

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月16日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2012

課題番号：21540107

研究課題名（和文） 非正則な場合の統計的逐次推定方式の構築

研究課題名（英文） Construction of statistical sequential estimation procedures in nonregular case

研究代表者

小池 健一 (KOIKE KEN-ICHI)

筑波大学・数理物質系・准教授

研究者番号：90260471

研究成果の概要（和文）：台が有界な確率分布族について、極値に基づいた、確率分布の端点の逐次区間推定方式と逐次点推定方式を構築した。これらの逐次推定方式での標本数は、確率分布の台の幅が既知のときの最小の標本数と（区間推定の幅、もしくは標本抽出当たりの費用が0に近づくとき）漸近的に等しくなる（漸近有効性）。また、区間推定の場合には信頼係数に漸近的に一致し、点推定のときには確率分布の台の幅が既知のときに最小の危険関数の値に漸近的に一致する。

研究成果の概要（英文）：We constructed sequential interval and point estimation procedures of the endpoints of the support of the probability distribution with a bounded support. The estimation procedures are based on the extreme values. The sample sizes for these estimation procedures asymptotically coincide with minimum sample sizes when the width of the support is known.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| 2009年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 2010年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2011年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 2012年度 | 800,000 | 240,000 | 1,040,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,500,000 | 1,050,000 | 4,550,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：統計数学，逐次推定

1. 研究開始当初の背景

従来、逐次推定方式の良さを測る手段として、ウォルフォビッツの不等式が良く知られているが、有効な推定方式が得られるのは非常に希であって、殆どの場合には達成不可能であることがゴーシュ、ステファノフ等によ

って示された。本研究代表者は、逐次的の場合のバッチャリヤ型の不等式を得て、ベルヌーイ試行の列に対してその達成について考察し、ウォルフォビッツの不等式の達成の場合との顕著な差異を示した。また、クラメル・ラオの不等式からベイズ推定方式のベ

ズリスクに対する下界が得られた。本研究代表者は、非正則な場合として、位置尺度母数をもつ一様分布について、その位置母数の逐次区間推定方式に関する結果を得た。この結果は、よく知られているチャウ・ロビンスの逐次区間推定方式に比べて、標本数に関して漸近的に次数が $(1/2)$ 乗で十分であり、漸近一致性、漸近有効性など優れた性質をもつことを示した。

この結果は、逐次点推定方式にも拡張され、ロビンスの逐次点推定方式に比べて、密度関数の台の端点における0への収束の次数に応じて、標本数やリスクが漸近的に大幅に削減できることを示している。このことは、非逐次で位置母数の一致推定量の最大次数を扱った Akahira and Takeuchi (1995)の結果ともある意味で一致しており、非常に興味深い。

2. 研究の目的

正規分布のような正則な分布は、ある意味で現実の分布を近似して与えたものであり、逆に非正則な分布は、例えば切断分布のような、ごくありふれた条件下で起こりうる。ところが、非正則な場合における推測問題をまとめて扱ったものは Akahira and Takeuchi (1995) ぐらいしかない。しかもこの文献は、非逐次の場合のみを扱っている。

本研究ではまだ必ずしも十分に解明されていない一般の非正則な場合の逐次推定を行うことが特色である。そして、逐次決定方式の期待リグレットの限界を求めるために適当な情報不等式が必要となる。そのとき、適切な情報量が重要となり、その導入が独創的になる。そのような情報量を用いて、その不等式の下界が得られることが予想される。また、その下界を達成する逐次決定方式は(漸近)有効であると呼ばれる。このような有効な逐次決定方式が理論的に得られれば、実際問題への適用も可能となり、理論面、応用面での意義は大きいものとなる。実際、有効な逐次決定方式がどのような場合に存在し、どの程度のリスクを持つのが明らかになると期待する。さらに、その逐次決定方式がどのように確率的な振る舞いをするのかを調べるため、計算機上にて適当な動作環境下でのシミュレーションを行うことも目的とする。

これらの値を用いて、逐次決定方式の漸近的挙動も明らかにできると期待する。

3. 研究の方法

統計逐次推定に関する有効性を評価するには、よく漸近論が用いられるが、それはあくまでも標本数が無限大になった場合での話であって、実際の小標本では有効性の評価は難しいことが多い。その際には、コンピュータによる数値実験に頼らざるを得ない。現有するコンピュータについては、速度や安定性の面で改善の余地があった。また、ソフトウェアに関して、新規に購入もしくはバージョンアップ等環境を整える必要がある。また、関連する文献も十分とはいえなかった。ので、広く収集して、研究を進めた。本学では数理統計学の研究者は少数であり、国内外の研究者との情報交換は必要不可欠である。

4. 研究成果

(1) 台が有界な確率分布族について、極値に基づいた、確率分布の端点の逐次区間推定方式を構築した。これらの逐次推定方式での標本数は、確率分布の台の幅が既知のときの最小の標本数と(区間推定の幅が0に近づくときに)漸近的に等しくなる(漸近有効性)。また、信頼係数に漸近的に一致する(漸近一致性)。計算機を用いたシミュレーションにおいて、実際の小標本での被覆確率や平均標本数の評価を行った。その結果、被覆確率が狙った信頼係数とほぼ一致し、非常に優れた結果となることが分かった。

(2) 台が有界な確率分布族について、確率分布の端点の逐次点推定方式について構築した。与えられた推定方式は、確率分布の台の幅が既知のときの最小の標本数と(標本抽出当たりの費用が0に近づくときに)漸近的に等しくなる(漸近有効性)。また、確率分布の台の幅が既知のときの最小のリスクと(標本抽出当たりの費用が0に近づくときに)漸近的に等しくなる。

(3) 台が有界な確率分布族について、その台の幅の逐次区間推定方式を与えた。特に、密度関数の端点での値が同一である場合と異なる場合の両方について、逐次区間推定

方式を与えた。区間幅を0に近づけた場合に、与えられた逐次推定方式が漸近一致性や漸近有効性などの好ましい性質を持つことも示した。また、計算機を用いたシミュレーションによって、区間幅を0にしないときの、逐次区間推定方式に対する被覆確率や平均標本数などの数値実験を行った。この数値実験の結果から、実用的な区間幅の値で与えられた逐次区間推定方式が好ましい性質を持つことが分かる。

(4) 事前分布の持つ情報の大きさを評価する方法について考察した。Clarke(1996)のカルバック・ライブラー(K-L)情報量による方法は、元の事前分布と無情報事前分布のK-L情報量が最小となる観測値の個数を求めるものであるが、標本数が負になる問題や、数値計算による最小性の問題がある。また、森(2010)のベイズリスクによる方法は、元の事前分布の事後平均のベイズリスクと、標本平均のベイズリスクが等しくなるような追加標本数を求めるものであるが、比較対象の妥当性や評価方法の一般性に疑問がある。これらの問題を踏まえ、本研究では事前分布の持つ情報の大きさを評価する方法を新たに提案した。

事後平均や事後モードの漸近事後リスクによる方法では、事後リスクによる比較を行った。さらに、Hodges and Lehmann(1970)による漸近相対効率や漸近欠損量の概念を用いて、事前分布の持つ情報の大きさを漸近的に評価した。また、Miyata(2008)やJohnson(1970)による計算方法を導入し、事後モードや最尤推定量の事後リスクの漸近展開による方法を提案した。

新しい手法においては、事前分布の持つ情報の大きさが非正則な事前分布に対しても定義可能となっていて、これまでの問題点の多くが解消されている。特に、標本数に依存せず、推定量の選択について恣意が入り込まない長所を持っている。またこれらの成果は応用分野に広く貢献できるものである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

①平山令士, 小池健一. (2012): 台が有界な分布に対する台の幅の逐次区間推定. 京都大学数理解析研究所講究録, 1804, 178-187, 査読無し,

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1804-14.pdf>.

②神谷内裕, 小池健一. (2012): ベイズ推測における事前分布の持つ情報の評価. 京都大学数理解析研究所講究録, 1804, 1-10, 査読無し,

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1804-01.pdf>.

③Koike, K. (2010): Sequential estimation procedures for end points of support in a non-regular distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 39(8), 1585-1596, 査読有り, DOI:10.1080/03610920802422605.

④Aoshima, M. and Koike, K. (2010): The professional career and contributions of Professor Masafumi Akahira.

Communications in Statistics-Theory and Methods, 39(8), 1324-1342, 査読有り, DOI: 10.1080/03610921003644443.

[学会発表] (計5件)

①橋本真太郎, 小池健一. Bayes リスクに対する情報不等式について. 日本数学会年会, 2013年3月22日, 京都大学.

②橋本真太郎, 小池健一. ベイズリスクに対する情報不等式. RIMS共同による研究会

「Asymptotic Expansions for Various Models and Their Related Topics」, 2013年3月4日, 京都大学数理解析研究所.

③橋本真太郎, 小池健一. Bayesリスクに対するBhattacharyya型情報不等式について. 科研費シンポジウム「統計科学の基礎的理論とその応用」, 2012年11月21日, 国際奈良学セミナーハウス.

④神谷内裕, 小池健一. ベイズ推測における事前分布の持つ情報の評価. RIMS共同による研究会「A New Perspective to Statistical Models and Its Related Topics」, 2012年3月5日.

⑤小池健一. 台が有界な分布における台の

端点の逐次推測. 科研費シンポジウム「統計的推測方法の理論的展開とその応用」, 2010年11月19日, 熊本大学.

〔図書〕(計0件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小池 健一 (KOIKE KEN-ICHI)
筑波大学・数理物質系・准教授
研究者番号: 90260471

(2) 研究分担者

赤平 昌文 (AKAHIRA MASAFUMI)
筑波大学・副学長
研究者番号: 70017424