

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月18日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21500037

研究課題名（和文） グラフ描画アルゴリズムを用いた情報表示

研究課題名（英文） INFORMATION VISUALIZATION BY GRAPH DRAWING ALGORITHMS

研究代表者

増田 澄男（MASUDA SUMIO）

神戸大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：80173748

研究成果の概要（和文）：情報表示の手段としてグラフ描画アルゴリズムをより有効なものにするため、以下のアルゴリズムの開発を行った。(1) グラフの直線描画が与えられたときに、頂点の位置関係を概ね保存した直交描画を求めるアルゴリズム、(2) グラフの直線描画の質を改善するアルゴリズム、(3) 階層描画における頂点座標決定アルゴリズム及びダミー頂点共有化アルゴリズム、(4) 非連結グラフに対する力指向描画アルゴリズム、(5) 頂点を軸平行長方形で表す場合のグラフ描画アルゴリズム。

研究成果の概要（英文）：In order to make graph drawing algorithms more effective for information visualization, we have developed the following algorithms: (1) an algorithm for producing an orthogonal drawing of a graph that basically preserves the relative vertex positions in a given straight-line drawing, (2) an algorithm for improving the quality of a straight-line drawing of a graph, (3) algorithms for determining the vertex coordinates and for sharing dummy vertices in a hierarchical graph drawing, (4) a force-oriented algorithm for drawing a disconnected graph, and (5) an algorithm for finding a graph drawing with rectangular vertices.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	200,000	60,000	260,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,200,000	360,000	1,560,000

研究分野：アルゴリズム論

科研費の分科・細目：情報学・ソフトウェア

キーワード：アルゴリズム, グラフ理論, 描画

1. 研究開始当初の背景

頂点と辺からなるグラフは、様々な構造を表現するために用いることができる。その際、グラフの頂点はその構造の構成要素を表し、

辺は対応する構成要素間に何らかの関係があることを示す。グラフの適切な描画は、それが表している構造の理解を助けるのに非常に有効であり、日常生活においても頻繁に

用いられている(鉄道の路線図などは典型的な例である)。複雑なグラフの適切な描画を手で求めることは困難な作業であるため、グラフの自動描画アルゴリズムに関する研究が広く行われてきている。

グラフの描画形態としては、

- (a) 頂点を平面上に自由に配置し、各辺を直線で描いた描画。以下、このような描画を単に直線描画と呼ぶ。
- (b) 頂点を階層と呼ぶ部分集合に分割し、同一階層の頂点を同じ水平線上に配置する階層描画
- (c) ある直交格子を考え、各頂点を格子点上に配置し、各辺を垂直・水平線からなる折れ線で描く直交描画

などがある。

(a)の直線描画については、連結グラフを対象として、いわゆる力指向アプローチによる描画アルゴリズムが広く研究されている。ここで力指向アプローチとは、グラフの頂点を質点に、辺をバネに見立てた力学モデルを考え、力が釣り合って質点の位置が収束する状態を計算することによって、グラフ描画を求めようとするものである。このアプローチを採った描画法として、Eadesによる方法(P. Eades, "A heuristic for graph drawing," *Congressus Numerantium*, vol.42, pp.149-160, 1984.)、Kamadaらによる方法(T. Kamada et al., "An algorithm for drawing general undirected graphs," *Information Processing Letters*, vol.31, pp.7-15, 1989.)、川西らによる方法(川西他, "2種類の理想距離による Eades のグラフ描画法の改良," *電子情報通信学会論文誌*, vol.J83-A, pp.1117-1121, 2000.)などが知られていた。

(b)の階層描画を求めるアルゴリズムについては、Sugiyamaらの論文(K. Sugiyama et al., "Methods for visual understanding of hierarchical system structures," *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics*, vol.SMC-11, pp.109-125, 1981.)を始めとして非常に多くの研究がされていた。しかし、通常の方法で複雑な階層グラフを描画すると、辺の交差が非常に多くなり、見づらくなることがあるという問題があった。(c)の直交描画を求める方法についても様々な研究があるが、扱い得るグラフの種類が限定されているものも多かった。

実世界で見られる構造図は描画対象の特殊性を反映したものが多く、それらを自動生成するには、グラフ描画法に関するこれまでの研究成果だけでは必ずしも十分でない。例えば、鉄道の路線図や道路網の表示のために、路線や道路の形状を単純化したデフォルメ図がよく用いられるが、駅や地点を表す点の

