

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 23 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21500210

研究課題名（和文）標準ゲーム力学系の拡張とその応用

研究課題名（英文）Extension of standard game dynamics and its applications

研究代表者

佐藤 譲 (SATO YUZURU)

北海道大学・電子科学研究所・准教授

研究者番号：30342794

研究成果の概要（和文）：

標準ゲーム力学系を N 人系、マルコフ系、連続系へ拡張し、力学系理論的解析を行いました。

(1) N 人ゲーム力学系の解析: 拡張モデルは結合写像系、大域結合写像系となり、進行波、時空カオス、時空間欠性といった複雑現象が観察されました。(2) マルコフゲーム力学系の解析: プレイヤーを確率分布でなくマルコフ系でモデル化し、情報理論的な解析を行いました。(3) 連続ゲーム力学系の解析: プレイヤーの取りうる行動が連続である系について、確率密度関数を混合戦略の表現として PDE モデルを構成しました。

研究成果の概要（英文）：

We extend the standard game dynamics to N-person game dynamics, Markov game dynamics, and continuous game dynamics and study them in terms of dynamical systems theory. (1) N-person game dynamics: The model is described as coupled map lattice and globally coupled maps, and shows complex nonlinear behavior such as traveling waves, spatiotemporal chaos, spatiotemporal intermittency. (2) Markov game dynamics: Players are modeled not by probability distributions, but by simple Markov systems. We analyze them dynamical systems theoretically and information theoretically. (3) Continuous game dynamics: Mixed strategies for continuous actions are modeled as probability density functions and a PDE model is constructed.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2010 年度	900,000	270,000	1,170,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：情報学、感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：複雑系、時空カオス、ゲーム力学系、情報理論

1. 研究開始当初の背景
 ゲーム力学系は適応ダイナミクス、化学反応動力学、進化ゲーム論、といった分野でしばしば用いられるモデル力学系です。

$$\begin{aligned} \frac{\dot{x}_i}{x_i} &= (Ay)_i - x \cdot Ay, \\ \frac{\dot{y}_j}{y_j} &= (Bx)_j - y \cdot Bx. \end{aligned} \quad [1]$$

モデル方程式[1]において $i=1\dots N, j=1\dots M$ であり、双行列(A, B)は二人ゲームの利得行列、確率ベクトル(x, y)はプレイヤーX, Yの混合戦略です。モデル方程式[1]は進化ゲームやゲーム論的状況下での学習の研究における標準モデルとして研究されてきました。ここではこの標準モデルを、より複雑な状況下での集団適応のダイナミクスを記述できる形に拡張し、その動力学構造を解析します。

2. 研究の目的

標準ゲーム力学系を(1)N人ゲーム力学系、(2)マルコフゲーム力学系、(3)連続ゲーム力学系に拡張します。ゲーム理論、情報理論、力学系理論に基づいてモデルを定式化し、計算機シミュレーションにより現象論を構築、力学系理論に基づいてその動力学構造を説明します。

3. 研究の方法

(1)N人ゲーム力学系: N人ゲーム力学系の利得行列はN人のプレイヤーどうしを結合するN層の複雑ネットワークとなり、モデルデザインが困難です。そこで最も単純なネットワークである格子モデル、およびランダム選択から導かれる大域結合モデルを最初のステップとして考察します。またNが大きくなると大量の計算資源が必要になることが予想されるので、各要素の適応ダイナミクスとして離散力学系(写像)を用います。ここでは①格子モデル、②大域結合モデルについて、大規模適応系の振る舞いを解析します。

(2)マルコフゲーム力学系: プレイヤーをマルコフ系でモデル化します。状態変数は条件付き確率となり標準ゲーム力学系がマルコフ記憶を含む形に拡張されます。この系ではXはXとYの行動を把握しているが、YはXの行動の情報を持たない、といった非対称な情報構造に応じたゲーム力学系の振る舞いを考察します。

(3)連続ゲーム力学系: 行動が連続無限の系の場合、その上の確率密度関数を混合戦略としてモデル化します。記憶は拡散的に損失すると仮定すると、拡張モデルは反応拡散系タイプの偏微分方程式系となります。例えばモ

デルを二次元空間での追従ゲームのような相互作用に限定すると、より具体的な方程式が与えられます。この系の定常解とその安定性を解析します。

4. 研究成果

(1)N人ゲーム力学系:

