

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月 25日現在

機関番号：37111

研究種目：基盤研究（C）

研究機関：2009～2011

課題番号：21540103

研究課題名（和文）計算代数の最近の成果と連携した微分幾何の研究

研究課題名（英文）Research on differential geometry with related to the recent results of computer algebra

研究代表者

濱田 龍義 (HAMADA TATSUYOSHI)

福岡大学・理学部・助教

研究者番号：90299537

研究成果の概要（和文）：本研究では、計算代数の最新の研究成果を元に微分幾何学への応用と新たな研究手法の展開を試みた。本研究の成果として、複素空間型内のリー実超曲面の内在的不変量について研究をすすめた。また、計算代数分野との交流により、最新の計算機代数システムおよび可視化ソフトウェアを収録した DVD 起動型 Linux システム KNOPPIX/Math および、MathLibre の開発、公開を行った。

研究成果の概要（英文）：We investigated the new approach to differential geometry with related to the recent results in computer algebra. We studied intrinsic geometry of Lie hypersurfaces in complex space forms. On the other hand, We developed the computer environment of Live Linux, it contains many computer algebra and visualization systems. KNOPPIX/Math and MathLibre are systems of collections of software tools and documents for researching mathematics.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：幾何学

科研費の分科・数学

キーワード：幾何学，応用数学，計算機システム，KNOPPIX

1. 研究開始当初の背景

1960年代にブルーノ・ブッフバーガーによって、グレブナー基底は多項式環のイデアルの基底として発見された。彼の結果は、その後10年ほどは誰からも評価されない不遇の時代を過ごしたが、1980年代以降、コンピュータの速度向上に伴い、グレブナー基底は計算代数の基礎的な技術として、脚光を浴びることになる。現在では、可換環論や代数幾何学、統計学、組合せ論といった現代数学との関連から

も重要視されている。また、整数計画、符号理論、ロボット工学などへの応用も良く知られている事実である。専門家以外には、あまり知られていないが、ユークリッド幾何学における定理自動証明の理論にも用いられており、定理自動証明機能を実装した幾何学ソフトウェアが、中国、フランス等で開発されている。一方、トポロジー、特に結び目理論においてもアレクサンダー多項式、コンウェイ多項式等、多項式に帰着される不変量の存在

により、計算代数、トポロジー相互の研究交流は活発に行われている。国内でも神戸高専の児玉宏児氏による KNOT などが研究支援用数学ソフトウェアとして高く評価されており、計算代数との連携という意味では、数論、代数幾何と並んで成果が期待できる分野となっている。

一方、微分幾何学においては、主に連立多項式系の変数消去法としてグレブナー基底が利用された実績が存在する。例えば、第 45 回幾何学シンポジウムにおける大阪大学の坂根由昌氏に「グレブナー基底と等質アインシュタイン計量」という講演が知られている。ここで、坂根氏は等質多様体上のアインシュタイン等質計量について考察を行なったが、SU(4)-不変なアインシュタイン計量を決定するためにグレブナー基底を用いた。

その他にも平均曲率一定曲面の一種であるドロネー曲面の一般化として、周期関数を平均曲率を持つ曲面が剣持勝衛氏によって構成されているが、その構成方法にグレブナー基底が用いられている。

主曲率に関する固有多項式の評価や、トーリック多様体のハミルトン安定性等は連立多項式系に帰着されることがわかっている。この他にも幾つかの問題が連立多項式系に帰着され、これらに対してグレブナー基底を用いた手法が適用できるのではないかという期待感が徐々に広がりつつある。

2. 研究の目的

本研究では、これまで数値計算を用いて予測されてきた多数の例を見直し、計算代数による再構築を試みることから始める。特に極小曲面論における新たな例の構成は、既に数値計算による予想、実績が多数あり、検討の価値があるものと思われる。また、部分多様体論の立場から多項式系に帰着できる不変量についての検討を行う。最終的にはグレブナー基底に代表される計算代数の成果と微分幾何学との融合によって、新たな研究手法としての理論形成を行なうことを目標とする。

3. 研究の方法

本研究の研究方法は以下のとおりであった。

- (1) 複素空間型内の実超曲面の研究において計算代数による手法の適用を試みる。
- (2) 計算代数の最新のアルゴリズムについて計算代数の専門家と情報交換を行なう。
- (3) 計算代数の応用面について可換環論、代数幾何学の専門家と情報交換を行なう。
- (4) 離散的な曲面について、差分方程式を考慮した方法を参考にして、連立代数方程式系に帰着できる構成方法について考察を行なう。
- (5) KNOPPIX/Math プロジェクトを継続し、

様々な分野の研究者に対して最新の計算代数システムを提供し、応用領域のさらなる拡大を狙う。

4. 研究成果

複素空間型内の複素部分多様体に着目し、複素空間型内の*-アインシュタイン実超曲面のうち、正則接分布が可積分なものを分類した。この結果は、井ノ口順一氏との共同研究として Kodai Mathematical Journal に掲載された。また、Jong-Taek Cho 氏と井ノ口順一氏との共同研究の結果、複素 2 次元複素空間型内のホップ擬対称実超曲面を決定し、この結果は Tokyo Journal of Mathematics に掲載された。また、*-アインシュタイン実超曲面について、広島大学の田丸博士氏、星川祐次氏との共同研究により、リー環論の視点からも研究を進めており、現在、投稿中である。

KNOPPIX/Math Project の展開

また、本研究の研究成果として、

- KNOPPIX/Math/2010
- KNOPPIX/Math/2011
- MathLibre 2012

を公開し、最新の計算代数システムを誰もが容易に参照することができるシステムの構築を進めている。2003 年以来、幾何学だけでなく、トポロジー、計算代数、統計理論、可換環論、微分方程式論、数論、力学系、等の様々な数学諸分野の専門家と横断的に協力関係を築き、システムの充実を図ってきた。2008 年頃から、数学、数理学分野における教育ツールとしても、徐々に普及しつつある。これまでに、山口大学、大阪教育大学、島根大学でも集中講義の題材として取り上げられ、教育成果を上げている。また、福岡教育大学、上智大学等では学生の計算機環境、北海道大学では大学院生の計算機環境として導入されており、今後、国内における計算代数と数学、数理学諸分野との連携、発展が期待される。

数学、数理学以外の分野においても、利用者は増えており、工学、経済学、医学、農学等における数学ソフトウェア利用者を取り込んでいる。

国際的に見ても、このような包括的な数学ソフトウェアプロジェクトは類を見ない。2010 年には国際数学者会議において KNOPPIX/Math/2010 を展示・配布を行ったが、高い評価とともに迎えられた。

また、最新のソフトウェア開発に関する情報収集を主目的にオープンソースソフトウェアコミュニティとの連携にも力を入れている。一方で、これはアウトリーチ活動の一環としても、とらえることもできる。

2012 年 3 月には、KNOPPIX/Math プロジェ

クトを発展的に解消し, MathLibre プロジェクトを新たに立ち上げた. 今後, 継続的に更新可能な環境を目指して開発を進める予定である.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① Tatsuyoshi Hamada and KNOPPIX/Math committers, “KNOPPIX/Math: a live system for mathematics”, Proceedings of the Second CREST-SBM International Conference “Harmony of Groebner Bases and the Modern Industrial Society”, Takayuki Hibi, (2012), World Scientific, 41-44, 査読有.
- ② Jong-Taek Cho, Tatsuyoshi Hamada, and Jun-ichi Inoguchi, “On three dimensional real hypersurface in complex space for”, Tokyo Journal of Mathematics, 33, (2010), No. 1, 31-47, 査読有.
- ③ Tatsuyoshi Hamada and Jun-ichi Inoguchi, “Ruled real hypersurfaces of complex space forms”, Kodai Mathematical Journal, 33, (2010), No. 1, 123-134, 査読有.

[学会発表] (計 25 件)

- ① 濱田龍義, 「GeoGebra が成功している 15 の理由を検証」, 数式処理学会教育分科会, 2012 年 3 月 26 日, 東京理科大学.
- ② 濱田龍義, 「動的数学ソフトウェア GeoGebra について」, 数学ソフトウェアとフリードキュメント XIV, 2012 年 3 月 25 日, 東京理科大学.
- ③ 濱田龍義, 「数学とオープンソース」, 数電機シンポジウム, 2012 年 2 月 19 日, 首都大学東京.
- ④ 濱田龍義, 「動的数学ソフトウェア GeoGebra の最新機能」, 日本数式処理学会基礎理論分科会システム分科会合同研究会, 2012 年 1 月 21 日, 仙台青葉カルチャーセンター.
- ⑤ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2011dojo について」, 第 20 回日本数式処理学会大会, 2011 年 9 月 10 日, 神戸大学.
- ⑥ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math に見る数学ソフトウェアの世界」, 研究集会 計算代数システムの進展, 2011 年 8 月 29 日, 九州大学.
- ⑦ 濱田龍義, 「複素空間形内の実超曲面の話題について」, 第 58 回幾何学シンポジウム, 2011 年 8 月 27 日, 山口大学.
- ⑧ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2011 について」, RIMS 共同研究「数式処理研究の新たな発

- 展」, 2011 年 7 月 8 日, 数理解析研究所.
- ⑨ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2011 について」, Risa/Asir Conference 2011, 2011 年 3 月 22 日, 神戸大学.
- ⑩ 濱田龍義, 「数学ソフトウェア実行環境の将来について」, 第 3 回日本数式処理学会システム分科会研究会, 2011 年 1 月 22 日, 福岡大学.
- ⑪ 濱田龍義, 「数学とオープンソース」, 3 回大阪市立大学理学研究科 FD 研修会, 2011 年 1 月 20 日, 大阪市立大学.
- ⑫ Tatsuyoshi Hamada, “An introduction of ICMS-DVDs”, ICMS2010, The Third International Congress of Mathematical Software 2010, 2010 年 9 月 13 日, 神戸大学.
- ⑬ Tatsuyoshi Hamada, “KNOPPIX/Math: a open source desktop environment for mathematics”, ICM2010, International Congress of Mathematicians 2010, 2010 年 8 月 25 日, HICC, Hyderabad, India.
- ⑭ 濱田龍義, “Lie hypersurfaces in the complex hyperbolic space”, 第 57 回幾何学シンポジウム 2010 年 8 月 9 日, 神戸大学.
- ⑮ 濱田龍義, 「USB 起動 KNOPPIX/Math/2010 について」, 数式処理研究の新たな発展, 2010 年 7 月 7 日, 数理解析研究所.
- ⑯ Tatsuyoshi Hamada, “KNOPPIX/Math: a live system for mathematics”, Harmony Groebner bases and the modern industrial society, 2010 年 6 月 29 日, Hotel Hankyu Expopark.
- ⑰ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2010 The Next Generation について」, 第 19 回日本数式処理学会大会, 2010 年 6 月 12 日, 名古屋大学.
- ⑱ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2010」, Risa/Asir Conference 2010, 2010 年 3 月 18 日, 神戸大学.
- ⑲ 濱田龍義, 「数学 SNS の授業への応用 一福岡大学応用数学科における実践」, SNS シンポジウム ～明治大学 SNS の導入と活用～, 2009 年 12 月 22 日, 明治大学.
- ⑳ Tatsuyoshi Hamada, “Lie hypersurfaces in the complex hyperbolic space”, The 2nd OCAMI-KNUGRG Joint Differential Geometry Workshop, 2009 年 10 月 30 日, 大阪市立大学.
- ㉑ Tatsuyoshi Hamada, “Knoppix/Math Technical Talk”, 国際研究集会 Computer Algebra in Scientific Computing CASC 2009, 2009 年 9 月 13 日, 数理解析研究所.
- ㉒ 濱田龍義, 「大学初年級における GeoGebra の教育利用」, 数式処理と教育, 2009 年 8 月 26 日, 京大会館.
- ㉓ Tatsuyoshi Hamada, “The harmony of

mathematical software and free documents on KNOPPIX/Math”, Geogebra Conference 2009, 2009年7月14日, RISC, Austria.

- ②4 Tatsuyoshi Hamada, “The toy box of mathematics: KNOPPIX/Math”, CADGME 2009 Computer Algebra and Dynamic Geometry Systems in Mathematical Education, 2009年7月13日, RISC, Austria.
- ②5 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math/2009 上の全文検索システムについて」, 第18回日本数式処理学会, 2009年6月13日, 龍谷大学.

[その他]

ホームページ等

- ① <http://www.knoppix-math.org/>
- ② <http://www.mathlibre.org/>

アウトリーチ等

- ① 濱田龍義, 「動的数学ソフトウェア GeoGebra のすすめ」, オープンソースカンファレンス 2012 愛媛, 2012年3月24日, 愛媛大学総合情報メディアセンター.
- ② 濱田龍義, 「Live Linux のすすめ ～数学ソフトウェアいろいろ～」, オープンソースカンファレンス 2011 仙台, 2011年5月21日, 東北電子専門学校.
- ③ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2011 関西/神戸, 2011年4月16日, 神戸市産業振興センター.
- ④ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2010 福岡, 2010年12月11日, 九州産業大学.
- ⑤ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2010 東京/秋, 2010年9月10日, 明星大学.
- ⑥ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2010 京都, 2010年7月9日, 京都コンピュータ学院京都駅前校.
- ⑦ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2010 北海道, 2010年6月26日, 札幌市産業振興センター.
- ⑧ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2010 仙台, 2010年5月22日, 東北電子専門学校.
- ⑨ 濱田龍義, 「数学のおもちゃ箱 KNOPPIX/Math」, オープンソースカンファレンス 2009 福岡, 2009年12月5日, 九州産業大学.
- ⑩ 濱田龍義, 「数学のおもちゃ箱 KNOPPIX/Math」, オープンソースカンファレンス 2009 高知, 2009年11月14日, 高知

市文化プラザかるぼーと.

- ⑪ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2009 沖縄, 2009年9月26日, 沖縄コンベンションセンター
- ⑫ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2009 島根, 2009年5月16日, 松江テルサ.
- ⑬ 濱田龍義, 「KNOPPIX/Math は数学のおもちゃ箱」, オープンソースカンファレンス 2009 大分, 2009年3月13日, 大分ソフトパーク第2ソフィアプラザビル.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

濱田龍義 (HAMADA TATSUYOSHI)
福岡大学・理学部・助教
研究者番号: 90299537

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし