

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 4 日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2013

課題番号：21500270

研究課題名(和文) 不規則に位置する時空間データ解析の理論と環境データへの応用

研究課題名(英文) Theory of spatio-temporal data analysis and its applications to environmental data

研究代表者

松田 安昌 (Matsuda, Yasumasa)

東北大学・経済学研究科(研究院)・教授

研究者番号：10301590

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円、(間接経費) 720,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の成果は、ランダムに位置する時空間データに対して、非定常なフーリエ解析によるモデル推定法を提案し、その漸近的性質を明らかにしたことである。非定常な時空間相関をもつ時空間データに対し、局所ピリオドグラムを計算してWhittle尤度を定義し、モデルパラメータの時間依存性を同定する方法を提案した。これは非定常時系列に対するDahlhausの方法の時空間データへの自然な拡張になっている。その推定方法の一致性を証明した。さらに関東圏地価データに本モデルを応用し、地価のもつ非定常な動きを同定し、関東各地域における地価変動がもつ非定常な特長を実証分析した。

研究成果の概要(英文)：This research has conducted a proposition of nonstationary Fourier analysis of spatio-temporal data when observation points are irregularly spaced. Originally nonstationary Fourier analysis was proposed for nonstationary time series analysis by local periodogram in order to identify temporal dependencies of time series models. Here we extend the method for time series to that for spatio-temporal data that makes it possible to identify local dependencies of spatial model parameters. The consistency of the estimators by the nonstationary Fourier methods has been proved. We have applied the methodology to land price data in Kanto area and examined nonstationary behaviors of land price data by the Fourier analysis.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：時空間モデル スペクトル密度関数 非定常性 局所ピリオドグラム フーリエ解析

## 1. 研究開始当初の背景

1970年代よりはじまった時系列解析(time series analysis)の研究は、分析対象を一変量時系列から多変量時系列へ、多変量時系列から空間系列(spatial series)・時空間系列(spatial time series)へと広げつつある。本研究の目的は、時系列解析の方法を空間・時空間系列へ拡張することにある。

空間系列・時空間系列分析では、主に二種のサンプリング法が考えられてきた。ひとつは、等間隔に観測されたデータ(regularly spaced data または mesh data とよぶ)、もう一方は不規則な位置で観測されたデータ(irregularly spaced data)である。regularly spaced data の分析法は多くの統計学者によってよく研究されてきた。例えば、Dahlhaus and Kunsch(1987, Biometrika), Heyde and Gay (1993, Stochastic Process Appl.), Yao and Brockwell(2006, Bernoulli)などは代表的な文献である。一方 irregularly spaced data はその広い応用可能性にもかかわらず、あまり注目を集めていない。Vecchia (1988, JRSS,B), Cressie and Huang (1999, JASA)は irregularly spaced data の分析を目的とした数少ない論文の例である。

Regularly spaced data がよく研究されている理由は、時系列解析の古典的な諸成果を自然に拡張できるためである。実際、Dahlhaus and Kunsch(1987)は、時系列の Whittle 推定量を空間系列に自然な方法で拡張し、漸近正規性を導いている。しかしながら、私は空間・時空間系列では、irregularly spaced data を前提として分析法を提案するべきであると考えている。日次データ、月次データ、四半期データのように規則的に得られる時系列と異なり、空間・時空間系列は不規則な地点で観測されるのが一般的であるからである。近年では不規則な位置で大量に観測された空間・時空間データの分析の必要性が、環境問題に関わる自然科学、空間経済の問題に関わる社会科学の分野で高まっている。実際、本研究は、東京圏内に不規則に散らばる5573地点の地価の分析を依頼されたことをきっかけとしている。本研究で提案する方法はこれらのデータの必須な分析手法を提供することになる。

## 2. 研究の目的

2008年度に時空間データのフーリエ解析法を提案した(Matsuda and Yajima (2008, JRSSB))。そこでは、不規則に位置する時空間データをフーリエ変換し、漸近独立性を利用することで Whittle 尤度を定義し、漸近正規性を導いた。ただしそこではデータに定常性を仮定していたため、現実の時空間データへの解析には使いづらいのではないかという批判があった。広範囲にわたる時空間地点で観測されるために、全体で確率構造が変わらないという定常性の仮定は不自然である。

そこで、本研究では時空間モデルのパラメ

ータが局所的に変動することをゆるすことで、データの非定常性を表すことを試みる。そしてパラメータの局所依存性を同定する新しいフーリエ変換方法を提案することが目的である。さらに、東京圏内に不規則に散らばる5573地点の地価がもつ非定常な変動を本方法を応用することで、本方法がもつ非定常分析への有効性を実証する。

## 3. 研究の方法

時空間データの非定常性を局所定常性によって表す。局所定常性とは、時空間相関が観測地点に依存して連続的に変動してよいことを意味する。そのため、相関関数のフーリエ変換であるスペクトル密度関数も局所的に変動する。局所依存性をもつ密度関数を以後、局所スペクトル密度関数とよぶ。つまり、本研究の対象は、局所スペクトル密度関数によって表される非定常性をもつ時空間データである。

局所定常性をとらえるために、通常の時系列ピリオドグラムを拡張して、局所ピリオドグラムという新しいピリオドグラムを提案する。局所ピリオドグラムの計算には、通常の離散フーリエ変換に代えて地点別に重み関数をかけた重みつき離散フーリエ変換を用いる。

