

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 3月31日現在

機関番号：34314

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21500832

研究課題名（和文） 大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究

研究課題名（英文） A Study on the Development of Math Educational Materials for Pre-University Programs in High Schools and the First-Year Programs at Universities

研究代表者

丹後 弘司（TANGO HIROSHI）

佛教大学・教育学部・特別任用教授

研究者番号：10025471

研究成果の概要（和文）：これまでの我々の研究で開発してきた実験的数学教科書を利用した数時間規模の高等学校における授業教材（平面ベクトル、三角比・三角関数の単元の教材、「ユークリッドの互除法を利用した $\sqrt{2}$ の無理数性の直観的理解」のための教材）、自学自習用課題としても利用可能な大学教育との接続を意識した数学教材（「3次方程式の代数的解法」、「RSA暗号」、「2011年問題」）の開発を行った。これらの教材は、研究成果報告書冊子（全175頁）に高大接続に関する数学教育の状況報告とともに掲載した。

研究成果の概要（英文）：We developed math educational materials based on our experimental mathematics textbook. These materials consist of interesting topics — plane vectors, trigonometry, trigonometric functions and a text for an intuitive understanding of the irrationality of $\sqrt{2}$ by using of the Euclidean algorithm — which take in a few hours in high schools, and self-study programs — an algebraic solution of cubic equations, the RSA code, year 2011 problems — in response to university mathematics curriculum.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	1,300,000	390,000	1,690,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数学（代数学）、数学教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学

キーワード：高大連携、高大接続教育、大学入学前教育、大学初年次教育、数学教育

1. 研究開始当初の背景

我が国が科学技術創造立国として国際競争力を保ち、新規産業を創出するためには、それらの役割を担う人材の育成が重要となる。しかしながら、「理数・科学技術離れ」による理数系進学者の減少に加え、大学入

者の選抜状況が新たな問題を生じさせていた。というのも、国公私立大学の入学者選抜実施状況（文部科学省、2008）を見る限り、平成20年度の一般入試による大学入学者は56%程度であり、大学入学者の4割以上は推薦入試やアドミッション・オフィス入試等

による入学者なのであった。こうした事態は、高等学校教育においては推薦入試等による合格決定から大学入学時までの期間の教育に、大学教育においては初年次教育に、新たな問題を引き起こしていた。前者に関して言えば、高等学校における最後の数ヶ月間の学習効果と動機付けに関わる問題である。すなわち、推薦入試等により大学入学が決定した後、大学教育との接続を意識した指導や自学自習用課題の提示など、ある意味では将来に向けての効果的な学習・指導が構想されてよいにもかかわらず、それを実現する教材が少ないことから、多くの場合、既存の高等学校用教科書に頼った指導や課題提示が為されていた。大学入学が決定した状況で高等学校カリキュラムに沿った指導しか行わない場合、学習者は、そこでの学習を「卒業するための学習」と消極的に受け取ることも多く、勉学への意欲や日々の学習習慣を維持することが困難になるのである。一方、後者に関して言えば、大学初年次に従来理数系の科目を従来のような教科書・指導により維持することが困難になってきていることは、よく知られたところであって、大学によっては、入学直前や初年次に高等学校の数学の教科書を使用して補習授業をする所もあり、初年次教育の困難は、一般入試を経ずして入学した学生の増加と共に拡大しつつあった。

大学入学前及び大学初年次教育に関して大きな質的変化が求められており、同時に、その時期に使用可能な教科書・教材の開発研究が必要に迫られていた。しかし、日本の数学教育研究においては、後期中等教育及び高等教育分野での研究が盛んでないこともあり、局所的な範囲での教材開発や指導事例はあるものの、本格的に高等学校と大学との連携を意識した教科書開発研究などは殆どなされていないというのが当時の状況であった。

2. 研究の目的

(1) 上記のような高等学校や大学での理系教育を取り巻く現状認識を踏まえ、本研究グループでは、平成 17 年度からの 2 年間と平成 19 年からの 2 年間、科学研究費補助金を得て、理系分野への進学を目指した高校生を対象に、より広い立場から高等学校と大学との連携を意識した新しい高等学校数学のカリキュラム及び教科書の開発を目的として研究を進めてきた。特に、平成 19 年度分からは、実験教科書を高等学校や大学の教育現場で使用してもらい、実験教科書の問題点を抽出しつつ改善をはかる研究を進めていた。これらの研究において、教科書作成はあ

る程度進展していたが、教科書使用及び改善の面では、多くの研究協力者（主に授業実践者）から、ある共通の問題点を指摘されていた。それは、教科書の各章のまとまりが比較的大きいため、実際に現場で確保可能な数時間規模の授業では使いにくい部分が多い、というものであった。

(2) このような経緯もあり、本研究グループでは、現在までに開発された実験教科書の「教科書」としての体裁は保ちつつも、各章に「本研究の実験教科書を利用した数時間規模の授業で実施可能な教材」を配置すること、こうした教材を多数開発することが我々が開発してきた実験教科書の使用の可能性を広げることに繋がると意識され始めた。しかも、こうした教材は、先に述べたように、特定の大学入学前及び大学初年次の学生グループに対する好適な教材となり得るとも考えられるのである。

以上を定式化して具体的に述べるならば、本研究の目的は、

- ① 大学入学前教育及び大学初年次教育を想定し、そこで我々の高大連携実験教科書を利用しつつも、数時間規模の授業や自学自習課題として利用可能な追加の紙面や教材を作成すること
- ② そうした教材を使って授業等を行い、それらの評価・修正を行うこと、
- ③ 教科書・教材等の成果物を、電子媒体を通じて利用可能な状態にすること

の 3 点である。

3. 研究の方法

標準的な PDCA サイクルに沿って研究を進めた。具体的には、数学の 3 領域（代数・幾何・解析）に対応した三つの教材作成グループと、作成された教材の評価を行う評価グループに分かれ、

Plan: 三つの教材開発グループによる新教材の教育目標の明確化と教材の素案作成

Do: 教材素案の全体会における検討とそれを受けた教材開発グループによる具体的教材作成

Check: 評価グループおよび高校教員による教材の使用可能性についての評価と実際の授業実践による評価

Act: 評価を受けた教材の修正のサイクルを回して研究を行った。

なお、本研究には、この報告書の最後に記したように、多数の高等学校教員、民間教育機関研究員、大学教員が参加しており、多くの授業実践やいろいろな視点からの評価を行うことができた。

4. 研究成果

(1) 本研究の成果については、下記の[雑誌論文]や[学会発表]にあるように随時、発表・報告を行い、研究成果報告書(全 175 頁)にまとめ上げた。研究成果報告書は、記録、研究方針、現状報告、作成教材、実践報告より成る。全体の内容は以下の通りである。

- 記録
- 河野芳文：高大連携の科研に参加して
- 重松敬一：幾何分野の教科書作成と実践的検証についての基本的な考え方
 - 1 幾何分野担当者
 - 2 幾何分野担当者活動日程
 - 3 検討内容
大学入学前教育の事例、開発テキストのコンセプト、大学生のもっている数学の意識(横)、高校生の実際(酒井)、大学生からみた中学校、高校時代のよい数学の授業と悪い数学の授業(重松)
- 横弥直浩：ベクトルの教材開発について
 - 1 はじめに
 - 2 高校生の実態から
 - 3 大学生が考えるおもしろい問題とは
 - 4 おわりに
- 酒井淳平：本研究に参加して
- 酒井淳平：大学入学前教育幾何班(三角比)報告書
 - 1 開発した教材、実践した授業について
 - 2 授業実践報告、生徒のアンケート
 - 3 考察
- 川口慎二：ベクトルの導入についての授業を実践して
- 田中友佳子：本研究に参加して
- 田中友佳子：大学入学前教育 三角比の教材化
- 大竹博巳：「大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究」解析・代数班報告
 - 1 解析・代数班担当者
 - 2 解析・代数班活動日程
 - 3 解析・代数班活動内容
 - 4 学会発表
 - 5 おわりに
- 大竹博巳：「積分学再入門」について
 - 1 はじめに
 - 2 原始関数・不定積分
 - 3 置換積分法
 - 4 部分積分法
 - 5 有理関数の不定積分
 - 6 無理関数の不定積分
- 辻幹雄：「高大連携」の為の教材作成

- 大竹真一：数学の証明は要る要らない？
- 山岸義和：龍谷大学の入学前教育のための数学教材について
- 榎田直：「大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究」に参加して
- 榎田直：大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究
 - 0 はじめに
 - 1 平成 22 年「3 次方程式の代数的解法について」
研究の進め方、予備知識、要点、取り組んだ生徒の感想
 - 2 平成 23 年「RSA 暗号について」
研究の進め方、予備知識、要点、取り組んだ生徒の感想
 - 【教材】3 次方程式の代数的解法について(榎田直)
 - 0 準備
複素平面と極形式、de Moivre の公式、3 乗根について
 - 1 Cardano の公式(3 次方程式)
 - 2 Ferrari の公式(4 次方程式)
 - 3 計算例
 - 【教材】RSA 暗号について(榎田直)
 - 1 Euclid の互除法
最大公約数、不定方程式
 - 2 合同式
基本的な性質、中国剰余定理、Fermat の小定理、Euler の関数
 - 3 RSA 暗号のしくみ
鍵の生成と暗号化・復号、簡単な計算の例、復号の計算について
 - 中井保行：動画教材の作成
 - 【教材】2011 年問題(中井保行)
 - 山田篤史：「ユークリッドの互除法を利用した $\sqrt{2}$ の無理数性の直観的理解」のための教材開発
 - 長谷川貴之：高等専門学校とそこでの数学教育
 - 1 はじめに
 - 2 高等専門学校
高等学校 \cup 大学、専攻分野、就職率は 99.0 %、進学、ロボコン
 - 3 数学教育対象としての高等専門学校の学生
意欲、学力、留学生
 - 4 高等専門学校の数学教育
大日本図書の教材、森北出版の教材、国立高等専門学校学習到達度試験

(2) 報告書の内容について紹介する。
横の「ベクトルの教材開発について」は高

校生（理系）が、大学入学までに身に付けておきたい数学の力、または大学に入学後どんな数学の力が必要かを、本務校6年生（高校3年生）への調査と、N大学理学部の教職の講義（数学教育）をとっている2,3回生への調査により、明らかにしようとしたものである。

酒井の「大学入学前教育幾何班（三角比）報告書」は、三角比を一通り学習したことがあるという前提で、大学教育への接続や三角比の内容を再度定着させることを意図した教材と、その授業実践の報告である。

田中の「大学入学前教育 三角比の教材化」は、さまざまな方法で $\sin 1^\circ$ を求めることを通して、三角比の本質をとらえ、大学での学びへと接続させることを目的とした授業案である。

大竹の「『積分学再入門』について」は、大学での授業で見出された高校数学との接続に関する問題点の報告である。

槌田は、大学入学前または大学初年次に学習するコンパクトでトピック的な教材として、

- ・補修的なものではなく、真に数学的興味から取り組む教材である
- ・それ1つで小さなまとまりになっており、理解し終えたとき達成感を味わうことができる
- ・数学史の観点からも興味深い内容を含むことをねらいとして、教材「3次方程式の代数的解法について」と「RSA暗号について」を作成した。「大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究」は、この教材を用いた文化祭での自由研究という形での実践報告である。

中井は、教師が授業中に補助教材として使用したり、教師自身の研修資料として使用したり、生徒・学生が自学自習教材として使用したり、数学に興味を持つ一般の方々の視聴に供したり……と、多様な用途に対応する数学各分野の動画教材を作成、蓄積している。「動画教材の作成」はこれらの動画教材の紹介である。これらの動画は、京都府立高等学校数学研究会の検索画面のページにおいて、資料の種類で「動画」をクリックし、動画教材リスト画面を立ち上げることにより視聴可能である。また、教材「2011年問題」は、数学オリンピックや大学入試問題で当該年度を問題の数値に織り込んだ小粋な出題がされていることを参考にして2011と23を使った各種の問題教材を収集したものである。生徒たちに多種多様な2011年問題を提供することにより、この種の問題に対する

「耐性」を向上させるとともに「感性」を磨くことを意図している。

山田の「『ユークリッドの互除法を利用した $\sqrt{2}$ の無理数性の直観的理解』のための教材開発」は、我々の実験教科書でのユークリッドの互除法の学習に連なる形で指導が検討できるよう、 $\sqrt{2}$ の無理数性の直観的理解に関わる先行研究を利用して、その指導の「単元目標」と具体的な「教科書紙面」を提案したものである。教科書紙面は、学習者の自学自習をも想定して、学習の系列を組織化する「問い」に加えて、できるだけその説明も与える形に構成してある。さらに、こうした教材の今後の展望として、連分数展開の学習との関連付けも指摘している。

長谷川の「高等専門学校とそこでの数学教育」は、高大連携のもう一つの形である高等専門学校における数学教育について、現状を報告し、高校大学と続く数学教育との対比を述べたものである。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計4件）

- ① 中井保行、2011年問題、京都府立嵯峨野高等学校研究紀要（平成23年度）、査読無、第13巻、2012、pp.59-117
- ② 中井保行、 x^2 の数学、京都府立嵯峨野高等学校研究紀要（平成22年度）、査読無、第12巻、2011、pp.49-111
- ③ 辻幹雄、山本真弓、井上のノートについて、天界、査読無、第91巻、2011、pp.260-263
- ④ 重松敬一、横弥直浩、スーパーサイエンスハイスクール（SSH）における数学科の取り組みの成果と課題、奈良教育大学紀要（人文・社会科学）、査読無、第59巻、2011、pp.133-141

〔学会発表〕（計13件）

- ① 槌田直、2011年の文化祭での取り組みについて、第58回近畿算数・数学教育研究（滋賀）大会、2011年11月11日、ひこね市文化プラザ（滋賀県）
- ② 中井保行、2011年問題、第58回近畿算数・数学教育研究（滋賀）大会、2011年11月11日、ひこね市文化プラザ（滋賀県）
- ③ 横弥直浩、高等学校数学における問題解決の研究（16）—リテラシーを基にしたリベラルアーツの育成の考察—、日本数学教育学会、第93回全国算数・数学教育研究（神奈川）大会、2011年8月2日、日本大学高等学校（神奈川県）
- ④ 喜田英昭、生徒の創造性を育成する問題

作成レポート学習の研究、日本数学教育学会、第 93 回全国算数・数学教育研究(神奈川)大会、2011 年 8 月 1 日、日本大学高等学校(神奈川県)

