

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 4 日現在

機関番号：32665
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2009～2013
課題番号：21540098
研究課題名(和文) Seifert手術のなすネットワークの研究

研究課題名(英文) Networking Seifert surgeries on knots

研究代表者

茂手木 公彦 (MOTEGI, Kimihiko)

日本大学・文理学部・教授

研究者番号：40219978

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：「双曲結び目のザイフェルト手術がどのように生じるか」という根源的な問題に対して、ザイフェルト手術全体からなるネットワークを導入し、双曲結び目のザイフェルト手術の発生のメカニズムを“伝播性(遺伝性)”という視点で解明することを目標に研究を進めてきた。発生のメカニズムが明確になっているトーラス結び目のザイフェルト手術と関連付けることにより、多くの双曲結び目のザイフェルト手術に対して、その起源を特定することができた。また、双曲結び目のザイフェルト手術の発生源となりうるトーラス結び目のザイフェルト手術のリストを与えることができた。本研究の結果はすべて論文として出版済み、あるいは出版予定になっている。

研究成果の概要(英文)：How do Seifert surgeries on hyperbolic knots arise from those on torus knots? We approach this question from a networking viewpoint. Our basic idea is finding relationships among such surgeries using “inheritance” property of seiferters. A path in the network from one Seifert surgery to another explains how the former Seifert surgery is obtained from the latter after a sequence of twistings along seiferters and/or annuli cobounded by pairs of seiferters. We find explicit paths from various known Seifert surgeries to those on torus knots, the most basic and well-understood Seifert surgeries. Successive twists along a “hyperbolic seiferters” or a “hyperbolic annular pair” produce infinitely many Seifert surgeries on hyperbolic knots. We have given a list of Seifert surgeries on torus knots which have hyperbolic seiferters or hyperbolic annular pairs, and obtained results suggesting that such surgeries are restricted.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：幾何学 トポロジー 結び目 3次元多様体 Dehn手術 Seifert fiber space seiferters Seifert Surgery Network

1. 研究開始当初の背景

結び目という視覚的に取り扱い易い対象から、デーモン手術を通して豊富な3次元多様体を生み出すことができる。Thurstonは双曲デーモン手術理論により、もとの結び目が双曲結び目の場合、有限個の非双曲手術を除きデーモン手術後も双曲構造をもつことが知られている。Perelmanによる幾何化予想の解決から、非双曲デーモン手術は可約手術、トロイダル手術、ザイフェルト手術のいずれかになる。非双曲手術の中でも、ザイフェルト手術に関しては他の可約手術、トロイダル手術と異なり、発生する状況をきちんと理解することが困難であった。これは、可約手術、トロイダル手術では手術前と手術後を結びつける本質的曲面が存在しているのに対し、ザイフェルト手術ではそのような曲面が存在しないという事実によっている。そこで、本質的曲面に代わるものとしてザイフェルターと呼ばれる結び目補空間内の良い性質をもった結び目に着目することにより、手術後に生じるザイフェルト多様体のザイフェルトファイブレーションの一部をもとの3次元球面内で捉えることが可能となった。さらに、2008年度までの研究(課題番号17540097)でツイスティング(ねじり操作)のもとでザイフェルターが遺伝するという興味深い性質が明らかになり、この事実をもとに、ザイフェルト手術全体からなるネットワーク(ザイフェルト手術ネットワーク)を構築することが可能となり、双曲結び目のザイフェルト手術が生じるしくみをネットワークの視点から記述する研究の枠組みが得られていた。また、研究開始当初の段階でいくつかの具体例の検証を通して興味深いザイフェルターの例が見いだされていた。

2. 研究の目的

トーラス結び目のザイフェルト手術はトーラス結び目の補空間のザイフェルトファイブレーションの拡張という観点から自然な説明がつくことが知られている。一方、双曲結び目のザイフェルト手術に対しては、手術後の多様体が実際にザイフェルト多様体になっていることを証明する方法としてモンテシノストリックなどいくつかの手法が知られているが、「双曲結び目のザイフェルト手術はどのように生じるのか?」「なぜその双曲結び目がザイフェルト手術を許容しているのか?」という、より根源的な問いかけはこれまでなされてこなかった。これはある人が風邪を引いた際、実際に風邪を引いていることを確認するいくつかの方法は知られているが、なぜ風邪を引いたのか、その理由を明らかにすることがなされてこなかったということに対応している。これまで見落とされていた、このような問いかけに対して、ザイフェルターの遺伝性を足がかりにザイフェルト手術ネットワークという枠組みで研究を進め、ザイフェルト手術の発生の起源

を明らかにすることが本研究の目的である。

3. 研究の方法

ネットワークの視点からのザイフェルト手術の研究において、発生のしくみが完全に分かっているトーラス結び目のザイフェルト手術は重要な役割を担っている。ネットワーク内で双曲結び目のザイフェルト手術からトーラス結び目のザイフェルト手術への道が存在すれば、そのトーラス結び目のザイフェルト手術はもとの双曲結び目のザイフェルト手術の発生の起源と見なすことができ、そのような道の存在はザイフェルト手術を理解する上できわめて重要である。そこで、「すべての双曲結び目のザイフェルト手術からトーラス結び目のザイフェルト手術への道が存在するか?」という問題を中心に研究を進めた。そのために、既に知られているザイフェルト手術のザイフェルト手術ネットワーク内での位置の特定から着手した。具体例を調べる上で、コンピュータ実験も非常に有効であった。一方、ザイフェルト手術ネットワークの連結性を考える上で、トーラス結び目のザイフェルト手術のザイフェルターを詳しく調べることも重要である。本研究の後半では特に、このようなザイフェルターの発生のしくみという、さらに根源的な問題に立ち返り、トーラス結び目のザイフェルト手術に対するザイフェルターの分類を目指した研究を行った。また、研究全体を通して、理論面での展開と、それを支える豊富な例の詳細な考察という二つの面を有機的に結びつけて研究を進めて行くことが重要であり、コンピュータ実験なども取り入れながら興味深い現象の発見と理論的な解明に取り組みながら研究を進めてきた。さらに、セミナー、勉強会を企画、開催し周辺分野の研究者との交流、研究連絡を通して、最新の成果等を吸収することができた。

4. 研究成果

「双曲結び目のザイフェルト手術がどのように生じるか」という根源的な問題に対して、ザイフェルターによるザイフェルト手術の“伝播性(遺伝性)”という視点で解明することを目標に研究を進めてきた。本研究で鍵となる“ザイフェルター”は、無関係だと思われていたザイフェルト手術の間の関係を突き止める上で非常に有効であり、ザイフェルターを用いて定義されるザイフェルト手術全体(ザイフェルト手術ネットワーク)からなるネットワークを利用してザイフェルト手術を大域的に理解することが可能となった。特に、双曲結び目のザイフェルト手術をトーラス結び目のザイフェルト手術と関連付けることにより、その起源を記述することが可能となったことは本研究の大きな成果であった。

(1) これまでに知られているザイフェルト手術をネットワークの視点から捉え、それら

の起源を明らかにした。まだ、特定されていないザイフェルト手術もあり、これらについては今後の課題である。

(2) 双曲結び目のザイフェルト手術の発生源となりうるトーラス結び目は双曲ザイフェルターと呼ばれる幾何学的に良い性質を備えたザイフェルターをもっているため、本年度の研究では双曲ザイフェルターをもつトーラス結び目のザイフェルト手術とその双曲ザイフェルターのリストの作成を目標に研究を進め、完全であることが期待されるリストを与えた。また、ザイフェルターがベーシックザイフェルターと呼ばれる基本的なザイフェルターから得られない例を見いだし、ザイフェルト手術の発生のメカニズムの多様性も明らかになった。一方、リストにないトーラス結び目のザイフェルト手術に対しては、双曲ザイフェルターを持たないことを示唆する結果を得ることができた。本研究を通じて得られたザイフェルト手術ネットワークに関する結果はすべて審査が済み、出版済み、あるいは出版予定になっている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

A. Deruelle, K. Miyazaki, K. Motegi;
Neighbors of Seifert surgeries on a trefoil knot in the Seifert Surgery Network, Bol. Soc. Mat. Mexicana, 査読有 (印刷中),
<http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~mote gi/>

M. Eudave-Munoz, E. Jasso, K. Miyazaki, K. Motegi;
Seifert fibered surgeries on strongly invertible knots without primitive/Seifert positions, Topology Appl., 査読有 (印刷中),
<http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~mote gi/>

A. Deruelle, K. Miyazaki, K. Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots III, Alg. Geom. Top., 査読有 (印刷中),
DOI: 10.2140/agt.2014.14.101

K. Motegi, M. Teragaito;
Left-orderable, non-L-space surgeries on knots, Comm. Anal. Geom., 査読有 (印刷中),
<http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~mote gi/>

K. Motegi, M. Teragaito;
Hyperbolic knots with left-orderable, non-L-space surgeries,

京都大学数理解析研究所講究録, 査読無,
1866 (2013), 17-29.
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/2013.html>

A. Deruelle, M. Eudave-Munoz, K. Miyazaki, K. Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots IV: Seiferters and branched coverings, Contemp. Math. Amer. Math. Soc., 査読有,
597 (2013), 235-262.
DOI: 10.1090/conm/597/11766

M. Eudave-Munoz, K. Miyazaki, K. Motegi;
Hyperbolic seiferters for lens surgeries, Proceedings of the Institute of Natural Sciences, Nihon University, 査読有, 48 (2013), 175-184.
<http://www.chs.nihon-u.ac.jp/institute/nature/kiyou/index.html>

A. Deruelle, K. Miyazaki, K. Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots, Memoirs Amer. Math. Soc., 査読有, 217 (2012), no. 1021, viii+130,
DOI: 10.1090/S0065-9266-2011-00635-0

