

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 28 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009 ～ 2011

課題番号：21500276

研究課題名（和文） 極値理論によるリスクの予測

研究課題名（英文） Prediction of risk based on extreme value theory

研究代表者

高橋 倫也（TAKAHASHI RINYA）

神戸大学・大学院海事科学研究科・教授

研究者番号：80030047

研究成果の概要（和文）：

極値理論を用いて自然災害に関連する問題についてリスクの予測について研究を行なった。日降水量データに関して、年最大値のトレンドをパラメトリック・モデルとスミージング法で調べ、AIC によるモデル選択の良さを示した。津波マグネチュードデータの解析を行い、その分布の上限の推定を一般パレート分布と点過程モデルを用いて試みた。リスクの及ぶ範囲を推定する問題としてブロック・サイズの推定を考え、最尤法について研究し、極値データのタイプによる精度を理論とシミュレーション実験であきらかにした。

研究成果の概要（英文）：

Extreme value theory plays an important role for prediction of risk. We studied the risk of natural disasters. The trends of annual maximum daily precipitation at meteorological stations in Japan were studied. We estimated the largest value of the tsunami magnitude by using the threshold and point process models. The problems to estimate the range of stress or risks were studied.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	800,000	240,000	1,040,000
2010 年度	600,000	180,000	780,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計的推測，極値理論

1. 研究開始当初の背景

自然災害等は、一般に観測データ中に極端に大きな（または小さな）値が出現したときに発生する。そこで、リスクの予測や評価に関して極値理論に基づくデータ解析が重要になる。

次の4つのリスクに関する問題で実用的で有効なデータ解析法の開発を考えた。

問題 1. 極値データのトレンドの検出

洪水等の防災対策を考えるとき、年最大日降水量の精度のよい予測が必要になる。ところで気象変化や異常気象の影響か、年最大日降水量に増加のトレンドがあるように思われる。もし明らかなトレンドが存在する場合には、定常性に基づく従来の防災対策を基本的に見直す必要がある。日本全国約 50 箇所での 100 年以上の日降水量データが利用可能である。

問題 2. 最大値の推定

地震や津波の規模にはその上限(最大値)が存在すると考えられる。これらの上限が精度よく推定できれば防災計画に役立つことになる。そこで、上限の存在する分布からのデータから、その上限(最大値)を推定する有効な手法を開発する必要がある。

問題 3. ウィクセル小球問題での最大球寸法の予測

金属製品の信頼度を推定するためにはその疲労強度の推定値が必要である。金属の疲労強度は、それに含まれる非金属介在物の最大寸法に依存する。そこで、金属製品へのストレスの2つのタイプに応じて、金属に含まれる介在物寸法で「与えられた体積中の最大寸法」と「与えられた表面積に交わる最大寸法」を予測する必要がある。

問題 4. 多変量極値データの解析

リスクは種々の要因により発生する。そこで、多変量のデータのある種の組み合わせで異常に大きな値が発生する確率を推定すればリスクの予測が可能になる。

2. 研究の目的

次の各問題について極値データの実用的で有効な解析法を求める。

問題 1. 極値データのトレンドの検出

日本全国約 50 の観測地点での 100 年近くの日降水量データの解析を行う。もし、年最大日降水量に顕著なトレンドが存在し定常性が成り立たない場合は、新しい防災対策を考える必要がある。そこで、日降水量データを利用して、各地点での年最大日降水量データのトレンドを検出する方法を開発する。

問題 2. 最大値の推定

上限を持つ分布からのデータを利用して、分布の上限(最大値)の推定法を求めその精度を明らかにする。ところで、地震や津波のマグニチュードデータには上限があると考えられるが、データの有効桁数は少ない、このような有効桁数の小さな場合の推定の精度と、乱数を用いてデータの連続化を行った場合の影響を調べる。また、推定精度を高める様なデータの変換法を求める。

問題 3. ウィクセル小球問題での最大球寸法の予測

金属製品の信頼度を求めるために、それに含まれる非金属介在物寸法で、与えられた体積中の介在物の最大寸法と、与えられた表面積に交わる介在物の最大寸法を推定したい。工学者にも使いやすい最尤法による予測法

を求めそのプログラムを作成する。

問題 4. 多変量極値データ解析

周辺分布を標準指数分布とする多変量極値分布を考えその性質を明らかにする。また、実データの解析のためのプログラムを作成する。

3. 研究の方法

それぞれの問題について、極値データ解析法について次の方法で研究を行なう。

問題 1. 極値データのトレンドの検出

データから年最大日降水量を取り出し一般極値分布を適合する。一般極値分布の位置、尺度そして形状の3個のパラメータに年に関する回帰モデルを導入する。これらのパラメータを最尤法で推定する。回帰モデルの中でどれが良いかをAICで選択する。選択結果を調べるために、局所尤度に基づくスムージングのプログラムを作成しデータのスムージングを行いパラメータの推定を行う。また、日降水量データから、各年の上位5位までの日降水量データを取り出す。この上位5位は経験上の値で、少ないと推定精度が上がらない、しかしあまり多くとると極限分布の適合が悪くなる。これらのデータに結合極値極限分布を適合する。極値データの場合と同様に結合極値極限分布の3個のパラメータに年の回帰モデルを導入して解析する。モデル選択をAICで行う。また、上位5個のデータを用いてスムージングを行い、パラメトリック解析で選ばれたモデルと比較する。

問題 2. 最大値の推定

津波マグニチュードデータには上限があると考えられる。極値理論に基づき十分大きな閾値を決め、その超過値データに一般パレート分布を適合して解析する。また、点過程モデルを用いて解析を行う。歴史データを取り扱う手法を、点過程モデルの下で構成する。津波マグニチュードデータの有効桁数は2で小さい。このような場合に乱数でデータを連続化しその精度への影響をシミュレーション実験で調べる。また、一般パレート分布への適合をよくするためにデータの変換法を考える。

問題 3. ウィクセル小球問題での最大球寸法の予測

極値理論に基づき、金属中の介在物寸法の右裾の分布は一般パレート分布に従うと仮定する。すなわち十分大きな閾値以上では一般パレート分布に従うと考える。観測可能なデータの分布は一般パレート分布のウィクセル変換分布である。この密度関数を数値積

分で評価し、数値計算で最尤推定値を求める。次に、数値微分を利用して推定の標準誤差を求める。一般パレート分布のパラメータの推定値を用いて介在物の最大寸法の推定を行う。この問題で閾値の決定が重要であるが、通常の極値データ解析で用いられている閾値の決定法を用いることが出来ない。一般パレート分布の性質に基づく閾値の決定法を提案する。また、平面と交わる介在物寸法の分布の右裾が一般パレート分布に従うと仮定した場合についても調べる。

問題 4. 多変量極値データ解析

周辺分布が標準指数分布の多変量極値分布を考え、簡単な従属性を持つものの混合として複雑な従属性を表す方法を考える。また、分布の性質をシミュレーション実験で調べる。

4. 研究成果

次の様な研究成果を得た。

問題 1. 極値データのトレンドの検出

まず、年最大日降水量データに対して、一般極値分布を適合した。パラメータが年に依存する 12 個のモデルを考え最尤法で解析した。モデル選択を AIC で行った。同じデータをスムージングしてパラメトリック解析結果と比較した。AIC による選択は良好であった。同様の方法で、各年の上位 5 位までの日降水量データを取り出しパラメトリック・モデルを適合して解析し、モデルを AIC で選択した。一方、同じデータのスムージングを行った。この場合も AIC で選択されたモデルはスムージング結果と比較すると良好であった。図 1 と図 2 は熊本の各年の上位 5 位までのデータを用いた結果である。図 1 はパラメトリック・モデルによる 3 個のパラメータの推定結果である。図 2 はスムージング結果による各 3 個のパラメータの推定結果である。パラメトリック・モデルでの 3 パラメータの推定結果はスムージングによる推定結果と良く一致している。一般に、年最大データのみを用いた場合より、上位 5 位までのデータを用いた方がデータが増え複雑なモデルが選択される傾向があった。全国約 50 箇所の観測地点のうち年最大日降水量データで定常性を示すものは 1 割くらいで多くの地点でトレンドが見られた。この研究により従来トレンドの検定法として用いられているノンパラメトリック法より精度の良い結果が得られた。また、極値データのトレンド検出のために通常の直線回帰を行った場合の情報ロスを数値計算で明らかにした。

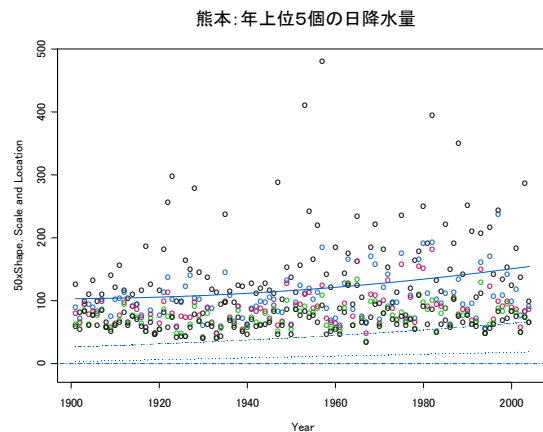


図 1. パラメトリック解析結果.

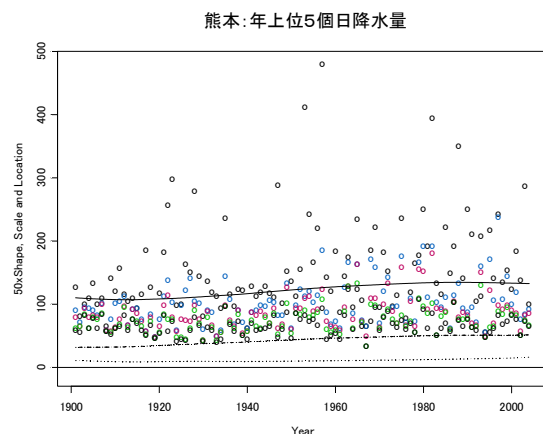


図 2. スムージング結果.

問題 2. 最大値の推定

阿部(2006)による日本付近の地震津波のマグネチュードデータの解析を行った。験潮儀観測に基づく 1894 年から 2006 年までの 113 年間のデータに一般パレート分布を適合した。形状パラメータの推定値は分布に上限のあることを示唆する負になった。推定値から分布の上限の 95%信頼区間を求めた。この区間には平成 23 年 3 月 11 日の津波マグニチュード 9.1 は含まれなかった。それは百年のデータからは予測されない規模であったことになる。このような場合には北野による経験度の利用が考えられる。点過程によるデータ解析でも同様の結果を得た。津波マグニチュードの歴史データを解析に取り込むために、点過程モデルで歴史データが得られる確率を考慮したモデルを考えた。パラメータの最尤推定値を数値計算で求めたが収束しなかった。最尤推定値が求まらない原因としてデータの有効桁数が 2 である事とデータ数が少ない事が考えられる。そこで一様乱数を利

用してデータの連続化を考えた。シミュレーション実験によると連続化の効果があることが分かった。しかし、乱数ごとに推定結果が無視できないほどばらつくので更なる研究が必要である。

また、形状パラメータが負の一般パレート分布が適合できるようなデータでは、そのベキ変換を行ったデータは同じ形状パラメータの一般パレート分布を適合できることが示された。そこで一般パレート分布の適合をよくする変換を見つける手法の開発について研究を行っている。

問題3. ウイクセル小球問題での最大球寸法の予測

非金属介在物の寸法の右裾の分布として、一般パレート分布を仮定すると閾値を変化させても形状パラメータと修正尺度パラメータは同じ値になる。この事実を用いて、ウィクセル変換分布に従う観測データから形状パラメータと修正尺度パラメータを閾値を変化させて最尤法で推定し、それらの推定値をプロットする。この図を利用して閾値の決定が可能になる。決定した閾値を使い最尤法でパラメータの推定を行う。推定のための数値積分では二重指数型積分公式を使い、推定誤差の評価では数値微分にリチャードソン補外を用いてヘシアン行列の評価を行った。これにより精度の良い標準誤差の推定等が可能になった。最大介在物寸法の予測は可能になったが、推定量の漸近的な性質を調べる研究が残っている。

問題4. 問題3, 4に関連する「リスクの及ぶ範囲の推定」問題を研究した。リスクの及ぶ範囲を最大値が得られたブロックの大きさと考えてブロック・サイズの推定問題を研究した。最大値または上位 r 個のデータを用いる場合の、ブロック・サイズの推定法を調べた。極値データのタイプ(上位何個用いるか)に応じてブロック・サイズの推定精度がどのように変化するかを理論とシミュレーション実験で明らかにした。

多変量極値データの解析と多次元の場合の最大値の推定に関しては研究中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① 高橋倫也 (2012): ブロック・サイズの推定, 統計数理研究所共同研究リポート, Vol. 274, pp. 28-38. 査読無.
- ② 渋谷政昭, 高橋倫也 (2012): 津波マグ

ニチュードのデータ解析, 統計数理研究所共同研究リポート, Vol. 274, pp. 59-60. 査読無.

- ③ 高橋倫也 (2011): 分布の上限点の推定, 統計数理研究所共同研究リポート, Vol. 261, pp. 23-37. 査読無.
- ④ 高橋倫也 (2011): 基準化係数, 統計数理研究所共同研究リポート, Vol. 261, pp. 38-49. 査読無.
- ⑤ 高橋倫也 (2011): 極値の線形トレンド, 統計数理研究所共同研究リポート, Vol. 246, pp. 51-61. 査読無.
- ⑥ Kitano, T., W. Kioka and R. Takahashi (2011): Trend Model of Sea Extremes, Proc. on Coastal Engineering, 1-13. 査読有.

[学会発表] (計10件)

- ① 高橋倫也: ブロック・サイズの推定, 統計数理研究所研究集会「極値理論の工学への応用」, 2012年1月20日, 統計数理研究所.
- ② 渋谷政昭, 高橋倫也: 津波マグニチュードのデータ解析, 統計数理研究所研究集会「極値理論の工学への応用」, 2012年1月21日, 統計数理研究所.
- ③ 高橋倫也: 上位データによるブロック・サイズの推定, 統計関連学会連合大会, 2011年9月5日, 九州大学, 伊都キャンパス.
- ④ Rinya Takahashi: Inference of block size, Environmental Risk and Extreme Events, Workshop, July, 10-15, 2011, Ascona, Switzerland.
- ⑤ 高橋倫也: 最大データのブロック・サイズの推定, 応用統計学会, 2011年6月4日, 大阪大学, 吹田キャンパス.
- ⑥ 高橋倫也: 分布の上限点の推定, 統計数理研究所研究集会「極値理論の工学への応用」, 2010年12月3日, 統計数理研究所.
- ⑦ 高橋倫也: 最大値の推定, 科研シンポジウム「統計的推測方法の理論的展開とその応用」, 2010年11月17日, 熊本大学.
- ⑧ 高橋倫也: 極値の線形トレンド, 統計数理研究所研究集会「極値理論の工学への応用」, 2009年12月12日, 統計数理研究所.
- ⑨ 高橋倫也, 渋谷政昭: 年最大日降水量のトレンド, 統計関連学会連合大会, 2009年9月8日, 同志社大学, 京田辺キャンパス.
- ⑩ 高橋倫也, 渋谷政昭: Wicksell 小球問題での最大球寸法の予測, 統計関連学会連合大会, 2009年9月8日, 同志社大学, 京田辺キャンパス.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 倫也 (TAKAHASHI RINYA)
神戸大学・大学院海事科学研究科・教授
研究者番号: 80030047

(2) 研究分担者

北野 利一 (KITANO TOSHIKAZU)

名古屋工業大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：00284307

(3) 連携研究者

渋谷 政昭 (SIBUYA MASAOKI)

慶應義塾大学・理工学部・名誉教授
研究者番号：20146723