

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月15日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21500031

研究課題名（和文）科学技術計算に有用な高速4倍長演算に関する研究

研究課題名（英文）Research on quadruple precision operation usable for scientific computation

研究代表者

金田 康正 (Kanada Yasumasa)

東京大学・情報基盤センター・教授

研究者番号：90115551

研究成果の概要（和文）：

本研究で開発・評価・性能向上を行った4倍精度数演算ルーチンの数学研究の応用として、Brun定数の高精度計算に適応を行い、論文を作成し投稿を行った。また本研究成果を基に、博士論文執筆中である。なおBrun定数とは、 $p(\geq 2)$ を素数としたとき  $p+2$ も素数となる全ての  $p$  についての  $(1/p + 1/(p+2))$  の総和の値を言う。これまでに知られていたBrun定数は小数点以下9桁目まで正しく求まっていたが、本研究で10桁目を正しく求める事が出来た。

研究成果の概要（英文）：

Application of quadruple precision numerical routines which was developed, evaluated and optimized through this research, we had computed Brun's constant up to 9-th digit following decimal point. Newly found number is not know until the completion of the Brun's number. Papers on this topic were prepared and submitted for the publication. Here, Brun's constant is the constant computed by the sum of  $(1/p + 1/(p+2))$  where  $p (\geq 2)$  and  $p+2$  is prime numbers.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・ソフトウェア

キーワード：4倍長精度演算、数学定数、平方根、数値計算アルゴリズム、誤差解析

## 1. 研究開始当初の背景

数値計算法や並列計算機の性能向上の進展は大規模科学技術計算の発展における大きな鍵となっている。特に数値計算分野における浮動小数点数演算においては計算機上で有限桁に丸められるため、よほど特殊な演

算で無い限り演算ごとに誤差が発生することになる。その有効桁は現在広く用いられている倍精度数の場合10進で約16桁である。演算ごとに誤差が発生していると考え、大規模な計算をした場合には最終結果にある程度の誤差が含まれることは容易に想像

できる。その計算誤差がどれくらい含まれるかは問題及び計算手法依存であり、理論的に求まる値と大きくかけ離れていることがしばしば生じる。その結果、計算規模が増すに従って多くの計算量、即ち長時間に渡る計算時間を必要とし、さらに計算誤差も増大することになる。

実際浮動小数点数における数値計算法の中には計算規模が増すに従って計算誤差が増大し、より多くの計算を必要としてしまうものもある。例えば線形方程式 $Ax=b$ の解法であり、クリロフ部分空間を用いるCG法などは誤差の影響を大きく受ける。また計算機上における浮動小数点数演算では実数を一定の有限桁で近似してしまうため丸め誤差が発生する。そのために、倍精度データ型から仮数部を増やした4倍精度データ型を用いた4倍精度演算の必要性が高まってきており注目されている。加えて並列計算機の性能向上は衰えを知らず毎年演算性能は上昇する一方である。そのために、倍精度数よりも有効桁数が多い4倍精度数、あるいはそれ以上の精度を有する高精度演算の必要性が高まってきており、更なる性能向上が必要となっていた。

## 2. 研究の目的

本研究は、上記研究背景に基づき、まずは倍精度演算を越える「4倍精度数演算の高速化と実用化」、そして完成したソフトウェアを「フリーソフトウェアとしての公開」を目的としている。

## 3. 研究の方法

本研究で使用する4倍精度数の表現として、実現するソフトウェアの汎用性を高める観点から、本申請書に記載の研究発表論文に示すように、これまでの事前研究で得られた成果である倍精度数を2つ用いて表される128ビットのデータ型を採用する。この方法に基づく4倍精度演算はソフトウェアによって2つの倍精度数をエミュレートして実現するため、倍精度演算に比べ多くの計算回数を必要とする。(加減乗算で約10倍、除算で2-3倍。)言い換えると精度を向上させると計算時間が増してしまうという問題点があるが、各種計算機アーキテクチャー上でも実現が容易な汎用性が高い方法である。これは精度と計算時間がトレードオフの関係にあり、基本的にはハードウェアによる4倍長演算の実現を待つ必要があり、過去にはハードウェアによる4倍長演算を実現していた計算機は存在していたが、残念ながら現時点ではそのような開発計画は無く、当面はソフトウェアによるエミュレーションに期待せざるを得ない状況になっている。