①標準ゲーム力学系にプレイヤーの記憶損失の効果を導入した系を構成します。各プレイヤーが単純な学習則にしたがって混合戦略を変化させていく状況を考えます。環境への適応によって選択される行動の確率分布のピークが鋭くなり(決定論的選択)、記憶の損失によって行動の確率分布が平らになる(ランダム選択)、という性質を持つ適応的プレイヤー(図1)を仮定すると、その集団は以下のような散逸項を含むゲーム力学系[2]でモデル化できます。

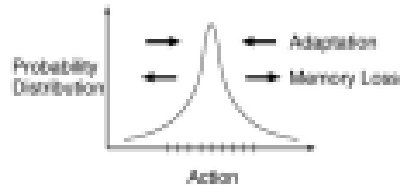


図1: プレイヤーの行動確率の変化

$$\begin{aligned} \frac{\dot{x}_i}{x_i} &= [(Ay)_i - x \cdot Ay] + \alpha_X \left[-\log x_i + \sum_{n=1}^N x_n \log x_n \right], \\ \frac{\dot{y}_j}{y_j} &= [(Bx)_j - y \cdot Bx] + \alpha_Y \left[-\log y_j + \sum_{n=1}^M y_n \log y_n \right], \end{aligned}$$

[2]

②モデル方程式(2)の時間離散化により、N人のプレイヤーの適応ダイナミクスを以下の結合ゲーム写像系[3]で新たに構成しました。最初のステップとして拡散結合系と大域結合系を解析します(図2)。この結合写像系の時空間欠性を(図3参照)を解析して大規模適応系の異常統計性の起源を議論しました。

$$x_i^{(s)}(\tau+1) = \frac{(x_i^{(s)})^{1-\alpha^{(s)}}(\tau) e^{\beta^{(s)} R_i^{(s)}(\tau)}}{\sum_{n=1}^M (x_n^{(s)})^{1-\alpha^{(s)}}(\tau) e^{\beta^{(s)} R_n^{(s)}(\tau)}}$$

[3]



図2: 結合写像格子と大域結合写像系

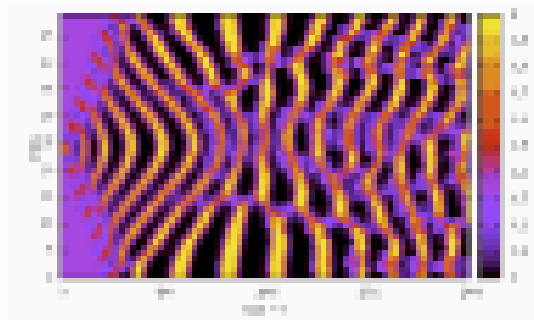


図 3: 横軸時間、縦軸空間の時空ダイアグラム。各セルの黄色～黒はプレイヤーの行動確率を表す。広いパラメータ領域で、時空間欠性と異常統計性が生じる。

(3) マルコフゲーム力学系:

二人プレイヤーの混合戦略を過去の記憶に基づいた条件付き確率

$$\mathbf{x}_{|ij} = (x_{0|ij}, x_{1|ij})^T \quad \mathbf{y}_{|ij} = (y_{0|ij}, y_{1|ij})^T$$

で与え、以下のマルコフゲーム力学系[4]を新たに構成しました。

$$\begin{aligned} \frac{x_{i'|ij}}{x_{i|ij}} &= \beta^X [(A\mathbf{y}_{|ij})_{i'} - x_{|ij} \cdot A\mathbf{y}_{|ij}], \\ \frac{y_{j'|ij}}{y_{j|ij}} &= \beta^Y [(B\mathbf{x}_{|ij})_{j'} - y_{|ij} \cdot B\mathbf{x}_{|ij}]. \end{aligned} \quad [4]$$

この系は一ステップ前の記憶を持つ単純マルコフゲーム力学系です。具体例として Matching Pennies ゲーム力学について、同力学構造と分岐、生成エントロピー、および X から Y への、 Y から X への情報流を、対称・非対称な事前知識構造について、それぞれ解析しました。

(4) 連続ゲーム力学系:

連続な行動をとる二人のプレイヤーの混合戦略を確率密度関数で与えます。さらにプレイヤーの行動はリング上に循環的に配置されており、このリングに沿って記憶が拡散すると仮定すると、連続ゲーム力学系[5]が新たに構成されます。 F , G は非線型の相互作用項であり、モデル方程式[5]は反応拡散系タイプの偏微分方程式系になります。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\log X)}{\partial t} &= \beta_X F(X, Y) + \alpha_X \frac{\partial^2(\log X)}{\partial \theta^2} \\ \frac{\partial(\log Y)}{\partial t} &= \beta_Y G(X, Y) + \alpha_Y \frac{\partial^2(\log Y)}{\partial \phi^2} \end{aligned} \quad [5]$$

現在二次元の追従ゲームといった具体的な相互作用に基づく連続ゲーム力学系のクラスを与え、その定常解と安定性解析を進めています。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

① Yuzuru Sato and Shun-ichi Amari,

"Robust Computation in Two-dimensional Neural Field," Proc. of ICCN, 査読有, in press.

② Yao Lu, Yuzuru Sato, and Shun-ichi

Amari, "Traveling bumps and thier collisions in two-dimensional neural field," Neural Computation, 査読有, 23:5, (2011), p1248-1260.

③ Miguel Fuentes, Yuzuru Sato and

Constantino Tsallis, "Sensitivity to initial conditions, entropy production and escape rate at the onset of chaos," Physics Letters A, 査読有, 375:33, (2011), p2988-2991.

④ 佐藤讓, 「オートマトン理論の背景」, 現代思想「現代数学の思考法」, 2010年9月号, 査読無, (2010), p155-163.

[学会発表] (計 27 件)

① Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena and their applications: interaction between deterministic chaos and stochastic randomness," invited talk, International workshop on Anomalous Statistics, Generalized Entropies, and Information Geometry, Nara Women's Univeristy, Nara, Japan, (2012).

② Yuzuru Sato, "Robust Computation in Two-dimensional Neural Field," invited talk, ICCN2011, Hilton-Niseko, Niseko, Japan, (2011).

③ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one-dimensional maps," contributed talks, WCHAOS11, Dresden, Germany, (2011).

④ Yuzuru Sato, "Random dynamics from time-series and its applications," invited talk, NOLTA2011, Kobe, Japan, (2011).

⑤ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one dimensional maps," invited talk, SIAM Conference on Applications of Dynamical systems, Snowbird, USA, (2011).

⑥ Yuzuru Sato, "Asymmetric game

dynamics and its extensions," Game theory workshop, Nagoya University, Nagoya, Japan, (2011).

- ⑦ Yuzuru Sato, "Noise-induced statistical periodicity and its applications," Dynamics of Complex Systems 2011, Hokkaido University, Sapporo, Japan, (2011).
- ⑧ Yuzuru Sato, "Robust computation in activation-inhibition field," invited talk, The 9th international conference on unconventional computation, University of Tokyo, Tokyo, Japan, (2010).
- ⑨ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one dimensional maps," invited talk, NIMS Hot Topics Workshop on Applied Dynamical Systems "Dynamics in Network and Mathematical Neuroscience," NIMS, Daejeon, Korea, (2010).
- ⑩ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one dimensional maps," invited talk, RIKEN Mathematical Science Workshop, Kamisawa, Japan, (2010).
- ⑪ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one dimensional maps: hidden fragility in nonlinear dynamics," invited talk, Sapporo winter school on nonlinear science, Hokkaido, Japan, (2010).
- ⑫ Yuzuru Sato, "Noise-induced phenomena in one dimensional maps," invited talk, Workshop: Fluctuation and Noise in Living Organisms, RIKEN, Saitama, Japan, (2009).
- ⑬ Yuzuru Sato, "Chaos in function dynamics," invited talk, Kobe University GCOE, Okinawa, Japan, (2009).
- ⑭ Yuzuru Sato, "High-dimensional chaotic dynamics in an N-person game," invited seminar, Kyushu University, Hakata, Japan, (2009).
- ⑮ Yuzuru Sato, "Stability and diversity in collective adaptation," invited talk, Chaos revolution in science, technology, and society, Sanur Paradise Plaza Hotel, Bali, Indonesia, (2009).

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :

権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

[その他]
ホームページ等
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/~ysato/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐藤 譲 (SATO YUZURU)
北海道大学・電子科学研究所・准教授
研究者番号 : 30342794

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし