

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 1日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21530945

研究課題名（和文） 算数・数学教育における読解力の育成に関する研究

研究課題名（英文） Research on cultivation of the reading ability in arithmetic and mathematics education

研究代表者

藤本 義明 (FUJIMOTO YOSHIAKI)

愛媛大学・教育学部・教授

研究者番号：90263920

研究成果の概要（和文）：

算数・数学教育において読解力を育成する研究は、わが国において、いまだ緒についたばかりではあるが、先行するいくつかの研究を調査してみると、PISA調査に基づく読解力の育成の影響が大きいこと、国語科でも最近では文学重視から論理的思考力や伝え合う力などいわば言語技術教育的なものが重視されるようになって来ていること、実践的研究のほとんどが文部科学省の提唱する「読解力向上プログラム」に従っていること、などがわかった。そして、算数・数学教育における読解力の育成について、論理的思考の育成の観点から、算数・数学教育における読解力の育成で重視すべき事柄を明らかにし、それを踏まえた授業実践の在り方の提言をおこなった。そして、小学校算数教育、中学校数学教育における読解力の育成に向けての年間指導計画を作成した。各学年を3期構成とし、一つの教科書の指導内容をモデルとして、その代表的な内容に関わりながら読解力の育成に向けての指導の実際を提案した。

研究成果の概要（英文）：

The research which raises reading ability in arithmetic and mathematics education has just still started in our country. Some preceding researches had investigated that the influence of training of the reading ability based on PISA investigation is great, language technical education things so to speak, such as logical thinking power and power told mutually, are increasingly thought as important from literary serious consideration also in Japanese language education, and most practical researches follow the "reading ability improvement program" which the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology advocates. About training of the reading ability in arithmetic and mathematics education, the matter which should be thought as important by training of the reading ability in arithmetic and mathematics education was clarified from a viewpoint of training of logical thinking. The state of the lesson practice based on it was proposed. The annual instruction plan towards training of the reading ability in elementary school arithmetic education and junior high school mathematics education was drawn up.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
21年度	600,000	180,000	780,000
22年度	300,000	90,000	390,000
23年度	200,000	60,000	260,000
年度			
年度			
総計	1100,000	330,000	1430,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：教育学、算数教育、数学教育、読解力

1. 研究開始当初の背景

学校教育では学力低下が危惧されるなど、児童・生徒の学力について関心が集まっている。とくに、2003年にヨーロッパのOECDが実施した学力調査のPISAにおいて、わが国の15才児の学力は、「数学的リテラシー」、「科学的リテラシー」、「問題解決能力」において、いずれも一位の国とは統計上の差がないことが示されたが、「読解力」では、OECDの平均程度まで低下している状況にあることが示され、大きな課題が明らかとなった。このような実態を受けて、文部科学省は読解力の育成を重要課題として取り上げ、平成17年12月に「読解力向上プログラム」を立ち上げた。このプログラムにおいては、現在実施中の「国語力向上モデル事業」の充実とともに、数学をはじめ国語以外の教科において読解力育成の研究を実施することとなり、各地の教育委員会に対しても読解力の育成の研究を奨励することとなった。

以上のような背景の下、本研究は、児童・生徒の論理的な力を基盤としながら読解力の育成に迫ろうとするものである。算数・数学教育における読解力がどのようなものであるかは、研究の端緒に付いたばかりであるので明確な規定は無いが、算数・数学教育の中心とも言える論理的な力と関連が強いということは言えるであろう。文部科学省では「読解力」を、『文章や資料から「情報を取り出す」ことに加えて、「解釈」「熟考・評価」「論述」することを含むもの』と規定しているが、物事を解釈・熟考・論述する上では、論理的に解釈し、論理的に熟考し、論理的に論述することが大切なことは当然である。したがって、算数・数学教育における読解力の育成を図る上では、論理的な力を基盤とすることが要請される。したがって、論理的な力を基盤とした算数・数学教育における読解力の育成においても、演繹的に筋道を追いつながりながらテキストを読み込んだり表現したりする力、帰納の考えを生かしながらテキストを読み込んだり表現したりする力の育成を図ることにより、算数・数学教育での読解力の育成を目指すものである。