さてCPUコア数を増やして並列処理するこ

とで演算性能を上げる現状の並列計算機の4倍精度演算は、データアクセスより演算の割合が多いという性質がある。そこで本研究では、4倍精度演算アルゴリズムの定量的な解析を行なうことで4倍精度演算が抱える本質的問題点を明らかにする。その後、高速化手法として最近のプロセッサで実現する積和演算命令(FMA, Fused Multiply-Add)を用いる方法で4倍精度演算の演算回数を削減するとともに、丸め誤差の低減を実現する。その上で、東京大学情報基盤センターがサービスを行っている大規模計算で先端的に利用されている並列計算機、SR11000モデルJ2(以下SR11000/J2)上のCPUであるPOWER 5系アーキテクチャーに特化したさらなる最適化を行う。その後、IntelあるいはAMDの両社が製造している汎用マイクロプロセッサ向けの移植と最適化を行う。また最近注目を浴びているグラフィックプロセッサ(GPGPU)による4倍長演算の実現および高速化を試みると同時に、高性能なランタイムルーチンに基づく、三角関数、指数関数、対数関数等の基本的な数学関数の4倍精度化、FFTや連立方程式の解法、固有値の求解等のライブラリーの4倍精度化を試みる。いずれにおいても、研究で得られたソフトを一日平均60件のアクセス頻度を誇る研究室のホームページ経由で公開する。

## 4. 研究成果

これまでの研究に基づく提案手法で、まず4倍精度演算アルゴリズムを定量的に解析し四則演算などの演算回数を削減している。POWER 5アーキテクチャーにおいてはx86アーキテクチャーに実装されていない積和演算命令を実行できることから、誤差を発生させずに高い有効桁を保ったまま演算できるという特徴を利用した演算回数の削減である。またそれに加えPOWER 5アーキテクチャーに特化した浮動小数点演算の最適化を実現した。そもそも4倍精度演算は1回の演算に大きな計算コストを必要とするため、本質的にデータ転送がボトルネックになりやすく、データ転送遅延を考慮せずに演算のみを最適化することができるという特性がある。その特性を利用した主な最適化手法として、浮動小数点演算命令のレイテンシ隠蔽と64ビット浮動小数点レジスタ数の考慮という2点がある。レジスタ数に収まる範囲内でループ展開を行い、命令の順序を入れ替えて浮動小数点演算命令のレイテンシーを隠蔽するわけである。レイテンシーを隠蔽することによりCPUはストールせずに実行できるので高速化が可能となる。

これらに示す最適化を行った結果、並列計算機SR11000モデルJ2上のgcc4.1.1に対して提案手法が最大で約5倍の速度向上、また

SR11000/J2 最適化コンパイラーを上回る性能をこれまでに得ている。ループ展開また浮動小数点演算命令のレイテンシー隠蔽には、連続データの同一パターンによる演算が必須であることから、これはベクトルデータに対する最適化されたランタイムの実現が本質的であることが容易に推察できる。また逆に言うならば、ベクトルデータに対する4倍精度演算の高速化は十分な効果が期待できることが判明している。加えてBrun定数を本ルーチンを利用して計算する事で、今まで知られていない桁数の値を確定することが出来た。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計3件)

・金田 康正、「計算機科学が拓く未来」、電子通信学会、ベネッセハウス (直島)、2010年3月7日

・金田 康正、「スーパーコンピュータの過去・現在・未来」、地球流体データ解析・数値計算ワークショップ、東京大学理学部3号館320号室、2011年3月8日

・鈴木 洋平、三浦 誠、金田 康正、「合議のための多様な将棋プレイヤーの集団学習」、第16回ゲームプログラミングワークショップ、駿河台学園セミナーハウス (箱根)、2011年11月4日

・金田 康正、「スーパーコンピュータの過去・現在・未来」、大中先生退職記念研究集会、岡山理科大、2012年3月6日

[図書] (計1件)

金田 康正 (編著)、コロナ社、並列数値処理 高速化と性能向上のために (並列処理シリーズ)、2010年、256p.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金田 康正 (Kanada Yasumasa)

東京大学・情報基盤センター 教授

研究者番号：90115551

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：