- ⑤ 中井保行、数学のルーツを訪ねる動画教材作成、平成 22 年度京都府立高等学校数学研究会教育課程専門部会研究大会、2010 年 12 月 3 日、京都府立宮津高等学校
- ⑥ 中井保行、数学のルーツを訪ねて 一動画教材「からす算」、「方程」の作成一、第 57 回近畿算数・数学教育研究奈良大会、2010 年 11 月 12 日、香芝市ふたかみ文化センター
- ⑦ 植田直、3 次方程式の代数的解法について、第 57 回近畿算数・数学教育研究奈良大会、2010 年 11 月 12 日、香芝市ふたかみ文化センター
- ⑧ 中井保行、和算の里を訪ねて、第 92 回全国算数・数学教育研究(新潟)大会、2010 年 8 月 3 日、新潟県立新潟高等学校
- ⑨ 二澤善紀、大竹真一、高大連携を志向した授業改善 一漸化式と微分方程式一、日本数学教育学会、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会、2009 年 8 月 5 日、京都府立洛北高等学校
- ⑩ 植田直、数学的な考え方のための一つの発展教材について、日本数学教育学会、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会、2009 年 8 月 5 日、京都府立洛北高等学校
- ⑪ 横弥直浩、高等学校数学における問題解決の研究(14) 一数学的リテラシーの育成と数学的活動についての考察一、日本数学教育学会、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会、2009 年 8 月 5 日、京都府立洛北高等学校
- ⑫ 河野芳文、2 次曲線を主題とした最大・最小等の問題 一一次変換を活用して一、日本数学教育学会、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会、2009 年 8 月 5 日、京都府立洛北高等学校
- ⑬ 酒井淳平、丹後弘司、「高大連携を志向したテキスト」を使用した授業改善 ～表現力を育てる学習空間の創造～、日本数学教育学会、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会、2009 年 8 月 4 日、京都府立洛北高等学校

〔その他〕

本研究「大学入学前教育・大学初年次教育を目的とした数学教材の開発的研究」の研究報告書、2012 年 3 月、175 頁

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
丹後 弘司 (TANGO HIROSHI)
佛教大学・教育学部・特別任用教授
研究者番号：10025471
- (2) 研究分担者
重松 敬一 (SHIGEMATSU KEIICHI)
奈良教育大学・教育学部・教授
研究者番号：40116281
大竹 博巳 (OHTAKE HIROMI)
京都教育大学・教育学部・准教授
研究者番号：70168970
長谷川 貴之 (HASEGAWA TAKAYUKI)
富山高等専門学校・一般教養科目・教授
研究者番号：70553197
山田 篤史 (YAMADA ATSUSHI)
愛知教育大学・教育学部・准教授
研究者番号：20273823
- (3) 連携研究者
なし
- (4) 研究協力者
荒井 徳充 (ARAI TOKUMITSU)
河合文化教育研究所・研究員
井上 芳文 (INOUE YOSHIFUMI)
広島大学附属中高等学校・教諭
大竹 真一 (OTAKE SHINICHI)
河合文化教育研究所・研究員
加畑 昭和 (KAHATA AKIKAZU)
学校法人河合塾・元非常勤講師
川口 慎二 (KAWAGUCHI SHINJI)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭
喜田 英昭 (KIDA HIDEAKI)
広島大学附属中高等学校・教諭
黒田 大樹 (KURODA TAIKI)
皇學館大学附属高等学校・教諭
小磯 深幸 (KOISO MIYUKI)
九州大学・数理学府・教授
河野 芳文 (KOHNO YOSHIFUMI)
高知工科大学・教授
小西 加織 (KONISHI KAORI)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭
近藤 裕 (KONDO YUTAKA)
奈良教育大学・教育学部・准教授
酒井 淳平 (SAKAI JUNPEI)
立命館宇治中学校・高等学校・教諭
田中 友佳子 (TANAKA YUKAKO)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭
辻 幹雄 (TSUJI MIKIO)
京都産業大学・名誉教授
植田 直 (TSUCHIDA NAOSHI)
福知山成美高等学校・教諭
中井 保行 (NAKAI YASUYUKI)

京都府立嵯峨野高等学校・教諭
二澤 義紀 (NISAWA YOSIKI)
京都府立洛北高等学校・教諭
山岸 義和 (YAMAGISHI YOSIKAZU)
龍谷大学・理工学部・助教
横 弥直浩 (YOKO YASUHIRO)
奈良女子大学附属中等教育学校・教諭
吉岡 淳 (YOSHIOKA ATSUSHI)
奈良県立奈良北高等学校・教諭
吉田 明史 (YOSIDA AKESHI)
奈良県立法隆寺国際高校・校長