2. 研究の目的

本研究においては、

a. 算数・数学教育における読解力の枠組みをつくること

b. 算数・数学教育における読解力指導の課程表を作成すること

この2点が、主要な内容である。

a については、研究の基礎であるから、さまざまな批判に耐え得るものとする。

b については、小・中学校の範囲で、算数・数学における読解力指導の課程表を作成するが、とくに小学校高学年から中学校については詳しいものにする。

3. 研究の方法

本研究は次のような段階を踏んで進めて行く。・まず、読解力の育成に関する先行研究を調査する。そして、先行研究の不足している点を補いながら、算数・数学教育での読解力の育成のあり方を明らかにする。そして、読解力を育成する指導の過程表を作成する。先行研究の調査では、書籍と日本数学教育学会誌、教育雑誌（明治図書『数学教育』『算数教育』『楽しい算数の授業』、東洋館出版『新しい算数研究』）を参考に行った。また、読解力育成のあり方を探る上では、野矢茂樹『論理トレーニング101題』（産業図書）を主に参考にした。

4. 研究成果

(1) 先行研究の分析

（国語科での流れ） わが国における数学科における読解力の育成について考えるとき、国語科での有り様の影響は大きく、それを無視することはできない。国語科での読解力育成の概略を考察してみる。梶井によると、戦後の国語教育を学習指導要領の変遷によって3つの時代に区分できる。すなわち、第1期は昭和22年版から昭和31年版までで「敗戦と試案の時代」、第2期は昭和33年版から昭和52年版までで「経済総力戦と『国語力』」、第3期は平成元年版から平成10年版までで「社会と『国語力』の危機」であるという。このような背景の下、最近の読解力育成の流れに影響を与えている国語教育の状況は、梶井のいう第3期である。それには、4つの背景と関連し、次のような特徴がみられる。つまり、

（H元年の学習指導要領）

- ・想像力、心情という用語が使用されている：背景にいじめの問題がある。
- ・思考力という用語が使用されている：背景に、情報化・国際化という流れがあり、普遍性・論理性が志向された。
- ・言語観：論理的思考力と心のあり方の双方を教育するものとなる。
- ・学習指導要領の言説上は、文学への期待は縮小している。

（平成10年の学習指導要領）

・伝え合う力という用語が使用されている：領域区分が、「表現／理解」から「＜話すこと・聞くこと＞／書くこと／読むこと」へ変わった。

・音声言語による伝え合いが志向されている：背景に、共同体の弱体化、伝達の障害、個人の内面における自己の言語的把握の困難がある。

このように、現在の読解力育成の流れは、国語科の平成元年以後の動きと密接に関連している。平成元年以後、従来の文学からやや距離を置くようになり、論理的思考力や伝え合う力などいわば言語技術教育的なものが重視されるようになってきた。これらは、PISA 型読解力とも関連が深い要素である。

(先行研究の実態)

先行研究を、「読解力をどう解釈しているのか」、「研究としてどのような特徴を持っているか」という視点で整理した。その際、実践的な研究と理論的な研究に分けて考察した。その結果、次のことが明らかになった。

＜読解力の解釈について＞

* 読解力の解釈はすべて PISA 型読解力に従っている。ただし、1 件のみ、PISA 型読解力を重視しない立場を表明している。

* 実践的研究のほとんどが「読解力向上プログラム」に従っている。

* PISA 型読解力と PISA 型数学的リテラシーを組み合わせる解釈をしている。

＜研究の特徴について＞

* PISA 型読解力を算数・数学の教育にどう取り入れるかを体系的に研究しているものは少ない。

特に実践研究では、1 つのコンテキストで指導したり、ワークシートなどの指導法の工夫に力点が置かれている。

(2) 本研究の立場

(読解力の定義)

PISA 型読解力と PISA 型数学的リテラシーには、テキストの種類・型・目的について、下表のような包含関係が存在し、概ね PISA 型数学的リテラシーが PISA 型読解力を含んでいる。

	PISA 型読解力	包含関係	PISA 型数学的リテラシー
テキストの種類	テキスト	⊂	コンテキスト(数学化)
テキストの型	連続・非連続型	⊃	非連続
テキストの目的	1～4	⊂	1～5 (科学的)

数学教育において PISA 型数学的リテラシーも重要な要素であるので、この包含関係を用いれば、PISA 型数学的リテラシーの育成を主に考えることは合理的である。そして、この包含から漏れる連続型のテキストを適宜組み入れる。

