

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月24日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009 ～ 2012

課題番号：21530986

研究課題名（和文） 初等教育における確率概念の形成を意図したカリキュラムの開発

研究課題名（英文） The Curriculum Development for Conceptualization of Probability Concept in Elementary Education.

研究代表者

松浦 武人（MATSUURA TAKETO）

広島大学・大学院教育学研究科・准教授

研究者番号：70457274

研究成果の概要（和文）：本研究では、初等教育段階の児童の確率概念に関する横断的・縦断的考察を行い、確率に関する認知経路（共通概念経路）を検出した。また、検出した認知経路に配慮した学習材と評価材を用いての学習指導を行った結果、比や割合の考えに基づき客観的な確率判断を行う児童の割合が増加した。これらの研究結果に基づき、初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラムを考案した。本研究は、初等教育段階における児童の確率概念の実態に基づくカリキュラム開発の必要性及可能性を示すものであり、また日本の中等教育における確率指導との接続についての示唆を与えるものである。

研究成果の概要（英文）：The author found the Common Cognitive Path (CCP) in the children's probability judgments as a result of the longitudinal and cross-sectional study in the investigations. Then the author proposed the methods and techniques of instruction based on the CCP, and constructed the rubric to evaluate grounds for children's probability judgments. As a result of the instruction based on the CCP, the ratio of children who judge likelihood objectively based on the idea of the ratio increased. This shows the achievement of criteria. Then the author proposed the curriculum for conceptualization of probability in the elementary education stage. This study shows the necessity and the possibility of the curriculum development based on the realities of the children's probability concept in the elementary education stage, and it also gives the suggestions for the curriculum development that connects with the curriculum of probability in secondary education in Japan.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
年度			
総計	2200,000	660,000	2860,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：カリキュラム構成・開発

1. 研究開始当初の背景

(1) 不確定な社会の変容の中において、事象の確からしさに基づいて合理的に物事を判断し、行動する傾向を形成することは、極め

て重要なことであり、TIMSS 調査やPISA 調査の評価問題の内容構成から見ても、不確定な事象に対処する能力の形成が国際的に重要視されていることが分かる。

(2) TIMSS の調査結果から、日本の児童は、小学校第 3 学年の段階で既に直観的に確率を捉え始めているという報告がなされている。また、児童の確率判断に関する先行研究においては、初等教育段階の児童において、既に確率概念の発達が見られるものの、その中には多様な誤概念が含まれているという調査結果が多く報告されている。これらの報告は、学校教育としての意図的学習に先立って、児童が、事象の確率を捉える何らかの認知的枠組みを持っており、それらを活用していることを示すものである。しかしながら、現在、日本では、確率は中学校第 2 学年において初めて学習する内容となっており、小学校の算数科では扱われていない。今日の算数・数学教育では、概念形成の過程は単に新しい知識を学習者に習得させることではなく、学習者が既に持っている認知体系を基にし、相互作用的な同化－調節の過程を経て、新しい知識を構成する過程であると捉えられている。この立場に立つならば、初等教育段階の児童の有する確率概念の実態を横断的・縦断的に把握するとともに、児童の認知過程を配慮した確率指導のカリキュラムを開発する必要があると考える。

2. 研究の目的

- (1) 児童の確率概念の発達の様相を横断的に把握するための実態調査を行い、児童の確率に関する認知経路（共通概念経路）及び、起こりやすさの判断（数量化）の実態を明らかにする。
- (2) 年齢の発達に伴う児童の確率判断の実態について、縦断的考察を加えるとともに、児童の実態に配慮した学習材及び学習指導過程のモデルを考案し、実践的検証を行う。
- (3) 児童の確率判断の実態についての横断的・縦断的考察と、小学校現場における実践的検証に基づき、考案した学習材及び学習指導過程のモデルを改善し、実践的検証を行う。
- (4) 初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム（学年別の指導目標と内容の系統表、具体的な学習材及び学習指導過程）の原案を構築・提案する。

3. 研究の方法

- (1) 国際調査（TIMSS）では、おはじきを用いたくじ引きや的当ての問題など、具体的な問題場面において事柄の起こりやすさの判断を問う調査の結果から、小学校 3 年生の段階で児童が直観的に確率を捉え始めているという指摘がなされている。本研究では、TIMSS 調査の問題を基に、さらに、玉引き（分

離量素材）、ルーレット（連続量素材）を用いた問題場面の構成を細分化・構造化した問題（玉引き問題 6 題、ルーレット問題 8 題による当たりやすさの比較問題）を設定し、広島県下の公立小学校 3 校の全学年児童 1204 名を対象とした実態調査を実施し、それぞれの問題場面における児童の確率判断の実態を捉えるとともに、それらの問題間の認知経路を考察する。

玉引き問題では、2 つの箱の中に入れる赤玉（当たり）と白玉（はずれ）の数を示し、それらの玉を箱に入れてよくかき混ぜてから取り出すときに、どちらの箱が当たりやすいかを問う問題である。各問題は、赤玉の数、白玉の数、玉の総数、赤玉の数と白玉の数の比を考慮して、表 1 のように構成している。

表 1 玉引き問題の構成

問題	箱①		箱②		玉の構成			
	赤	白	赤	白	赤玉の数	白玉の数	玉の総数	比 赤:白
(1)	3	1	1	1	異	同	異	異
(2)	1	1	1	3	同	異	異	異
(3)	4	2	2	4	異	異	同	異
(4)	1	1	3	3	異	異	異	同 1:1
(5)	1	2	2	4	異	異	異	同 1:2
(6)	2	3	3	5	異	異	異	異

ルーレット問題は、当たりとなる部分に色を付した円板を回転させ、円板の上方にある矢印の先が当たりとなる部分を指している状態で円板が止まれば当たりという場面設定において、2 枚の円板の当たりやすさを比較する問題である。各問題は、当たりとはずれの面積比、板の大小差、当たりとはずれの面の分割の有無の組み合わせを考慮して以下のように構成している。

表 2 ルーレット問題の構成

面積比	大小差	分割	問題
同	有	有	(8)
		無	(5)
	無	有	(3)
		無	(2)
異	有	有	(6)
		無	(7)
	無	有	(4)
		無	(1)

これらの問題間の認知経路の検定には、Vinner, S, Hershkowitz, R による共通概念経路の検定の手法を適用する。

- (2) 事柄の起こりやすさの判断（数量化）に関する考察については、共通概念経路の考察に用いる問題と同一問題を用いて、各問題場

面における事象の起こりやすさを長さ4cmの線分上に点で評定(線分の一端を「絶対に当たらない」、もう一端を「絶対に当たる」として、各問題場面の当たりやすさを点で評定)する課題を設定し、児童が捉えた事象の起こりやすさを数量化した結果としての評定値と基準値(数学的確率に基づく値)との偏差について量的に考察する。

(3) 玉引き問題(分離量素材)、ルーレット問題(連続量素材)を用いた実態調査を、同一被験者(広島県下の公立小学校3校の全学年児童)を対象に、研究2年次~4年次も継続して行い、児童の確率概念の実態の変容を縦断的に考察する。

(4) 児童の確率判断の実態及び共通概念経路を考慮した学習材及び学習指導過程のモデルを考案し、小学校現場における学習指導を通して検証を行う。その際、評価については、児童が捉えた事象の起こりやすさ(当たりやすさの判断)を数量化した結果としての評定値と基準値との偏差についての事前・事後の変容を量的に考察するとともに、パフォーマンス課題とルーブリックに基づく評価を実施し、児童のパフォーマンスの質的な変容の考察を行う。

(5) 研究で得られた知見に基づいて、初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム(学年別の指導目標と内容の系統表、具体的な学習材及び学習指導展開)の原案を作成・提案する。

4. 研究成果

(1) 玉引き問題6題(分離量素材)とルーレット問題8題(連続量素材)を用いた当たりやすさの比較問題における児童(広島県下の公立小学校3校の全学年児童1204名対象)の反応については、以下のような実態が把握された。

