

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 18 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2009～2013

課題番号：21340049

研究課題名(和文) 物理的クォーク質量における有限温度・有限密度 QCD の格子研究

研究課題名(英文) Study of QCD at finite temperature and finite density on the lattice with physical quark masses

研究代表者

金谷 和至 (Kanaya, Kazuyuki)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：80214443

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 14,500,000 円、(間接経費) 4,350,000 円

研究成果の概要(和文)：有限温度・有限密度 QCD の相構造とクォーク物質の熱力学的性質を、ウィルソン型格子クォークを用いた格子 QCD のシミュレーションにより研究した。ウィルソン型格子クォークは、理論的厳密さが確立しているが、多くの計算機資源を要求するので、T-積分法による固定格子間隔アプローチやヒストグラム法などの様々な技術開発を行い、その実効性の検証を行った。それにより、ウィルソン型格子クォークを用いたものとしては初めての有限密度状態方程式の計算を、フレーバー数 2 の場合、及び、より現実的な 2 + 1 の場合に遂行した。また、静的クォーク間ポテンシャルや、クォークが重い場合の有限温度・有限密度相構造を研究した。

研究成果の概要(英文)：By numerical simulations of lattice QCD with Wilson-type lattice quarks, we studied the phase structure of QCD at finite temperatures and densities as well as thermodynamic properties of the quark matter. Wilson-type lattice quarks are theoretically sound, but require large computational costs. Therefore, we have developed several computational techniques including the fixed-scale approach armed by the T-integration method and the histogram method, and tested their efficiency. Applying these techniques, we have computed the equation of state in two and 2+1 flavor QCD, for the first time with Wilson-type quarks. We have also investigated the inter-quark potential of static quarks and the phase structure of QCD at finite temperatures and densities in the heavy-quark region.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：素粒子論 量子色力学 クォーク・グルオン・プラズマ 計算物理学 有限温度 有限密度 格子場の理論 臨界点

1. 研究開始当初の背景

クォークは通常、陽子、中性子などのハドロンに閉じこめられているが、約1兆度以上の超高温では溶け出して、クォーク・グルオン・プラズマ(QGP)状態と呼ばれる、人類がかつて経験したことのない物質の相に転移すると考えられている。QGPの性質の精密な理解は、初期宇宙の物質進化や物質創成メカニズムの解明への重要なステップである。その実験的検証に向けて大規模実験が精力的に進められているが、終状態に数千個以上の粒子を含む複雑な重イオン衝突実験データからQGP生成の明確な証拠とその熱力学特性を引き出すためには、格子QCDによるQCD第一原理からの理論計算が不可欠である。特に、QCDの相構造において、1次相転移の端の臨界点がどこにあるかは、重イオン衝突実験の結果を分析する上で基本的な情報である。しかし、相図の全体構造も細部も未だに確定しておらず、格子QCDの結果に関しても不定要素が残されていた。

2. 研究の目的

この研究の目的は、Wilson型格子クォークを用いたQCDにおいて、相構造や状態方程式の効率の良い計算手法を開発し、それにより、現実のクォーク質量に近い点で、有限密度クォーク物質の熱力学的特性を解明することである。

有限温度・有限密度の格子QCD研究は、現実に近いクォーク質量では、計算が楽なスタガード型格子クォークを用いた研究しか行われていない。しかし、スタガード型クォークには、理論の対称性がQCDと違っている、理論が非局所になる、などの未解決の困難がある。有限温度・有限密度の解析では、ユニバーサリティーやスケールリングが重要であり、スタガード型格子クォークのこれらの欠点は深刻な問題を孕んでいる。原理的問題が無いWilson型クォークの結果をスタガード型クォークの結果と比較することにより、格子による系統誤差をより精密に議論することができるようになる。

3. 研究の方法

研究方法としては、主に2つの手法を開発・検証し、QCDの研究に適用した。

(1) T -積分法に基づく固定格子間隔アプローチの改良とフルQCDへの展開

格子QCDにおいて、系の温度は、松原理論により、 $T = 1/(Nt a)$ で与えられる。ここで Nt は格子の虚時間方向の格子点数、 a は格子間隔を表す。通常は、 Nt を固定し、結合定数を等物理線上で変化させることで a を変化させて様々な温度を実現する。状態方程式は、圧力を理論のパラメータ空間内の積分として表す熱力学的公式により計算する(積分法)。この固定 Nt アプローチでは、それぞれの結合定数におけるくりこみ等のために、計

算時間の多くはゼロ温度の計算に費やされている。

固定格子間隔アプローチでは、 a を固定して(結合定数を固定して) Nt を変化させる。結合定数が固定されているので、全ての温度で等物理線上にあるという条件が自明に満たされ、くりこみのためのゼロ温度シミュレーションもその1点だけで十分である。他方、結合定数のパラメータ空間内の積分を行う通常の積分法は使えない。そこで、圧力を温度の積分として表現する別の熱力学的公式を用いることを考案した(T -積分法)。我々は、この研究の前に、クエンチ近似QCDで方法の有効性を確認した。この研究では、それをフルQCDに展開する。

(2) ヒストグラム法による1次相転移と臨界点の検出

1次相転移や臨界点の位置は現象論的に極めて重要である。観測量のヒストグラムや、その対数として定義される有効ポテンシャルは、そうした有限温度・有限密度相転移の性質や次数を判定するうえで、最も直感的な情報を含んでいる。しかし、系のパラメータ依存性を詳細に調べる必要があり、多くの点でシミュレーションを実行しなければならない。また、相転移近傍では、各点のシミュレーションコストも高くなる。特に有限密度シミュレーションは計算コストが高く、効率の良い方法の開発が重要である。

reweighting法は、系のパラメータ依存性を調べる上でも、統計的に難しい物理量の評価を改善する上でも、有効であるが、系の作用に現れる物理量に関するヒストグラムを必ず計算する。そこで、ヒストグラムの評価とreweighting法を組み合わせることにより、相転移を容易に判定できる「ヒストグラム法」を開発した。

4. 研究成果

(1) Wilson型クォークを用いた有限密度QCDの状態方程式と重クォーク自由エネルギー [Phys. Rev. D 82 (2010) 014508; Phys. Rev. D 81 (2010) 091501(R); 他]

この研究を開始した時点でWilson型クォークによる有限密度QCDの系統的研究は無かったため、 $N_f=2$ QCD(動的なクォークとして、縮退したu, dクォークのみを持つQCD)について有限密度の系統的シミュレーションを実行した。有限密度効果の評価には化学ポテンシャルに関するTaylor展開法を用いたが、従来の方法だけでは誤差を十分抑えられない物理量がいくつか有ることがわかったので、reweighting法などを併用し、加えて、有限密度の複素位相部分をガウス関数でフィットしてシグナルを改善した。その結果、統計ゆらぎをある程度抑えることに成功し、Wilson型クォークとして初めて、状態方程式やクォーク数密度揺らぎの化学ポテ

ンシャル依存性を計算した。密度ゼロ（化学ポテンシャル=ゼロ）では、有限温度相転移は特異性のないクロスオーバーだが、化学ポテンシャルを大きくすると、密度揺らぎがピークを形成するようになる。これは、化学ポテンシャルをもう少し大きくした所に臨界点が存在することを示唆している。（図1）

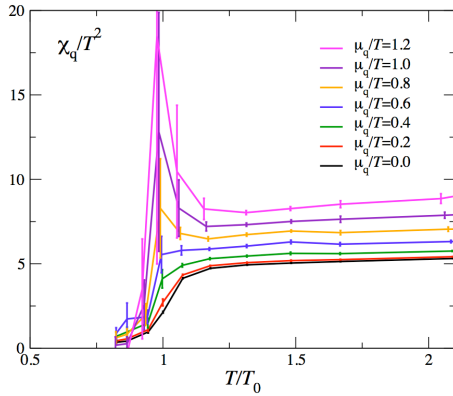


図1：クォーク数密度揺らぎの温度依存性。

(2) T -積分法に基づく固定格子間隔アプローチによる有限温度状態方程式と静的クォーク自由エネルギーの研究 [Phys. Rev. D 85 (2012) 094508; 他]