局所ピリオドグラムを平滑化することで、局所スペクトル密度関数の一致推定量になることを示す。

局所ピリオドグラムを使って一般化 Whittle 尤度関数を定義する。これは局所スペクトル密度関数をパラメータで記述したときに、そのパラメータを推定するための目的関数である。

次に、一般化 Whittle 尤度関数を最大化することで得られた推定量の漸近的性質を明らかにする。具体的には、一致性と漸近正規性が成り立つための条件をみつけることである。

最後に、東京圏の公示地価の時空間系列に対して、一般化 Whittle 尤度を適用し、非定常な変動を実証分析を行う。

## 4. 研究成果

通常のピリオドグラムを拡張して局所ピリオドグラムを時空間データに対して定義し計算することに成功した。局所ピリオドグラムは時系列でよく使われる離散フーリエ変換の平方を自然に拡張したものであり、時空間データのスペクトル密度関数の局所依存性を表す基本的な統計量である。今後、非定常な時空間データを分析するための基本的な統計量として有為性を持つことを示した。

局所ピリオドグラムのスムージングによって局所スペクトル密度関数の一致推定量を構成した。局所ピリオドグラムは時系列ピリオドグラムと同じく平均はスペクトル密度関数に一致するが、分散は漸近的にも0に

収束しないため、スペクトル密度関数の一致推定量にならない。一致性を持たせるため、時系列ピリオドグラムと同じく平滑化によって一致性を持たせた。

次に、局所ピリオドグラムのパラメータ推定への応用である。まず、局所ピリオドグラムをパラメータで表現する。これは、通常の相関モデルに対し、そのモデルパラメータを時空間上において変動することを許すことで表すことができる。本研究では、その変動をパラメータごとに三角級数展開することで表現した。このようにモデル化した局所スペクトル密度関数に対して、一般化 Whittle 尤度関数を定義した。この一般化 Whittle 尤度関数を最大化することで、局所スペクトル密度関数のパラメータを推定することができる。

一般化 Whittle 尤度関数の漸近的性質を明らかにすることで、本推定量が一致性、漸近正規性をもつ条件を探索したが、残念ながら、一致性を持つ条件のみを明らかにすることに成功した。

最後に、関東圏地価データに本モデルを応用し、地価のもつ非定常な動きを同定し、関東各地域における地価変動の特長を実証分析した。主な結果は、東京郊外と中心地では空間相関の変動の関数形が大きく異なることを示したことである。具体的には、郊外では、相関の滑らかさとよばれるパラメータが中心部に比べてずっと大きくなっていた。中心部では、日当たりや騒音などのちょっとした条件の違いが地理的にはとなりであったとしても無視できない地価の差につながっており、これは郊外ではみられない現象である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

1. Matsuda, Y. (2013) Generalized Whittle Estimate for Nonstationary Spatial Data. Data Science and Service Research, Discussion Paper No, 9. 1-20, 査読なし
2. Ullah, W., Matsuda, Y. and Tsukuda, Y. (2013) Dynamics of the term structure modeling and forecasting of government bond yields: Does a good in-sample fit imply reasonable out-of-sample forecast? Journal of Applied Economics and policy. vol. 32, 535-560 査読付
3. Waliullah, Tsukuda Y, and Matsuda Y. (2013), Term structure forecasting of government bond yields with latent and macroeconomic factors: Do macroeconomic factors imply better

out-of-sample forecasts?, Forthcoming in Journal of Forecasting. Vol. 32, 702-723. 査読付

4. 松田安昌 (2012). 一般化 Whittle 法による不等間隔時空間データの分析. 統計数理. Vol. 60, 159-172. 査読付
5. Narukawa, M. and Matsuda, Y. (2011), Broadband semiparametric estimation of long memory time series by fractional exponential models. Journal of Time series Analysis, 32(2), 175-193. 査読付
6. Matsuda, Y. and Yajima, Y. (2009). Fourier analysis of irregularly spaced data on  $R^d$ . Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B. vol.71, 191-217. 査読付

[学会発表](計5件)

1. 松田安昌 「大規模で非定常な時空間データの wavelet 解析」日本統計学会, 2013年9月9日, 大阪大学
2. 松田安昌 「A generalized Whittle estimate for locally stationary spatial data.」 「時系列・時空間統計解析の新たな展開」2012年9月19日, 東京大学小島ホール.
3. 松田安昌 "Generalized Whittle Estimate for Irregularly Spaced data." The 58th ISI conference in Dublin. 2011年8月23日, ダブリンコンベンションセンター、アイルランド.
4. 生川雅紀, 松田安昌 「long-memory SV model のセミパラメトリック推定」日本統計学会第77回大会, 2009年9月7日, 同志社大学
5. 生川雅紀, 松田安昌 "Broadband semiparametric estimation of long-memory time series by fractional exponential models." [科研費研究集会「時空間統計解析その理論と応用」](2009年11月20日, 京都府宇治市生涯学習センター)

[図書](計0件)

[産業財産権]  
出願状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況（計0件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

松田 安昌(Matsuda, Yasumasa)  
東北大学・大学院経済学研究科・教授  
研究者番号：10301590