

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 3 日現在

機関番号：35302

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2012

課題番号：21500024

研究課題名（和文）量子計算組み合わせ最適化アルゴリズムと量子エンタングルメントの情報数理的総合研究

研究課題名（英文）A mathematical and informatics research of combinatorial optimization algorithms in the quantum computing and the quantum entanglement

研究代表者

澤江 隆一 (SAWAE RYUICHI)

岡山理科大学・理学部・教授

研究者番号：20226062

研究成果の概要（和文）：初期化アルゴリズムの最適化について、8 キュビットの最適化についての研究を行いその後 9 キュビットに関しての最適化の研究を行い研究成果を得た。バルク型の量子コンピュータでのエンタングルメントの研究、グローバーアルゴリズムと Deutsch-Jozsa アルゴリズムについてのバルク型の計算効率最適化の研究と実証実験を目的に研究を進めた。量子エンタングルメントとトポロジカルエンタングルメントの分類についての研究を行った。

研究成果の概要（英文）：About the optimization of the initialization algorithm, our research on optimization of 8 qbits was done, and then the optimization about 9 qbits was studied, and the result of research was obtained.

As an actual proof experiment, research was advanced for the purpose of the computational efficiency optimization on the entanglement in a bulk type quantum computer. the Glover algorithm and the Deutsch-Jozsa algorithm were planed to execute on a bulk type quantum computer. Research on the classification of a quantum entanglement and topological was done.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2009年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 2010年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2011年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2012年度 | 600,000 | 180,000 | 780,000 |
| 総計 | 3,300,000 | 990,000 | 4,290,000 |

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：量子計算理論、初期化アルゴリズム、量子エンタングルメント、位相的エンタングルメント、グローバーアルゴリズム、Deutsch-Jozsa アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

量子計算は、0 と 1 から成る二値論理では無く 2 次元複素ベクトル空間(これを量子ビット、ここではキュビットと言う)、その基底を $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ と書き、任意の重ね合わせ状態(線形結合)を取ることができるように拡張し

たもので計算を行うようにしたもので、それ故に、従来の古典な計算よりも量子計算では状態の重ね合わせによる並列計算性により、計算量的な優位性の理論的証明は出来ないまでも、もっと高速な計算が可能であろうと信じられてきた。そのような中で、1994 年

に P. Shor によって、多項式時間で素因数分解を行う量子アルゴリズムが提案されて、量子計算について一大センセーションを巻き起こされた。このような量子計算の理論的な展開とは違い、実際に量子計算を行うハードウェアの構成は極めて難しかったが、2000年に I. Chuang 達によって5キュビットの NMR 量子コンピュータ(これはスピン 1/2 の核子をキュビットして利用して量子計算を行う装置)を実現した。

2. 研究の目的

量子計算を実行するためにまず必要となる初期化アルゴリズムに関する研究、最大エンタングルメント状態である GHZ 状態に関する数理的な研究であり、以下が研究の目的である。

(1) 初期化アルゴリズムの研究

観測値が統計平均であるバルク型で量子計算を行う上で状態空間を初期状態(有効純粋状態と呼ばれる)とする為のアルゴリズムである。現在、プロダクトオペレータアプローチにより 7 キュビットまでの初期化アルゴリズムを構成しているが、最終的に NMR 量子計算の限界に近い 10 キュビットまでの初期化アルゴリズムを構成する。

(2) エンタングルメントの数理に関する計算

7 キュビットの GHZ 状態に関するエンタングルメント具体的な計算を行う。これは、デコヒーレンス・フリー、スピントモグラフィなどに対して、量子コンピュータ上での実験的に供することが出来るよう具体的な量子回路を構成することと関係している。3 キュビットの密度行列を最適に計算する方法をも行い、エンタングルメントの状態を直接調べる方法を提供することも行う。

(3) Toffori ゲートの実現の最適化

付随して NMR 制御に最適な Toffori ゲートを構成して、4 キュビットのグローバールゴリズムを実行することを目的とする。これらをもとに、2005 年の論文に書いた Deutsch-Jozsa アルゴリズムの簡単な拡張を考えた結果に対してのバルク型量子計算での実験的検証と、2006 年の量子ランダムウォークの実験の一部を実行してデータを取ることを行う。

3. 研究の方法

初年度においては、研究目的に上げている初期化アルゴリズムの最適化を行い(高キュビット化の研究については現在十分な研究結果を得ているので二年目以降に行う)、バルク型の量子コンピュータでのエンタングルメントの研究、グローバールゴリズムと Deutsch-Jozsa アルゴリズムについてのバルク型の計算効率最適化の研究、密度行列を確立することなどは代表者・分担者が連携して

目指すこととする。その中で、Deutsch-Jozsa アルゴリズムの拡張に関しての研究は澤江が行うが、バルク型によるスピードアップのデータ解析に関しては坂田が中心になって基礎的な研究を行う計画とする。現在7キュビットの初期化アルゴリズムの最適化研究は Toffori ゲートの実現の最適化とあわせて、マルチCPUマルチコア計算機を使って探索を行う研究を行う。論理ゲートと代数的な繋がり、澤江が理解しており、研究上の必要に応じて森に伝えて、森はその専門分野から初期化の代数的な関係での研究、Toffori ゲートの実現の代数的な最適化研究を主に行うこととする。この研究は、Toffori ゲートの実現で量子演算を出来るだけシンプルに実現することで、グローバールのアルゴリズムを4キュビット以上で実行し、バルク型では量子情報処理がスピードアップと言う電通大・西野の予測を確かめるものである。特に、最適化に関してはパルスシーケンスも含めて多キュビット制御にも関係し、Deutsch-Jozsa アルゴリズムの応用に関する研究につながる。この研究は組み合わせ的な複雑さを含んでいるので、ここをどのように対処するかが問題である。実験的なことによる制限、量子ゲート数の制限を含むので、河村と澤江が研究この評価を行い、量子ゲートの構成可能な範囲での単純化が問題点解決の鍵となるので、計画の実施は十全に行う。バルク型の量子計算を出るエンタングルメントの役割に関して、以前から指摘されてきた「NMR 量子コンピュータにはエンタングルメントは存在しない」ことと、実験結果によればエンタングルメントが存在しているようなデータが得られると言う事実に関して、私達の研究グループでもっともエンタングルメントした状態として知られる GHZ 状態に関する理論的な研究を澤江、森、河村の共同で研究を進めて行く。それに関連した統計解析は分担者・坂田が行う。このエンタングルメントの GHZ 状態に関する研究では、理論的にハードな部分が予想され、岡山県量子科学研究所の所員及び量子コンピューティング研究会で交流を行った研究者から専門的な知識提供を得て切り抜けることも考えている。

NMR 量子コンピュータの内部状態がわかるように密度行列を効率的に求める計算式が作ることが必要不可欠であり、実験によるデータを密接に見る河村を中心に澤江がサポートをする研究形態とする。これに、代数計算が複雑になれば分担者の森も加えながら、マルチCPUマルチコア計算機上で専用の数式処理計算を行うプログラムも作成しながら確立するとして計画している。特に、密度行列の計算式が得られても、キュビット数が増えれば測定時間が増え実際にデータを

得ることが難しくなる。他の場合と同様に実験上の制約発生がし、その解決の為に、分担者の坂田によるデータを有効に使う為の統計処理に関する研究も視野に入れて、問題が発生した場合の対処を考えている。

4. 研究成果

研究目的の課題のひとつである初期化アルゴリズムの最適化については、8キュビットの最適化についての研究を行いその後について9キュビットとその最適化について探求をしていて、高キュビットの初期化に関しては実験精度を考慮した確率論的な初期化アルゴリズムの方向性についての基礎的な研究を行った。バルク型の量子コンピュータでのエンタングルメントの研究についての研究を継続的に行い、引き続いて4キュビットまでのグローバルアルゴリズムとDeutsch-Jozsaアルゴリズムについてのバルク型の計算効率最適化の研究、密度行列を確立することなどは代表者・分担者が連携して行い、数理的シミュレーションを推し進めて、研究を進行させている。特に、Deutsch-Jozsaアルゴリズムの拡張、バルク型によるスピードアップについての基礎的な研究を行い、量子計算の実証的な論理限界についての結果から、その応用としての基礎的な実験を継続的に行い、結果を発表した。この一連の研究は河村のイギリス・オックスフォード大学留学での研究として続いている。更に、論理ゲートと代数的な繋がりに関する研究は、組紐的な位相的エンタングルメントとの研究へと発展をしていてその基礎的な研究に結実した。量子エンタングルメントと位相的エンタングルメントの分類上の研究への基礎については低キュビットでもその研究上の難しさがあることが判明し、何らかの研究の方向性を得た。グローバルのアルゴリズムの実行に必要な、Toffoliゲートの実現の代数的な最適化、つまり量子演算を出来るだけシンプルに実現すること、バルク型の量子情報処理がスピードアップすること、パルスシーケンスも含めて多キュビット制御などについての研究について基礎的な結果を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Sami Husain, Minaru Kawamura, Jonathan A. Jones, Further analysis of some symmetric and antisymmetric composite pulses for tackling pulse strength errors, Journal of Magnetic Resonance, 査読有り, **230**(2013), 145-154.
- ② 石井大輔, 森義之, 澤江隆一, a^{p-1}

$\equiv 1 \pmod{p^2}$ の新しい計算と解, 岡山理科大学紀要. A, 査読有り, 48(2012), 5-9.

③ Minaru Kawamura, Benjamin Rowland, Jonathan A. Jones, Preparing pseudopure states with controlled-transfer gates, Physical Review A, 査読有り, **82**(2010), 032315-1, 7.

④ Hiroyuki Usami, Applications of Riccati-type inequalities to asymptotic theory of elliptic problems, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A Mathematics, 査読有り, **139**(2009), 1071-1089.

[学会発表] (計10件)

① Ryuichi Sawae, Yoshiyuki Mori, Miho Aoki, Ishii Daisuke, Random walk approach to a prime factor of every odd perfect number which exceeds 10^9 , COMPSTAT 2012, 2012.8.20, Amathus Beach Hotel, Limassol, Cyprus.

② Minaru Kawamura, Separability of highly mixed states in NMR experiments revisited and an efficient preparation method for creating large scale pseudo-pure states, Quantum Africa 2010:Recent Progress in the Theoretical & Experimental Foundations of Quantum Technology, 2010.9.21, Durban, South Africa.

③ Ryuichi Sawae, Quantum computations in the bulk ensemble NMR quantum computer, International Congress of Mathematicians ICM 2010, 2010.8.21, Hyderabad, India.

④ Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of slowly decaying solutions of quasilinear ordinary differential equations with critical exponents, EQUADIFF 12, 2009.7.20, Brno, Czech Republic.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

澤江 隆一 (SAWAE RYUICHI)
岡山理科大学・理学部・教授
研究者番号：20226062

(2) 研究分担者

森 義之 (MORI YOSHIYUKI)
岡山理科大学・理学部・講師
研究者番号：00388919
宇佐美 広介 (USAMI HIROYUKI)
岐阜大学・工学部・教授
研究者番号：90192509

(H21のみ分担者として参画
H22からは研究連携者)

梶本 ひろし (KAJIMOTO HIROSHI)
長崎大学・教育学部・教授
研究者番号：50194741
(H22 から分担者として参画)
竹中 茂夫 (TAKENAKA SHIGEO)
岡山理科大学・理学部・教授
研究者番号：80022680
(H23 に分担者として参画、
H24.3 から連携研究者)

(3) 連携研究者

河村 実生 (KAWAMURA MINARU)
岡山理科大学・工学部・教授
研究者番号：10236961
長町 重昭 (NAGAMACHI SHIGEAKI)
徳島大学・工学部・名誉教授
研究者番号：00030784
大宮 眞弓 (OHMIYA MAYUMI)
同志社大学・生命医科学部・教授
研究者番号：50035698
財部 健一 (TAKARABE KENICHI)
岡山理科大学・理学部・教授
研究者番号：50122388
濱谷 義弘 (HAMAYA YOSHIHIRO)
岡山理科大学・総合情報学部・教授
研究者番号：40228549
(H21 のみ連携研究者として参画)
坂田 年男 (SAKATA TOSHIO)
九州大学・芸術工学研究科・教授
研究者番号：20117352
(H21 のみ連携研究者として参画)
伊藤 利明 (ITO TOSHIAKI)
同志社大学・生命医科学部・教授
研究者番号：60201927
(H22 から連携研究者として参画)
小嶋 泉 (OJIMA IZUMI)
京都大学・数理解析研究所・准教授
研究者番号：60150322
(H24 に連携研究者として参画)