① 表3は、玉引き問題の正答率(2009年度の実態調査結果)を横断的に示したものである。

表3 玉引き問題の正答率(%)

学年 問題	1	2	3	4	5	6
(1)	77.9	89.0	95.0	97.9	98.4	96.9
(2)	51.7	81.6	78.2	85.2	90.0	92.7
(3)	84.4	93.4	94.7	96.5	91.1	97.4
(4)	33.8	56.6	59.0	78.9	82.2	90.7
(5)	28.3	33.8	34.9	44.4	67.0	79.4
(6)	44.1	63.2	60.5	71.8	78.9	80.9

玉引き問題では、以下のような児童の実態が把握された。

- ・各問題の正答率は、概ね、学年が上がるにつれて高まる傾向にある。
- ・比較的正答率の高かった問題として、問題

(1)と(3)があげられる。これらの問題は赤玉(当たり)の数が多箱①を選択することで正答が得られる問題であり、児童にとって視覚的にも当たりやすさを比較しやすいものであると考えられる。

・比較的正答率が低かった問題としては、問題(4)と(5)があげられる。赤玉と白玉の数の比が等しく総数が異なる問題場面において当たりやすさを判断することは、児童にとって難しい課題であると考えられる。また、特に、低・中学年においては、比の値が等しい問題では、赤玉の個数が多い箱を選択する児童が多く見られる傾向がある。

② 表4は、ルーレット問題の正答率(2009年度の実態調査結果)を横断的に示したものである。

表4 ルーレット問題の正答率(%)

学年 問題	1	2	3	4	5	6
(1)	79.3	91.2	93.4	88.7	93.3	98.4
(2)	43.4	63.2	60.5	80.3	87.7	88.1
(3)	17.9	24.2	29.6	43.7	70.0	68.0
(4)	64.8	78.7	78.2	76.1	81.1	88.7
(5)	26.9	32.4	33.6	53.5	67.7	71.1
(6)	42.1	57.4	64.5	62.0	70.0	78.3
(7)	66.2	70.6	78.3	83.1	85.6	91.8
(8)	17.2	19.1	27.6	43.0	58.9	63.4

ルーレット問題では、以下のような児童の実態が把握された。

・各問題の正答率も、概ね、学年が上がるにつれて高まる傾向にある。

・低・中学年の段階から、正答率が比較的に高い状態で安定して上昇する問題として、問題(1)、(4)、(6)、(7)をあげることができる。これらはいずれも、当たりとはずれの面積比(当たりの数学的確率)が異なる問題である。

・全学年を通して正答率が比較的に低い状態で上昇していく問題として、問題(3)、(5)、(8)があげられる。これらの問題は全て、当たりとはずれの面積比が等しい問題である。

③ 両問題に共通して、

以下の実態が把握された。

・各問題の正答率は、概ね、学年が上がるにつれて、高まる傾向にある。

・比較する2つの箱または2枚の板の当たりとはずれの比が等しい問題の正答率が、比が異なる問題の正答率と比較して低い。

④ Vinner, S, Hershkowitz, R による共通概念経路の検定の手法を確率判断に関する異質の問題間の認知経路の検定に適用した

結果、玉引き問題（分離量素材）においては、主に以下の経路（ここでは複数学年に共通して検出された経路を示す）が検出された。

- ・一方の箱の赤玉（あたり玉）が多く白玉（はずれ玉）が少ない問題から、赤玉の数が等しい問題への経路

- ・赤玉と白玉の比が1：1で等しい問題から比が1：2で等しい問題への経路

また、ルーレット問題における経路としては、以下の経路が検出された。

- ・当たりとはずれの面積比が異なる問題から面積比が等しい問題への経路

- ・円板の大小差のない問題から大小差のある問題への経路

- ・当たり（はずれ）の面の分割がない問題から分割のある問題への経路

(2) 各問題場面の当たりやすさを線分上に点で評定する課題において、児童が捉えた当たりやすさを数量化した結果としての評定

表5 玉引き問題の評定値と基準値の偏差 (cm)

学年 問題		1	2	3	4	5	6
(1)	①	1.6	1.3	0.9	1.1	1.3	0.6
	②	1.2	1.0	0.8	0.8	0.9	0.5
(2)	①	1.2	1.1	0.7	0.8	1.0	0.4
	②	1.1	0.9	0.6	0.6	0.7	0.4
(3)	①	1.5	1.5	1.0	1.2	1.3	0.7
	②	1.1	1.0	0.7	0.8	0.8	0.5
(4)	①	1.2	1.0	0.6	0.7	0.9	0.4
	②	1.2	1.1	0.7	0.7	0.8	0.4
(5)	①	1.2	1.0	0.8	0.8	0.8	0.6
	②	1.2	1.0	0.8	0.8	0.8	0.6
(6)	①	1.2	1.1	0.9	0.9	1.0	0.6
	②	1.3	1.1	0.8	0.8	1.0	0.6

表6 ルーレット問題の評定値と基準値の偏差 (cm)

学年 問題		1	2	3	4	5	6
(1)	①	1.2	1.1	0.7	0.8	0.7	0.5
	②	1.6	1.5	1.1	1.2	1.1	0.7
(2)	①	1.4	1.3	1.0	0.9	0.9	0.6
	②	1.2	1.2	0.9	0.9	0.9	0.6
(3)	①	1.3	1.2	0.8	0.9	1.0	0.5
	②	1.2	1.2	0.8	1.0	0.9	0.6
(4)	①	1.5	1.4	1.1	1.3	1.0	0.8
	②	1.2	1.1	0.9	0.9	0.8	0.6
(5)	①	1.3	1.1	1.0	1.1	0.9	0.7
	②	1.6	1.4	1.2	1.0	0.9	0.8
(6)	①	1.4	1.2	1.1	1.0	0.9	0.7
	②	1.3	1.4	1.1	1.1	1.0	0.8
(7)	①	1.3	1.2	1.0	0.9	0.8	0.6
	②	1.4	1.3	1.0	1.2	1.0	0.7
(8)	①	1.2	1.2	0.8	1.0	0.9	0.6
	②	1.4	1.3	1.0	1.1	0.9	0.6

値と基準値（数学的確率に基づく値）との偏差は、玉引き問題（表5）においてもルーレット問題（表6）においても、学年が上がるにつれて徐々に小さくなる。

(3) 研究初年（2009年）度を実施した実態調査を、同一被験者を対象に、研究2年次（2010年）～4年次（2012年）に継続して行い、児童の確率概念の実態の変容を縦断的に考察した。表7は玉引き問題、表8はルーレット問題について、2009年度の第3学年児童をその後4年間追跡して、正答率の変化を縦断的に示したものである。何れの問題においても、学年が上がるにつれて正答率の高まりが見られる。特に、第3学年の段階で正答率が比較的低かった問題（玉引き問題の(4)、(5)、(6)、ルーレット問題の(3)、(5))等においては、学年が上がるにつれて正答率の高まりが顕著に見られる。

表7 玉引き問題の正答率 (%) (縦断的考察)

学年 問題	3	4	5	6
(1)	95.0	96.1	92.3	94.5
(2)	78.2	84.9	85.2	84.4
(3)	94.7	96.6	96.7	92.5
(4)	59.0	72.6	75.3	82.3
(5)	34.9	47.5	59.4	70.7
(6)	60.5	65.4	65.6	74.1

表8 ルーレット問題の正答率 (%) (縦断的考察)

学年 問題	3	4	5	6
(1)	93.4	97.2	95.1	95.9
(2)	60.5	82.7	85.7	86.4
(3)	29.6	35.2	51.7	68.7
(4)	78.2	78.8	80.8	81.6
(5)	33.6	49.2	59.3	68.7
(6)	64.5	65.9	71.4	78.2
(7)	78.3	87.2	88.5	94.6
(8)	27.6	39.1	45.6	62.6

(4) 検出された共通概念経路を考慮した学習材を用いて小学校現場における学習指導・評価を行った結果、玉引き問題においてもルーレット問題においても、授業の事前事後における児童の解答選択率及び児童の当たりやすさの判断の根拠（基準）の変容が見られた。ここでは実態調査の被験者である公立小学校第6学年児童を対象に実施した授業について、その活動の概要と成果を示す。

ルーレット問題は、検出された共通概念経路に基づき、「当たりとはずれの面積比の異なる円板の当たりやすさを比較する問題場

面」と「当たりとはずれの面積比が等しく、分割や大小差の要素を加えた円板の当たりやすさを比較する問題場面」を取り入れて構成し、以下のように活動を展開した。

活動①：当たりとはずれの面積比の異なる円板、面積比が等しく分割や大小差の要素を加えた円板を考察し、当たりやすさを比較する。（活動の目的意識を喚起するとともに、板全体と当たりの面積比(割合)、当たりとはずれの面積比(割合)への着目を促す。）

活動②：当たりやすさを予想(比較)し、その根拠について話し合う。（個々の判断の根拠についての理解・共有を促す。）

活動③：実際に試行し、結果を表に整理する。（相対度数への着目を促す。）

活動④：試行結果に基づき、事前の予想についてふり返る。（統計的確率と主観的確率、数学的確率の比較・検討を促す。）

表9は、実態調査のルーレット問題8題問題を事後に再度実施した学習指導の事前と事後の児童の解答選択率の変容を示したものである。

表9 児童の正答率の変容

問題	選択者数(人)			正答率(%)
	板①	板②	同	
(1) 事前	0	33	0	100.0
事後	0	33	0	100.0
(2) 事前	0	0	33	100.0
事後	0	0	33	100.0
(3) 事前	2	6	25	75.8
事後	1	1	31	93.9
(4) 事前	28	4	1	84.8
事後	29	2	2	87.9
(5) 事前	2	1	30	90.0
事後	2	0	31	93.9
(6) 事前	5	27	1	81.8
事後	2	31	0	93.9
(7) 事前	0	33	0	100.0
事後	0	33	0	100.0
(8) 事前	4	3	26	78.8
事後	3	2	28	87.9

表10 判断の根拠のルーブリック

評価基準	
IV	当たりとはずれの面積比(割合)を視点として2枚の円板を考察し、当たりやすさを数値化して判断している。
III	当たりとはずれの面積比(割合)を視点として2枚の円板を考察し、当たりやすさを判断している。
II	当たりやすさの判断(比較)は正しいが、面積比(割合)を視点とした根拠の記述は見られない。
I	主観や経験に基づき判断をしている。

また、表10は同実践の評価に用いた当たりやすさの判断の根拠を示したルーブリックであり、表11は、表10に基づき、事前事後における児童のパフォーマンスの変容を示したものである。

表11 児童のパフォーマンスの変容

評価基準	事後					
	IV	III	II	I	計	
事前	IV	13	1	0	0	14
	III	1	1	0	1	3
	II	3	2	0	2	7
	I	4	3	0	2	9
	計	21	7	0	5	33

(5) 本研究を通して得られた知見をもとに、確率概念の形成を意図した学習材開発の理念を表12のように整理した。

表12 確率概念の形成を意図した学習材開発の理念

I. 学習目標に関する理念
① 試行実験を通して統計的確率に基づく確率の概念形成を重視する。
② 場合の数からではなく、統計的確率から数学的確率の概念を導き出す。
II. 学習内容・素材・用語に関する理念
③ 不確定要素を対象とする遊びを学習活動に取り入れる。
④ 通認知経路が認められた問題を、経路順に、または、並列して提示する。
⑤ 離散的な素材を提示した後に連続的な素材を提示する。
⑥ 数と計算、グラフなど、他の現行のカリキュラムの内容との関連づけを図る。
⑦ 低学年の段階から、「たぶん、…」、「…しそうにない」など、確率に関する言葉を、教室の日常的な会話の中で、教師が意識して用いる。
⑧ 中学年から高学年の段階では、「不可能」、「起こりそうにない」、「起こりそうな」、「同じように起きそう」、「確実」などの言葉を用いて話し合うことを通して、確率に対する理解を深める。
III. 学習方法・学習過程に関する理念
⑨ 試行結果の予想、試行・記録、記録に基づく話し合いという学習過程を基本とする。
⑩ 児童の直観的・主観的な確率概念と科学的概念としての確率概念のずれを生かす。
⑪ 児童の直観的な確率の捉えを量的に表現させる場を構成する。

また、初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム(学年別の指導目標と内容の系統表、具体的な学習材及び学習指導展開)の原案を作成した。表13は、学習素材と学年別目標の系統を示したものである(○は時数)。

表 13 学習素材・学年別目標系統

学年	離散量素材	連続量素材	関連事項
1 ②	・不確定な事象を対象とした遊びを楽しむ(カード, サイコロ)。		・一位数の加法と減法 ・十進位取り記数法による二位数の大小比較
2 ②	・確実に起きる事象, 不可能な事象, 不確定な事象があることに気付く(カード)。		・簡単な事柄の分類整理, 表やグラフを用いた表現
3 ③	・当たり玉の数だけに着目するのではなく, はずれ玉の数にも着目する(玉引き)。 ・確実に起きる事象, 不可能な事象, 不確定な事象を高さで表す。	・不確定な事象を対象とした遊びを楽しむ(スピナー, ルーレット)。	・円
4 ③	・確実性の度合いを意識して, ゲームを楽しむ(カード)。 ・確実性の度合いを高さで表す。	・板が小さくてもよく当たる場合があることに気付く(ルーレット)。	・面積
5 ④	・各面が同等に出やすいことに気付く(サイコロ)。 ・当たり玉とはずれ玉の比(割合)に着目する(玉引き)。 ・相対度数を用いて確からしさを数量化し, 比較することができることに気付く(サイコロ, 玉引き)。		・割合 ・分数 ・棒グラフ, 帯グラフ, 円グラフ
6 ④	・単一事象と複合事象があることに気付く(サイコロ)	・当たりとはずれの面積の比(割合)に着目する(ルーレット)。 ・相対度数を用いて確からしさを数量化し, 比較することができることに気付く(ルーレット)。	・場合の数 ・比, 割合 ・円の面積

(6) 本研究は、初等教育段階における児童の確率概念の実態に基づくカリキュラム開発の必要性と可能性を示すものであり、また日本の中等教育における確率指導との接続についての示唆を与えるものであると考えるが、今後の展望として、本研究で実施した実態調査を同一被験者に継続して行い、初等教育段階6年間の縦断的考察を行いたいと考えている。また、分離量素材と連続量素材の間の共通概念経路の考察に基づく学習指導と評価の在り方についての実証的な研究も継続したいと考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計3件)

1. 松浦武人, 算数・数学の中小連携に向けて, 教科研究数学, 査読無, 196 巻, 2013, pp. 2-5.
2. 松浦武人, 確率概念の形成を意図した算数科の学習指導と評価, 第 45 回数学教育論文発表会論文集, 査読無, 第 2 巻, 2012, pp. 1196-1197.
3. 松浦武人, 算数・数学におけるカリキュラムの改善, 教育時評, 査読無, 25 巻, 2011, pp. 16-19.

[学会発表] (計2件)

1. 松浦武人, 確率概念の形成を意図した算数科の学習指導と評価, 第 45 回数学教育論文発表会, 2012 年 11 月 10 日, 奈良教育大学
2. 松浦武人, 小学校統計教育における新たな課題, 2009 年度統計関連学会連合大会, 2009 年 9 月 7 日, 同志社大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松浦 武人 (MATSUURA TAKETO)
 広島大学・大学院教育学研究科・准教授
 研究者番号：70457274

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：