座標は、対応する駅や地点の位置関係にある程度反映したものである必要がある。また、デフォルメ路線図では、路線を基本的に垂直・水平線からなる折れ線で描くことも多い。そこで、グラフの直交描画アルゴリズムをデフォルメ路線図作成等に应用することが考えられるが、その際には頂点(駅や地点に対応)の位置関係を考慮する必要がある。しかし、従来の直交描画アルゴリズムにはこのような視点に立ったものはほとんど存在しなかった。我々の研究グループは、グラフの直線描画が与えられたときに、頂点の相対的位置関係を保存した直交描画を作る方法、及びそれに後処理を加えることで、デフォルメ路線図を作成する方法(橋他, "グラフ描画の直交格子への埋め込みアルゴリズムとデフォルメ路線図への応用," 平成19年電気関係学会関西支部連合大会講演論文集, 2007)を開発していたが、この方法は、かなり複雑な処理を行うものであり、また、得られる直交描画及びデフォルメ路線図の質に関しても問題を残していた。

直線描画に関しても、頂点の位置関係が指定されたグラフの質の高い描画を求める方法があれば、例えば手描きで作成した描画の質を改善することや、動的に変化していくグラフの描画に用い得ると考えられる。

その他、実世界で用いられる構造図はしばしば非連結になる。また、頂点の名称や属性などの表示のため、ある大きさをもった長方形や楕円などで頂点を描くこともよくあるが、従来のグラフ描画アルゴリズムはこのような構造図を自動生成するための十分な能力をもっていなかった。後者の場合に対する一つの方法として、頂点サイズを考慮しないで直線描画を求めた後、指定されたサイズの軸平行長方形で各頂点を置き換え、その際に生じた頂点同士の重なりがなくなるように頂点移動を行うというものもある(例えば、K. Misue et al., "Layout adjustment and the mental map," *J. of Visual Languages and Computing*, vol.6, pp.183-210, 1995.)が、この種の方法には頂点と(それに接続しない)辺の重なりが残るといった問題点があった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、情報表示の手段としてのグラフ描画アルゴリズムの有効性を向上させることである。上述の背景を考慮し、本研究では、以下の課題(1)~(5)に対して有効なアルゴリズムを構築することを目標とした。

- (1) グラフの直線描画が与えられたときに、頂点の位置関係を概ね保存した直交描画を求めるアルゴリズムの開発とデフォルメ路線図作成への応用
- (2) グラフの直線描画が与えられたときに、頂点の位置関係を概ね保存しながら、描画の質を改善するアルゴリズムの設計
- (3) 階層グラフの描画アルゴリズムの改良及び描画を簡潔にするための工夫の考案
- (4) 非連結グラフに対する描画アルゴリズムの設計
- (5) 頂点を軸平行長方形で表す場合のグラフ描画アルゴリズムの設計

3. 研究の方法

課題(1)～(5)のそれぞれについて順に述べる。

(1) グラフの直線描画が与えられたときに、頂点の位置関係を概ね保存した直交描画を求めるアルゴリズムとして橘らの方法があるが、前述のように、この方法はかなり複雑な処理を行うものである。そこで、まずこの方法の各ステップについて見直し、アルゴリズムの単純化を試みた。その方法と後処理を実装し、計算機実験を行うことによって、デフォルメ路線図作成に応用した場合の問題点を検討し、アルゴリズムの改良を行った。計算機実験には、大阪市営地下鉄、広島電鉄などの路線図データを用いた。

(2) 連結グラフの直線描画が与えられたとき、頂点の位置関係を概ね保存しながら描画の質を改善するアルゴリズムを、川西らによる力指向描画法をもとにして設計した。力指向描画法で必要となる「辺の理想長」の値を決定する方法、及び頂点の移動を制限する方法について主に検討した後、アルゴリズムを段階的に詳細化していき、計算機実験を行いながら改善を繰り返した。実験データには、所属研究室の学生の協力を得て作成した手描きグラフ描画を用いた。描画の評価基準としては、「辺交差数」、「辺長分散」、「辺長総和」、「描画面積」、「頂点と辺の近接の個数」の五つを用いた。これらは、グラフ描画の質の評価によく使われるものである。

(3) 階層グラフに対する通常の描画アルゴリズムは、各階層における頂点配置順序の決定を行った後、各階層の頂点の座標を決定し、各辺を直線で描くというものであった。この課題(3)に関しては、まず頂点が幅をもたない場合の座標決定法に関して検討を行い、その

後、作成したアルゴリズムを、頂点が幅をもつ場合にも適用し得るよう拡張した。また、各辺を直線ではなく、垂直・水平線分からなる折れ線で描き、異なる辺による線分の共有を許すものとした場合についても、頂点座標の決定法を開発した。さらに、階層グラフを簡潔にするための工夫として「ダミー頂点の共有処理」に注目し、この処理を行って頂点数や辺数を最小化する問題の複雑さを理論的に検討するとともに、発見的手法の開発を行った。設計したアルゴリズムの評価は、ランダムな階層グラフを用いた計算機実験により行った。

(4) 非連結無向グラフの描画法については、各連結成分の描画を個々に求めた後、それらを平面上に配置するという方法を検討した。配置が適切でないと描画面積が不必要に大きくなるため、描画面積を抑えることをアルゴリズムの主な目的とした。作成した方法の評価は、ランダムな非連結グラフを用いた計算機実験により行った。

(5) 各頂点を軸平行長方形で表す場合の描画アルゴリズムを作成するにあたり、まず、グラフ描画中への新しい頂点ラベル配置法を開発した。これは、頂点を点で表した描画と各頂点に対するラベルサイズが与えられたときに、頂点と（それに対応する）ラベルとの重なりを許しながら、できるだけ多くのラベルを配置しようとするものである。次に、そのアルゴリズムを用いて、各頂点を比較的小さな軸平行長方形で表す場合の描画アルゴリズムを作成した。得られた方法の評価は、ランダムに作成したグラフを用いた計算機実験により行った。

4. 研究成果

課題(1)～(5)に対する成果の概要について順に説明する。

(1) 各頂点の次数が4以下である任意の単純無向グラフを G とする。 G のある直線描画が与えられるものとし、各頂点 v の座標を (x_v, y_v) と表す。本課題では、まず、前述の橘らの方法を見直すことにより、与えられた描画における頂点の相対的位置関係（頂点の座標の大小関係）を概ね保存した直交描画を求めるアルゴリズムを提案した。以下に、その方法の概略を示す。

Step 1: 与えられた描画における頂点の相対的位置関係を反映しながら、 G の頂点を格子点上に配置する。

Step 2: 各頂点 v に接続する辺の本数と方向によって、 v の周辺部分のみ辺の配置を仮に決定する。

Step 3: 各辺を垂直・水平線分で連結する。

Step 4: 折れ曲がり回数が 3 以上の各辺に対して、折れ曲がりの削減を試みる。

Step 5: 辺を構成する全ての線分を格子の上に配置する。

Step 6: 頂点の相対的位置関係を概ね保存しながら、辺を構成する線分や頂点を移動して、描画中の行数と列数を減らす処理(圧縮)を行う。

Step 7: 折れ曲がり回数が 2 の各辺に対して、折れ曲がりの削減を試みる。

Step 8: 再び描画の圧縮を行う。

この提案手法は、どの辺の折れ曲がり回数も高々 4 である直交描画を $O(n^2 \log n)$ 時間で求めることができる ($n: G$ の頂点数)。

道の形状を単純化するための後処理を提案手法に加え、比較的小規模な路線図データに適用したところ、辺の折れ曲がり、路線に対応する道の折れ曲がりがともに少ない良好な描画が得られた。

上で述べた方法は、後処理を除いて基本的に頂点と辺を処理の単位としており、圧縮処理においても路線に対応する道の形状を意識していない。デフォルメ路線図作成を目的とした場合には、より早い段階から道を単位とした処理を行う方が望ましいと考え、そのような改良も試みた。改良手法では、まず、与えられた描画の概形描画を作成し、その形状をできるだけ保ちながら、頂点と辺を直交格子の上に配置する。そして、道の折れ曲がり削減などの処理によって各路線に対応する道の形状を大まかに決定した後、圧縮処理と後処理を実行する。

改良手法の実行例を図 1 に示す。同図 (a) が入力描画(広島電鉄の路線図)であり、(b) が改良手法を用いて作成したデフォルメ路線図である。道を単位とした処理を早い段階から行うことにより、路線に対応する道の折れ曲がり回数を少なくすることができている。

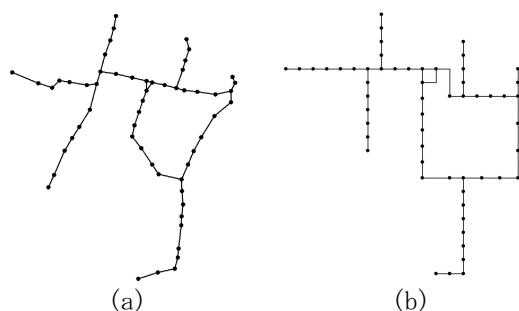


図 1 広島電鉄のデフォルメ路線図

(2) グラフ G の直線描画とある閾値 α が与えられるものとする。各頂点 v の座標を (x_v, y_v) と表す。与えられた描画において、任意の 2 頂点 v, w の x 座標に関し、(i) $|x_v - x_w| \leq \alpha$, (ii) $x_v - x_w > \alpha$, (iii) $x_w - x_v > \alpha$ のいずれかが成立する。 v, w の y 座標についても同様である。これらの関係を保存しながら、頂点の位置を更新していくことにより、描画の質を改善するアルゴリズムを開発した。

提案手法は、川西らの力指向描画法を元にしたものである。川西らの方法は、各頂点に働く力を計算し、それに基づいて頂点移動を繰返し行うが、頂点を自由に移動させると位置関係を崩す可能性がある。そこで提案手法では、各頂点の移動前に、位置関係を崩さない範囲で移動が可能な領域を計算している。また、頂点に大きな力が働いているにもかかわらず、その頂点の移動が小さく制限されることは、描画の質の改善を妨げる原因になると考え、頂点に働く力そのものを小さく抑えることを目的として二つの工夫を加えた。一つ目は、与えられた描画中に極端に長い辺が存在する場合に、それをあらかじめ短くすることである。また、二つ目は、力を計算するときに用いる「辺の理想長」と呼ばれる値を、頂点間に働く力の総和が小さくなるように決定することである。

手描き描画を入力とした計算機実験では、これらの工夫により、入力描画における頂点の位置関係を概ね保存しながら、特に辺長分散、辺長総和、描画面積の値を大きく改善することができた。

(3) 階層グラフを描画する際、階層をまたぐ長い辺に対しては、それがまたぐ階層ごとにダミー頂点と呼ぶ仮の頂点が作成される。ダミー頂点でない頂点を実頂点と呼ぶ。以下では、単に頂点といえば、実頂点とダミー頂点の両方を意味するものとする。

課題(3)に関する成果は以下のとおりである。

① 各階層上の頂点の配置順序が指定された階層グラフ G を描画する際に、頂点の座標を決定する新しいアルゴリズムを提案した。各辺 (v, w) の重みを $\omega(v, w)$ としたとき、提案手法は、以下の値 $WEL2$ 、即ち、描画中の重み付き辺長の 2 乗の総和が小さくなるように各頂点 v の x 座標 x_v を定めるものである。

$$WEL2 = \sum_{(v, w) \in E} \omega(v, w)^2 |x_v - x_w|^2$$

提案手法は、 G の各階層を順に見ていき、それぞれの上の頂点の配置を動的計画法により求める。今、上から i 番目の階層 V_i に注目しているものとし、その上の頂点を左から順

に v_1, v_2, \dots, v_k とする. V_i 以外の階層の頂点の座標を一旦固定し, 頂点 v_j の x 座標を t としたとき, v_j に接続する辺の重み付き辺長の 2 乗の和を $el(v_j, t)$ とする. さらに, v_j の x 座標を t としたとき, v_1, v_2, \dots, v_j に接続する辺の重み付き辺長の 2 乗の和の最小値を $mel(v_j, t)$ とする. $j=1$ のときには

$$mel(v_1, t) = el(v_1, t)$$

であり, $j > 1$ のときには

$$mel(v_j, t) = \min_{s < t} mel(v_{j-1}, s) + el(v_j, t)$$

である. これらの式に従った動的計画法により, 提案手法は, 各階層 V_i について, その上の頂点に接続する辺の重み付き辺長の 2 乗の総和が最小となるように頂点位置を更新する. グラフ G の頂点数を n としたとき, 提案手法全体の時間計算量は $O(n^2)$ である.

既存の方法の一つである優先度法との比較実験を行ったところ, 提案手法は, 3 種類の評価基準に関して, より優れた描画を求めることができた.

また, 上記の提案手法をもとにして, 以下の二つのアルゴリズムも開発した.

- ・頂点が幅をもつ階層グラフが与えられ, 各辺を直線で描くものとした場合の頂点座標決定法

- ・頂点が幅をもたない階層グラフに対して, 各辺を垂直・水平線分からなる折れ線で描き, 異なる辺による線分の共有を許すものとした場合の頂点座標決定法

② ダミー頂点をもつ階層グラフにおいて, ある実頂点 v から出発し, 一つ下の階層の隣接頂点をたどって行って別の実頂点 w に到達する道で, v, w 以外の実頂点を含まないものを, v から w へのダミー道と呼ぶことにする. 複数の辺がダミー頂点を共有することを許すものとして, ダミー頂点作成前の階層グラフ $G=(V, E)$ から, 次の (i), (ii) を満たす階層グラフ $G^*=(V^*, E^*)$ を作ることを考える.

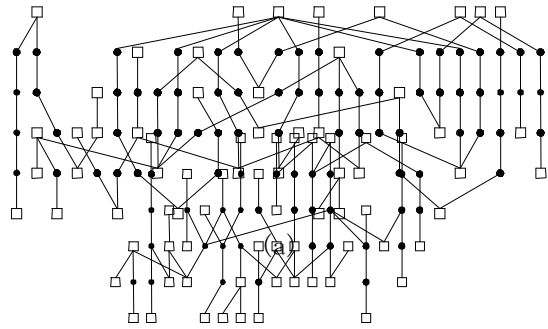
(i) G^* におけるダミー頂点の集合を D としたとき, $V^*=V \cup D$ である. G^* は G と同じ数の階層をもつ. G において第 i 階層にあった実頂点は, G^* においても第 i 階層に属している.

(ii) 隣接階層上にない 2 頂点 $v, w \in V$ に対して, G が辺 (v, w) をもつときかつそのときに限り, G^* において v, w 間にダミー道が存在する.

このようなグラフ G^* を G の実現と呼ぶことにする. 頂点数や辺数を少なく抑えることは, 一般に辺交差数と描画面積の削減につながる. よって, ダミー頂点の共有を許す場合, 頂点数や辺数が少ない実現を求めることが望まれる. 本研究では, ダミー頂点導入前の階層グラフ G が与えられたとき, ダミー頂点数最小

の実現を求める問題, 及び, 辺数最小の実現を求める問題が, いずれも NP 困難であることを証明した. さらに, これらの問題に共通して用いることができる比較的単純な発見的アルゴリズムを提案した. そして, ランダムな階層グラフを用いた計算機実験により, このアルゴリズムでダミー頂点の共有処理を行うことにより, 描画の階層幅, 辺交差数を大幅に削減し得ることを示した.

図 2 に例を示す (図中の小さな正方形は実頂点を, 黒丸はダミー頂点を, それぞれ示している). 同図 (a) はダミー頂点の共有処理を行わない場合の描画であり, (b) は共有処理を行った場合の描画である. (a) では描画面積が 26, 辺交差数が 46 であるが, (b) では描画面積が 17, 辺交差数が 20 になっている. なお, これらの描画では, 頂点座標の決定に, 我々が開発したアルゴリズムを用いている.



(b)

図 2 階層グラフの描画例

(4) G を非連結グラフとし, その連結成分を G_1, G_2, \dots, G_m とする. G の直線描画を求めるアルゴリズムとして, 本研究では以下のような方法を開発した.

Step 1: 川西らの描画法を用いて, 各連結成分 G_i の直線描画 D_i を求める.

Step 2: D_1, D_2, \dots, D_m の大まかな配置を決定する.

Step 3: 各 D_i の最小包含円の中心を頂点とする仮想的な木を求め, その各辺の端点間に力を働かせることにより, 連結成分間の距離を調整する.

Step 4: 描画中の隙間領域を求め, 外周部分にある連結成分をそこに移動させることにより, 描画面積の削減を試みる.

Step 5: 各 D_i に対して凸包を求め, 力を働かせて移動させることにより, 近くにある連

結成分間の距離がある一定値に近づくようにする。

ランダムな非連結グラフを用いた計算機実験により、上記の Step3~5 のそれぞれが、描画面積を抑えるために有効に働いていることを確認した。

(5) この課題に関する成果は以下のとおりである。

① 連結グラフ G の直線描画と各頂点のラベルサイズが与えられたときに、頂点と(対応する)ラベルとの重なりを許しながら、できるだけ多くのラベルを配置しようとするアルゴリズム(方法1)を作成した。この方法は、各頂点に対し、周辺の状況を考慮しながらいくつかのラベル候補(ラベル配置位置の候補)を作成する。その後、Wagnerら(F. Wagner and A. Wolff, "A combinatorial framework for map labeling," Proc. 6th Int'l Symp. on Graph Drawing, pp.316-331, 1998.)によって提案されたルール処理と、ラベル候補の重なりを減らすためのシフト処理を組み合わせ、ラベル候補の中からラベル配置位置を選択する。そして最後に、各ラベルの位置を修正する後処理を行う。

② 各頂点を比較的小さなサイズの軸平行長方形で描く場合のグラフ描画アルゴリズム(方法2)を開発した。連結グラフ G と各頂点のサイズが与えられたとき、方法2は、まず、頂点サイズを考慮しないで G の初期描画を求める。次に、頂点の縮小を一時的に許すものとして、方法1により全頂点が表示可能となる倍率と、そのような描画を求める。その後、表示倍率の値が1に近づくように、頂点サイズ及び頂点位置を繰返し更新していく。この処理で表示倍率の値が1に到達しなかった場合は、最後に描画全体を拡大する。

方法2で得られる描画の例を図3に示す。

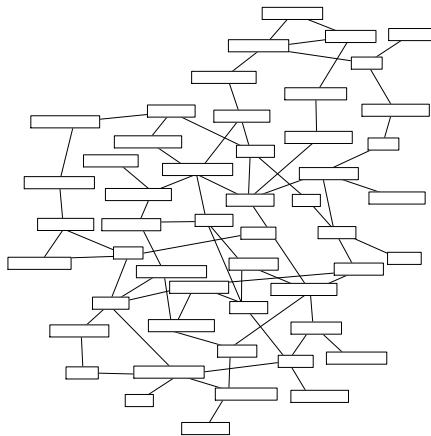


図3 頂点を長方形で表した描画の例

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① 阿部昇, 増田澄男, 山口一章, 全頂点のラベルを配置したグラフ描画を求めるアルゴリズム, 電子情報通信学会論文誌, vol.J95-A, 2012, 掲載予定, 査読有.
- ② 荒木徹也, 増田澄男, 山口一章, 村田将太, 階層グラフ描画における頂点座標決定アルゴリズム, 電子情報通信学会論文誌, vol.J94-A, pp.960-973, 2011, 査読有.
- ③ 荒木徹也, 増田澄男, 山口一章, 階層グラフ描画におけるダミー頂点の共有, 電子情報通信学会論文誌, vol.J94-A, pp.950-959, 2011, 査読有.
- ④ 橘一行, 増田澄男, 山口一章, 鈴木智貴, グラフ描画の直交格子への埋込アルゴリズムとデフォルメ路線図作成への応用, 電子情報通信学会論文誌, vol.J94-A, pp.180-191, 2011, 査読有.

[学会発表] (計4件) (総計10件)

- ① 林 均, 増田澄男, 山口一章, 頂点の位置関係が指定されたグラフの描画アルゴリズム, 平成23年電気関係学会関西連合大会, 2011年10月30日, 姫路市.
- ② 児玉憲彦, 増田澄男, 山口一章, 非連結無向グラフに対する力指向描画アルゴリズムの改良, 平成22年電気関係学会関西連合大会, 2010年11月13日, 草津市.
- ③ 阿部昇, 増田澄男, 山口一章, 頂点が大きさをもちグラフの描画アルゴリズム, 平成22年度情報処理学会関西支部支部大会, 2010年9月22日, 大阪市.
- ④ 阿部昇, 増田澄男, 山口一章, 頂点とラベルの重なりを許した場合のグラフ描画における頂点ラベル配置法, 平成21年度情報処理学会関西支部支部大会, 2009年9月29日, 大阪市.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

増田 澄男 (MASUDA SUMIO)
神戸大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 80173748

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

山口 一章 (YAMAGUCHI KAZUAKI)
神戸大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号: 60273760