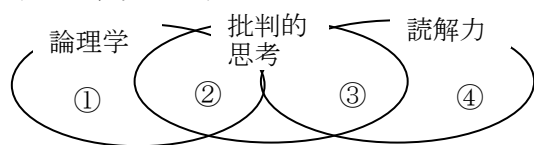
しかし、PISA 型読解力の「プロセス」と PISA 型数学的リテラシーの「能力クラスター」はそれぞれ独立したものであるから、PISA 型読解力と PISA 型数学的リテラシーの双方を組み入れた指導をする場合は、「プロセス」と「能力クラスター」の 2 次元マトリックスを考案しなければならない。

(テキストとコンテキスト)

PISA 型読解力では、書かれたテキストが対象になっている。学力評価という制約があるが、テキストを対象とした読解力が意識されている。これに対して、文部科学省教科調査官はコンテキストも対象に入れようとしているし、PISA 型数学的リテラシーではコンテキストが対象である。テキストとコンテキストとの関連をとりまとめていく必要がある。

(読解力と論理的思考の関係)

論理学、批判的思考、読解力の関係を図示すると、次のようにあらわされる。



批判的思考は、論理学と読解力の上に位置しており、論理学に近く、論理学と重なる②のもの、読解力に近く、読解力と重なる③のものがある。②としては、野矢のものがあり、ビジネス書などは③のものが多い。本研究では、①の基礎的な事項と②のものを援用する。

(3) 論理的思考に基づく読解力の育成

* 構成

1. 論証図：単純なものから複雑なものまで、論証の構造を読み取る活動や練習
2. 演繹：「逆」、「裏」、「対偶」、「のみ」、「だけ」、「しか～ない」、「隠れた前提」を用いた推論
3. 推測：推測の構造、「代替仮説の可能性」、「因果関係」

* 1～3のうち、2を中心にする。つまり、「逆」、「裏」、「対偶」、「のみ」、「だけ」、「隠れた前提」さらに、基礎的論理語として、「否定」、「かつ」、「または」、「ならば」、「全称命題とその否定」、「特称命題とその否定」数学の量的な判断で使われる論理語として「少なくとも」、「最低でも」、「多くとも」、「最大でも」を以下の例のような形で指導する。

＜数学的言明＞

①論理語

* ・否定；(小学校3年)「6は3で割り切れるが、5は3で割り切れない」

* または；(中学校1年)「4つの直角をもつ四角形は長方形かまたは正方形です。」

* ならば；(中学校1年)「三角形が正三角形

ならば、3つの角が等しい」

*特称命題と否定：(高校1年)「ある5の倍数は奇数である」、

『ある6の倍数は奇数である』ことはない」
≡「すべての6の倍数は奇数でない」

②数量的論理語

*少なくとも：(中学校2・3年)「整数の集合Aには、3の倍数が少なくとも5個ある」

*最低でも：(中学校2・3年)「整数の集合Aには、3の倍数が最低でも5個ある」

③演繹

*のみ：(中学校2年)「平行四辺形で、対角線が直角二等辺三角形を作るのは、正方形のみである。」

*だけ：(中学校2年)「平行四辺形で、対角線が直角二等辺三角形を作るのは、正方形だけである。」

*しか～ない：(中学校2年)「平行四辺形で、正方形しか、対角線が直角二等辺三角形を作らない。」

*隠れた前提

「平城京跡などの遺跡でしばしば木簡が発掘されますが、それらは地下水位よりも下にあったものです。地下水位より下の土中には水に浸っているも同然なので、酸素が少ない状態になっています。だから、腐朽菌は生きることができず、それゆえ木簡も腐らずに残っていたというわけです。」この論証においては、次の二つの前提が省略されている。

i) 腐朽菌は酸素が少ない状態では生きられない。

ii) 腐朽菌がなければ木は腐らない。

隠れた前提はいろいろな演繹で発生しており、数学での演繹も同様である。例えば「関数 $y = 1/x$ 」では、「 $x \neq 0$ 」は隠れた前提である。

また、「すべての数 x において $x^2 \geq 0$ 」では、「 x は実数」が隠れた前提である。

④推論

*演繹、帰納、類推の区別

推論として、演繹は正しい推論であるが、帰納や類推は正しい推論ではない。このような違いを意識させることが必要である。

小学校から中学校1年までの扱いとして、推論の中心は演繹よりも、帰納や類推が中心である。この時期では演繹は正しい推論として扱わざるを得ない。ただし、類推の推論としての不十分さは理解させる必要がある。

中学校2学年以降での扱いとしては、演繹は正しい推論だが、帰納は正しくない推論であることを理解させなければならない。そのためには、以下のような手立てが考えられる。
例：オイラーの素数生成式

n を自然数として、 $n^2 + n + 41$ により、素数が生まれる。これは、「オイラーの素数生成式」と呼ばれる式である。 $n = 0$ から $n = 10$ までに生成される数は以下のと

おりである。

41, 43, 47, 53, 61, 71,
83, 97, 113, 131, 151

確かに、これらは素数である。

実際には、 $n = 0$ から $n = 39$ まではすべて素数が生成されるが、 $n = 40$ のとき、1681 が生成され、これは素数ではない。

<日常語での補い>

数学での論理と日常語での論理は、子どもの理解は異なることが知られている。したがって、数学での論理的表現を補って、日常語を用いた論理的表現も合わせて指導する。具体的には、以下のような指導例を挙げることができる。

①論理語

*否定：(小学校低学年)「月曜日は休日では無い」

*または：(小学校高学年)「あすは工作をしますから、ハサミかまたはカッターナイフを持って来なさい。」というような言明を提示すればよい。この場合、ハサミとカッターナイフの両方を持って来ても間違いで無いことは容易に理解できよう。

*ならば：(小学校高学年)「もしも明日天気ならば遠足に行きます」

*特称命題と否定：(高校1年)「ある動物は死ぬべきものである」、『ある動物は死ぬべきものである』ことはない」≡「すべての動物は死なない」

②数量的論理語

*少なくとも：(中学校2・3年)「この本箱にはマンガが少なくとも5冊入っている」

*最低でも：(中学校2・3年)「この本箱にはマンガが最低でも5冊入っている」

③演繹

*のみ：(中学校2年)「世界で修学旅行に行く国は日本のみである。」

*だけ：(中学校2年)「世界で修学旅行に行く国は日本だけである。」

*しか～ない：(中学校2年)「世界で修学旅行に行く国は日本しかない。」

*隠れた前提

次の論証が正しい論証であるように、隠れた前提を述べよ。

・テングタケは毒キノコだ。だから、食べられない。

④推論

日常の推論では、演繹・帰納・類推の区別がつきにくいことが多い。数学で演繹と帰納・類推との違いを示せばそれで十分であり、日常語での補足は不要である。

(4)課程表

小学校算数教育、中学校数学教育における読解力の育成に向けての年間指導計画は、各学年を3期構成としている。論理的思考に基

づく読解力の指導としては、各学年に以下のような配置を行った。

(小学校低学年) 否定 (小学校中学年) かつ (小学校高学年、中学校学1年) または、 ならば、逆 (中学校2・3年) 少なくとも、最低でも、 多くとも、最大でも、高々のみ、 だけ、しか〜ない、演繹・帰納・類推 の区別 (高校1・2年) 全称命題とその否定、 特称命題とその否定、裏、対偶、 隠れた前提
--

また、一つの教科書の指導内容をモデルとして、その代表的な内容に関わりながら読解力の育成に向けての指導の実際を提案した。例えば、小学校4年生の「式のよみかた」では、基石の並べ方を各児童がいろいろ式で表し、他の生徒が式から基石の並べ方を読み取る活動をさせ、式がもつものごとの表現力を理解させ、また、そのような表現を読み取る力をつけるような指導を提案した。また、中学校2年生の「証明」では、証明の仮定を図で表わす活動を設けたりしながら、単なる文章表現ではなく、図の助けを借りながら証明の読解力をつける指導を提案した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

①藤本義明『算数・数学教育における読解力の育成(2) -論理的思考に基づいて-』、「愛媛大学教育学部紀要」第58巻、2011年、pp.81-86

②藤本義明『算数・数学教育における読解力の育成(1) -研究の現状と課題-』、「愛媛大学教育実践総合センター紀要」第28号、2010年、pp.1-13

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤本 義明 (FUJIMOTO YOSHIAKI)

愛媛大学・教育学部・教授

研究者番号：90263920

(2) 研究分担者

無し

(3) 連携研究者

無し