 甲南大学
 35. 根上生也, 平面的グラフの識別染色数, 岡村治子先生退職記念研究集会, 2010/3/6, 甲南大学
 36. 根上生也, 位相幾何学的グラフ理論のための gm standard, 第21回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2009/11/27, 横浜国立大学
 37. 佐藤 巖, Weighted Bartholdi zeta functions of digraphs, 第21回位相幾何学的グラフ理論研究集会, 2009/11/27, 横浜国立大学
- [その他]
1. 位相幾何学的グラフ理論研究拠点ホームページ <http://tgt.ynu.ac.jp>
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
根上 生也 (NEGAMI SEIYA)
横浜国立大学・大学院環境情報研究院
・教授
研究者番号: 40164652
 - (2) 研究分担者
中本 敦浩 (NAKAMOTO ATSUIRO)
横浜国立大学・大学院環境情報研究院
・准教授
研究者番号: 20314445
山本 光 (YAMAMOTO KO)
横浜国立大学・大学院環境情報研究院
・准教授
研究者番号: 00293168
 - (3) 連携研究者
太田 克弘 (OTA KATSUHIRO)
慶応義塾大学・理工学部・教授
研究者番号: 40213722
佐藤 巖 (SATO IWAO)
小山工業高等専門学校・一般科目・教授
研究者番号: 70154036