2009年に我々は、 T -積分法に基づく固定格子間隔法が、状態方程式を評価する上で極めて有効であることを示した。この研究では、それを現実的な $N_f=2+1$ QCD (縮退した u, d クォークと、それらより重い s クォークを持つ QCD) に適用した。CP-PACS+JLQCD グループによる $N_f=2+1$ QCD のゼロ温度ゲージ配位を利用することで、計算コストを大幅に削減した。ウィルソン型クォークとして初めて、 $N_f=2+1$ の状態方程式の計算に成功した。（図2）

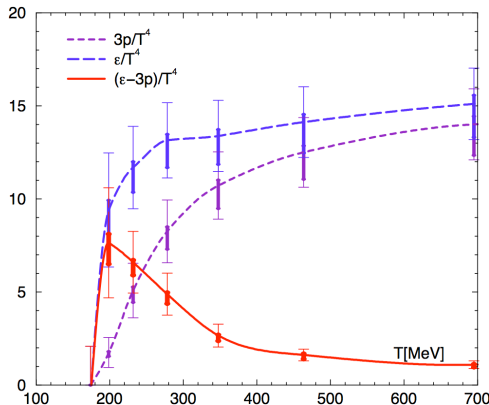


図2：固定格子間隔アプローチによるウィルソン型クォークを用いた有限温度 $N_f=2+1$ QCD の状態方程式。 p は圧力、 ϵ はエネルギー密度、 $\epsilon - 3p$ はトレース・アノーマリを表す。

並行して、静的クォークの自由エネルギーを研究した。通常の固定 Nt アプローチでは、自由エネルギーが温度毎に異なるくりこみを受けてしまうために、「近距離では温度効

果が小さい」等の物理的予想をインプットとして使って、自由エネルギーの定数項を温度毎に補正する必要がある。他方、固定格子間隔アプローチでは、こうした作画的補正なしに温度効果を調べることができる。

図3に、静的クォーク自由エネルギーを示す。固定格子間隔アプローチにより、自由エネルギーが短距離で温度に依らないことが直接示された。なお、図の右端の矢印は、ポリアコフ・ループ1個の期待値から期待される自由エネルギーの遠距離極限の漸近値で、高温相ではクォークの閉じ込めが破れて、遠距離で2個の独立なクォークに漸近することを示している。

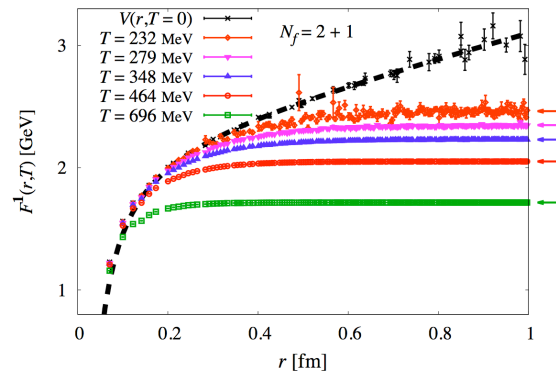


図3：固定格子間隔アプローチによる静的クォークの自由エネルギー。クォーク・反クォーク間カラー1重項チャンネルの結果。黒はゼロ温度の自由エネルギーで、その他は高温相における自由エネルギー。

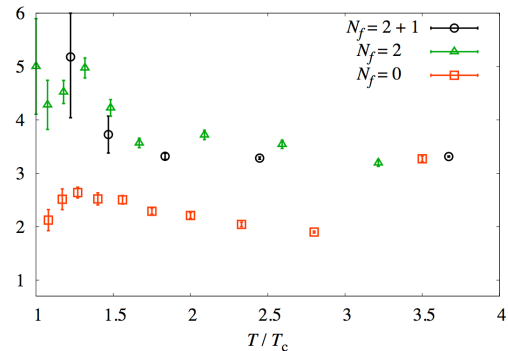


図4：デバイ遮蔽質量のフレーバー数依存性。縦軸はデバイ遮蔽質量/ T 、 T_c は相転移温度で、 $N_f=2+1$ では190MeVを仮定した。

さらに、計算を様々なカラー・チャンネルに拡大し、デバイ遮蔽質量の温度依存性やフレーバー数依存性を議論した。（図4）

(3) 変分法による格子スペクトル関数 [Phys. Rev. D 84 (2011) 094504; 他]

チャーモニウムなどのスペクトル関数は、クォーク物質の性質を研究する上で重要な情報を与えている。格子上ではこれまで主に、最大エントロピー法(MEM)を用いた計算が行われてきたが、結果の不定性の問題や、格子上では離散的なはずのスペクトル関数が連続関数になってしまう原理的な欠陥がある。我々は、変分法に基づいた対角化の方法

を用いて、離散的なスペクトル関数を仮定無しに評価する方法を開発し、自由 Wilson クォークの場合に、対角化の方法で用いる基底の数を十分大きくすることで解析解が再現されることを確認した。

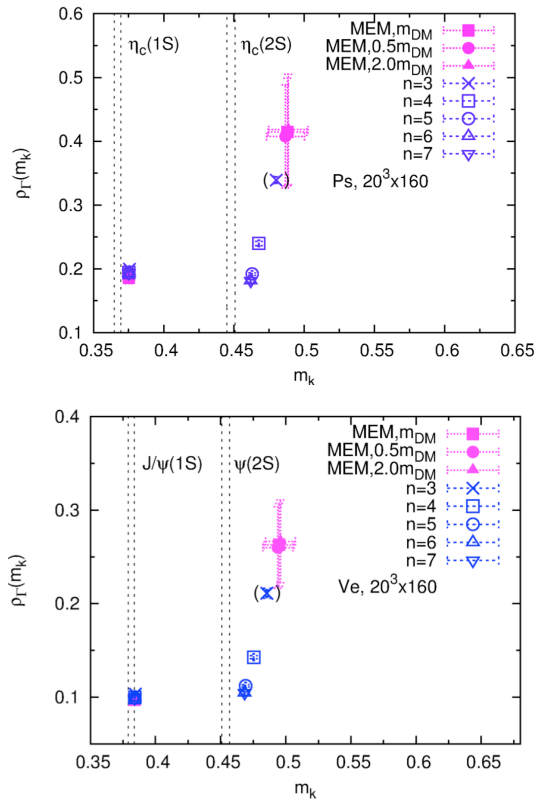


図5：クエンチ近似 QCD による、擬スカラー チャーモニウム質量 (上図) とベクトル チャーモニウム質量 (下図)。MEM の結果と変分法 (n : 基底の数) の結果を比較。横軸は中間子質量、縦軸はその幅。縦の破線は中間子質量の実験値の誤差の範囲。

次に、クエンチ近似 QCD で研究し、基底状態に関しては、MEM によるスペクトル関数のピークの位置とピーク周りの面積を再現することを示した。他方、第一励起状態に関しては、対角化の方法の方が実験値に近い結果を導くことを示した (図5)。有限温度では、格子サイズの制限により明確な結論は得られなかったが、少なくとも臨界温度の1.4倍の温度まで、 J/Ψ や η_c が消失する兆候は確認されなかった

(4) ヒストグラム法による有限温度・有限密度 QCD の相構造の研究 [Phys. Rev. D 84 (2011) 054502; Phys. Rev. D 89 (2014) 034507; 他]

ヒストグラム法の方法論的検証を兼ねて、クォークが重い領域の QCD の相構造を研究した。クォークが重い極限は SU(3) 純ゲージ理論であり、弱い1次の有限温度相転移を持つ。クォークを軽くすると、動的クォークの効果により、1次転移が2次の臨界点を経て解析的なクロスオーバー転移に変化すると予想されている。

まず密度ゼロ ($\mu_q = 0$) の場合に、ヒストグラム法で臨界点を検出した。reweighting 法より、ブラケット (ゲージ場のエネルギーの自由度に対応する) に関する有効ポテンシャルのブラケット微分は、ゲージ結合定数 β を動かしても、定数項が一定の変化をするだけであることがわかる。これを利用すると、様々な β におけるシミュレーション結果を組み合わせ、有効ポテンシャルの微分をブラケット期待値の広い範囲で高精度に評価することができる。図6は、有効ポテンシャルのブラケット微分を様々なクォーク質量で計算した結果である。1次相転移に特徴的な S 字型の振るまいが、クォーク質量を小さくすると次第になだらかになる様子が見て取れる。S 字のくびれが無くなるクォーク質量が臨界点である。

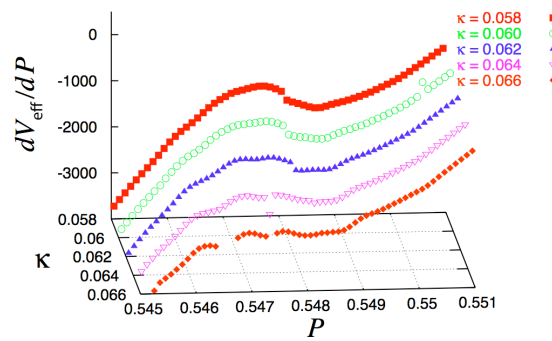


図6：有効ポテンシャルによる、重クォーク領域における QCD 有限温度相転移の次数に関する研究。 $N_f=2$ QCD におけるブラケット有効ポテンシャルの微分を、ホッピングパラメータ ($\kappa \sim$ クォーク質量の逆数) の関数として表す。

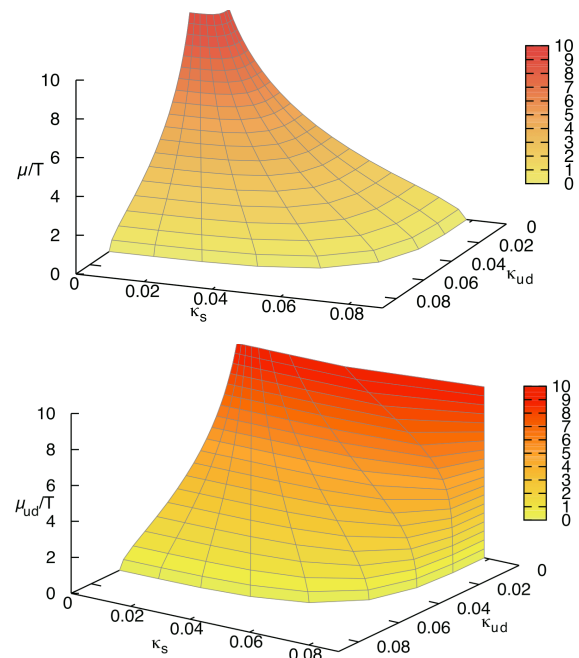


図7：重クォーク領域における $N_f=2+1$ QCD の臨界面。上の図は、u, d, s クォークに均等に化学ポテンシャルが作用する場合、下の図は、u, d クォークにだけ化学ポテンシャル μ_{ud} がかかり、s クォークにはかかっていない場合の結果。

次に、この解析を有限密度に拡張した。有限密度によるクォーク行列式の位相項を無視した「位相クエンチ QCD」に、位相の効果を取り入れることにより、化学ポテンシャルが小さい場合の有効ポテンシャルを評価した。こうして得られた $N_f = 2+1$ QCD の臨界面を図 7 に示す。上の図は u,d,s クォークに均等に化学ポテンシャルが作用する場合で、下の図は、重イオン加速器実験で実現すると期待されている、u,d クォークにだけ化学ポテンシャルが作用する場合の結果である。図の臨界面の向こう側は有限温度 QCD 相転移が 1 次で、手前はクロスオーバーとなる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 (計 15 件)

- ① H. Saito, S. Ejiri, S. Aoki, K. Kanaya, Y. Nakagawa, H. Ohno, K. Okuno, T. Umeda, Histograms in heavy-quark QCD at finite temperature and density, Phys. Rev. D, 査読有, 89 (2014) ref.034507, pp.1-18, DOI: 10.1103/PhysRevD.89.034507
- ② S. Ejiri, S. Aoki, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Nakagawa, H. Ohno, H. Saito, T. Umeda, Numerical study of QCD phase diagram at high temperature and density by a histogram method, Cent. Eur. J. Phys., 査読有, 10 (2012) 1322-1325, DOI: 10.2478/s11534-012-0054-7
- ③ Y. Maezawa, T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, K. Kanaya and H. Ohno, Application of fixed scale approach to static quark free energies in quenched and 2 + 1 flavor lattice QCD with improved Wilson quark action, Prog. Theor. Phys., 査読有, 128 (2012) 955-970, DOI: 10.1143/PTP.128.955
- ④ Shinji Ejiri, Kazuyuki Kanaya, and Takashi Umeda, Ab initio study of the thermodynamics of quantum chromodynamics on the lattice at zero and finite densities, Prog. Theor. Exp. Phys., 査読有, 2012 (2012) ref.01A104, pp.1-35, DOI: 10.1093/ptep/pts005
- ⑤ T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Maezawa, H. Ohno, Equation of state in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach, Phys. Rev. D, 査読有, 85 (2012) ref.094508, pp.1-11, DOI: 10.1103/PhysRevD.85.094508
- ⑥ H. Ohno, S. Aoki, S. Ejiri, K. Kanaya, Y. Maezawa, H. Saito and T. Umeda, Charmonium spectral functions with the variational method in zero and finite temperature lattice QCD, Phys. Rev. D, 査読有, 84 (2011) ref.094504, pp.1-13, DOI: 10.1103/PhysRevD.84.094504
- ⑦ H. Saito, S. Ejiri, S. Aoki, T. Hatsuda, K. Kanaya, Y. Maezawa, H. Ohno, T. Umeda, Phase structure of finite temperature QCD in the heavy quark region, Phys. Rev. D, 査読有, 84 (2011) ref.054502, pp.1-9, DOI: 10.1103/PhysRevD.84.054502; Erratum: Phys. Rev. D 85 (2012) ref.079902(E), pp.1-2, DOI: 10.1103/PhysRevD.85.079902
- ⑧ K. Kanaya, Lattice results on the phase structure and equation of state in QCD at finite temperature, AIP Conference Proceedings, 査読有, 1343 (2011) 57-62, <http://dx.doi.org/10.1063/1.3574942>
- ⑨ K. Kanaya, Finite Temperature QCD on the Lattice -- Status 2010, PoS (LATTICE 2010), 査読有, (2011) ref.012, pp.1-21, http://pos.sissa.it/archive/conferences/105/012/Lattice%202010_012.pdf
- ⑩ S. Ejiri, Y. Maezawa, N. Ukita, S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, T. Umeda, Equation of State and Heavy-Quark Free Energy at Finite Temperature and Density in Two Flavor Lattice QCD with Wilson Quark Action, Phys. Rev. D, 査読有, 82 (2010) ref.014508, pp.1-35, DOI: 10.1103/PhysRevD.82.014508
- ⑪ Y. Maezawa, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, N. Ukita and T. Umeda, Electric and Magnetic Screening Masses at Finite Temperature from Generalized Polyakov-Line Correlations in Two-flavor Lattice QCD, Phys. Rev. D, 査読有, 81 (2010) ref.091501(R), pp.1-5, DOI: 10.1103/PhysRevD.81.091501
- ⑫ K. Kanaya, T. Umeda, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, Y. Maezawa, H. Ohno, Fixed scale approach to the equation of state on the lattice, Nucl. Phys. A, 査読有, 830 (2009) 801c-804c, <http://www.sciencedirect.com/science/journal/03759474/830/>
- ⑬ Shinji Ejiri, Critical point in finite density lattice QCD by canonical approach, Nucl. Phys. A, 査読有, 830 (2009) 717c-720c, <http://www.sciencedirect.com/science/journal/03759474/830/>
- ⑭ Y. Maezawa, S. Aoki, S. Ejiri, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya, H.

- Ohno, T. Umeda, Free energies of heavy quarks in full-QCD lattice simulations with Wilson-type quark action, Nucl. Phys. A, 査読有, 830 (2009) 247c-250c, <http://www.sciencedirect.com/science/journal/03759474/830/>
- ⑮ H. Ohno, T. Umeda, and K. Kanaya, Search for the Charmonia Dissociation in Lattice QCD, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 査読有, 36 (2009) ref.064027, pp.1-7, DOI: 10.1088/0954-3899/36/6/064027

[学会発表] (計 14 件)

- ① K. Kanaya, Finite density QCD with a histogram method, 招待講演, New Horizons in Lattice Field Theory, Natal, Brazil, 2013 / Mar. 13-27
- ② K. Kanaya, Finite density QCD on the lattice with a histogram method, 招待講演, Quarks, Gluons, and Hadronic Matter under Extreme Conditions, St. Goar, Germany, 2013 / Mar. 18-21
- ③ K. Kanaya, Finite density QCD with Wilson quarks using the histogram method, 招待講演, QCD Structure I, Wuhan, China, 2012 / Oct. 7-20
- ④ 金谷和至, Lattice QCD at finite T and μ -- updates from Lattice 2012, 招待講演, 基研研究会 熱場の量子論とその応用 2012, 京都, 2012 / Aug. 22-24
- ⑤ K. Kanaya, Phase Structure of QCD from the Lattice, 招待講演, XQCD 2011, San Carlos, Mexico, 2011 / July 18-20
- ⑥ K. Kanaya, Finite Temperature QCD on the Lattice, 招待講演, Asian School on Lattice Field Theory 2011, TIFR, Mumbai, India, 2011 / Mar.14-25
- ⑦ K. Kanaya, QCD thermodynamics with Wilson-type quarks, Lattice QCD confronts experiments, Mishima, Japan, 2010 / Nov. 4-6
- ⑧ K. Kanaya, Lattice results on the phase structure and equation of state in QCD at finite temperature, 招待講演, QCHS9, Madrid, Spain, 2010 / Aug. 30-Sept. 4
- ⑨ K. Kanaya, Status of EOS calculation in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks by the fixed scale approach, 招待講演, XQCD 2010, Bad Honnef, Germany, 2010 / June 21-23
- ⑩ K. Kanaya, Finite temperature QCD on the lattice -- status 2010, プレナリ講演, Lattice 2010, Villasimius, Italy, 2010 / June 14-19

- ⑪ K. Kanaya, QCD thermodynamics at zero and finite densities with improved Wilson quarks, 招待講演, NFQCD 2010, Kyoto, Japan, 2010 / Mar.8-19
- ⑫ 金谷和至, QCD at finite temperatures and densities on the lattice with improved Wilson quarks, KEK 理論研究会 2010, 高エネルギー加速器研究機構, 茨城, 2010 / Mar.11-12
- ⑬ K. Kanaya, Towards the equation of state in 2+1 flavor QCD with improved Wilson quarks in the fixed scale approach, Lattice 2009, Beijing, China, 2009 / Jul.26-31
- ⑭ K. Kanaya, Fixed scale approach to the equation of state on the lattice, Quark Matter 2009, Knoxville, TN, USA, 2009 / Apr. 3.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他] 無し

6. 研究組織

(1)研究代表者

金谷 和至 (KANAYA Kazuyuki)

筑波大学 数理物質系・教授

研究者番号: 80214443

(3)連携研究者

青木 慎也 (AOKI Sinya)

京都大学 基礎物理学研究所・教授

研究者番号: 30192454

初田 哲男 (HATSUDA Tetsuo)

理化学研究所仁科加速器研究センター・主任研究員

研究者番号: 20192700

宇川 彰 (UKAWA Akira)

筑波大学 副学長 / 数理物質系・教授

研究者番号: 10143538

中村 純 (NAKAMURA Atsushi)

広島大学 情報メディア教育研究センター・教授

研究者番号: 30130876

江尻 信司 (EJIRI Shinji)

新潟大学 自然科学系・准教授

研究者番号: 10401176

梅田 貴士 (UMEDA Takashi)

広島大学 大学院教育学研究科・准教授

研究者番号: 40451679