M. Eudave-Munoz, K. Miyazaki, K. Motegi;
Seifert fibered surgeries with distinct primitive/Seifert positions, Topology Appl., 査読有, 159 (2012), 980-989.
DOI: 10.1016/j.topol.2011.11.021

K. Ishihara, K. Motegi;
Band sum operations yielding trivial knots, Bol. Soc. Mat. Mexicana, 査読有, 15 (2009), 103-108.
<http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~mote gi/>

K. Ichihara, K. Motegi;
Hyperbolic sections in Seifert fibered surface bundles, Quart. J. Math., 査読有, 60 (2009), 475-486.
DOI: 10.1093/qmath/han022

A. Deruelle, K. Miyazaki, K. Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots II: Berge's lens surgeries, Topology Appl., 査読有, 156 (2009) 1083-1113.
DOI: 10.1016/j.topol.2008.10.012

[学会発表](計2件)

茂手木 公彦;
Dehn surgery, branched covering and

L-spaces, Topology mini workshop,
2014年3月20日, 日本大学.

K.Motegi;
Seifert surgery network and chain links,
Seminari di Geometria,
2013年9月18日, Universita di Pisa.

K.Motegi;
Seifert fibered surgeries on strongly
invertible knots without
primitive/Seifert positions,
International Conference on Topology and
Geometry 2013 joint with the Sixth
Japan-Mexico Topology Symposium,
2013年9月3日, 島根大学.

K.Motegi;
Left-orderable, non-L-space surgeries on
knots, Low dimensional topology, knots,
and orderable groups, 2013年7月3日,
Centre International Recontres de
Mathematiques (France).

茂手木 公彦;
Left-orderable, non-L-space surgeries on
knots, 東京大学トポロジー火曜セミナー,
2013年6月18日, 東京大学.

茂手木 公彦;
Hyperbolic knots with left-orderable,
non-L-space surgeries, Intelligence of
Low-dimensional Topology, 2013年5月
22日, 京都大学数理解析研究所.

茂手木 公彦;
Dehn 手術における特異な現象, 可微分写像
の特異点論とその応用,
2012年12月11日, 日本大学.

K.Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots,
Low-dimensional Geometry and Topology,
2012年9月12日, 東京工業大学.

茂手木 公彦;
Networking Seifert surgeries on knots:
a survey and problems,
東京女子大トポロジーセミナー,
2012年7月14日, 東京女子大学.

K.Motegi;
Seifert fibered surgeries without
primitive/Seifert positions having their
origins in those on a trefoil knot,
Mini-symposium and special session STS
"Knot Theory and its ramifications" at
The 6th European Congress of Mathematics,
2012年7月5日, Jagiellonian
University, Krakow, Poland.

茂手木 公彦;
Seifert fibered surgeries without
primitive/Seifert positions having their
origins in those on a trefoil knot,
大阪大学低次元トポロジーセミナー,
2012年5月22日, 大阪大学.

K.Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots:
a survey and future problems,
UNAM Topology Semiar,
2012年3月2日, National Autonomous
University of Mexico (UNAM).

茂手木 公彦;
Seifert fibered surgeries with distinct
primitive/Seifert positions,
東北結び目セミナー,
2011年10月14日, 東北大学.

茂手木 公彦;
Seifert Surgery Network and chain links,
Group Seminar @ Murakami Lab,
2010年11月11日, 東京工業大学.

茂手木 公彦;
Seifert Surgery Network and chain links,
東北結び目セミナー,
2010年10月23日, 遊学館(山形県).

K.Motegi;
On primitive/Seifert positions,
International Conference Japan-Mexico on
Topology and its Applications,
2010年9月27日,
Universidad de Colima (Mexico).

K.Motegi;
Seifert surgeries, chain links and volumes,
トポロジーとコンピュータ 2010,
2010年9月10日, 東京工業大学.

茂手木 公彦;
A survey of Seifert Surgery Network I, II,
Workshop: Lefschetz fibration and
category theory,
2010年6月25、26日, 大阪大学.

K.Motegi;
Networking Seifert surgeries on knots,
AMS Sectional Meeting,
2009 Fall Western Section Meeting
(November 7-8, 2009),
Special Session on Knotting Around
Dimension Three: A Special Session in
Memory of Xiao-Song Lin,
2009年11月7日,
University of California, Riverside(USA).

茂手木 公彦;

Seifert surgeries on knots and their network, 東京理科大学特異点セミナー, 2009年10月30日, 東京理科大学.

②① K.Motegi;

Seifert surgeries on knots and their network, Simplicial Complexes Arising in Low-Dimensional Topology, 2009年7月2日, 東京工業大学.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.math.chs.nihon-u.ac.jp/~motegi/>

6. 研究組織

(1)研究代表者

茂手木 公彦 (MOTEGI, Kimihiko)

日本大学・文理学部・教授

研究者番号: 40219978

(2)研究分担者

なし

研究者番号:

(3)連携研究者

なし

研究者番号: