

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 3 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2013

課題番号：21540113

研究課題名(和文) 均衡問題の理論的究明とスペース配分最適化問題への応用

研究課題名(英文) Study of equilibrium problems and its application to optimization problems

研究代表者

青山 耕治 (Aoyama, Koji)

千葉大学・法経学部・教授

研究者番号：20293152

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円、(間接経費) 750,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、バナッハ空間またはヒルベルト空間上の均衡問題、不動点問題、零点問題、変分不等式問題など扱い、不動点理論や非線形関数解析学の手法を用いて、それらの問題の解の存在や解の近似方法に関する結果を得た。また、不動点近似方法の相互関係、非線形写像の強非拡大性または堅非拡大性に関する考察も行った。

研究成果の概要(英文)：In this research, we dealt with equilibrium problems, fixed point problems, zero point problems, and variational inequality problems in Banach spaces and Hilbert spaces. Then we obtained some existence theorems and convergence theorems for such problems by using the method of fixed point theory and nonlinear operator theory. Moreover, we also investigated relationships between approximation methods of fixed points, and strong or firm nonexpansiveness of nonlinear mappings.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：均衡問題 不動点理論 凸解析 最適化 アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

均衡問題とは、ある空間の部分集合 C と実数値関数 $f: C \times C \rightarrow \mathbb{R}$ が与えられたとき、 $f(\bar{x}, y) \geq 0$ ($\forall y \in C$) を満たす点 $\bar{x} \in C$ を求める問題である。このような形式の問題は古くから議論されてきた (例えば, H. Nikaidô and K. Isoda (1955), K. Fan (1972) など)。

1994 年, E. Blum と W. Oettli により, 凸計画問題, Nash 均衡問題, 鞍点問題, 変分不等式問題および不動点問題などが, 均衡問題の特別な場合として表されることが指摘された。その後, 均衡問題の重要性が再認識され, さらに様々な研究が活発に行われるようになった (例えば, A. N. Iusem and W. Sosa (2003), M. Bianchi and S. Schaible (2004) など)。

一方, P. L. Combettes and S. A. Hirstoaga (2005) により, ある仮定のもとで不動点理論を使って均衡問題を解く手法が発表された。また, 研究代表者ら (K. Aoyama, Y. Kimura, and W. Takahashi (2008)) によって, 「ある設定のもとで均衡問題と零点問題 (極大単調作用素の零点を求める問題) が同値である」ことが示された。これらにより, 不動点理論や非線形写像の理論を介した均衡問題の研究が大きく発展することが見込まれ, 優先的に取り組むべき研究課題であるという認識に至った。

2. 研究の目的

これまで研究代表者が取り組んできた不動点理論の研究を基盤に, 均衡問題および関連する諸問題の解決とその応用を目的とする。

- (1) 一般化された堅非拡大写像の不動点の存在や不動点近似法に関して調査する。
- (2) 強非拡大性または強擬非拡大性を持つ写像または写像列に関する基本性質を整備し, 不動点近似理論へ応用する。
- (3) 非拡大または擬非拡大性を持つ写像列の共通不動点近似アルゴリズムについて, より一般的な結果を得る。
- (4) 均衡問題, 変分不等式問題, 零点問題の解の存在性や解の近似法に関する新しい結果を示す。

3. 研究の方法

本研究は数学の研究であるから, 論文や本を読む

ことが普段の研究活動の中心である。その他の研究活動として重要なのは, 研究成果の発表, 共同研究者との打合せ, 資料や情報収集のための出張である。本研究経費のほとんどを, 研究遂行のための出張に使用したので, それについて記しておく。

(1) 研究成果発表

本研究経費を使って行われた研究成果発表を「5. 主な発表論文等〔学会発表〕」に記載した。

(2) 研究打合せ

本研究経費を使って, 期間中に大分大学および名古屋大学へ研究打合せのために出張した。

(3) その他出張

本研究経費を使って, 京都大学数理解析研究所研究集会「不確かさと曖昧さの数理」(2014 年 1 月) と日本数学会 2013 年度秋季総合分科会 (2013 年 9 月) へ参加した。

4. 研究成果

(1) 堅非拡大写像およびその一般化についての調査・研究を行った。

堅非拡大型写像の分類を行い, 連続性や不動点の存在に関する結果を得た。

P 型写像の不動点近似定理を証明した。

堅非拡大写像列の共通不動点に関する収束定理を示した。

P 型写像の不動点の存在に関する結果を得た。

(2) 強非拡大性または強擬非拡大性を持つ写像または写像列に関する研究を行った。

強擬非拡大型写像列の概念を導入し, その基本性質を整理し, 擬非拡大型写像の共通不動点問題への応用を示した。

強非拡大写像列に関する新しい強収束定理を示した。

(3) 非拡大または擬非拡大性を持つ写像列とその共通不動点について研究した。

非拡大写像列の共通不動点に関する強収束定理を示した。

Hilbert 空間における擬非拡大写像列に関する収束定理を示した。

擬非拡大型写像の漸近的不動点についての考察を行い, その応用例を示した。

非拡大写像の不動点近似法である viscosity 型近似法と Halpern 型近似法の相互関係を明確にした。

- (4) Hilbert 空間または Banach 空間において, 新しい写像のクラスを導入し, それらの不動点に関する結果を得た。

λ -hybrid 写像または λ -hybrid 写像列に関する不動点定理, 平均収束定理を示した。

α -非拡大写像に関する不動点定理を示した。

- (5) 均衡問題, 変分不等式問題, 零点問題に関する結果を得た。

均衡問題の解の近似法に関する結果を得た。

不動点集合上の変分不等式問題に関する収束定理を示した。

単調作用素のリゾルベントの基本性質を調べ, それを用いて一般化された近接点法に関する結果を得た。

ハイブリッド最急降下法と Halpern 型近似アルゴリズムの関係について考察した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 31 件)

K. Aoyama and Y. Kimura, Viscosity approximation methods with a sequence of contractions, *Cubo* **16** (2014), 9–20. (査読有)

K. Aoyama and F. Kohsaka, Viscosity approximation process for a sequence of quasi-nonexpansive mappings, *Fixed Point Theory and Applications* **2014**, 2014:17, 11 pages. (doi: 10.1186/10.1186/1687-1812-2014-17) (査読有)

K. Aoyama, Approximations to solutions of the variational inequality problem for inverse-strongly-monotone mappings, *Proceedings of 7th international conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis -I*, Yokohama Publishers, 2013, pp. 1–9. (査読有)

K. Aoyama and Y. Kimura, A note on the hybrid steepest descent methods, *Proceedings of The 10th International Conference*

on Fixed Point Theory and its Applications, House of the Book of Science Cluj-Napoca, Romania, 2013, pp. 73–80. (査読有)

K. Aoyama and F. Kohsaka, Uniform mean convergence theorems for hybrid mappings in Hilbert spaces, *Fixed Point Theory and Applications*, 2012, 2012:193, 13 pages. (査読有)

K. Aoyama, Y. Kimura and F. Kohsaka, Strong convergence theorems for strongly relatively nonexpansive sequences and applications, *Journal of Nonlinear Analysis and Optimization: Theory & Applications* **3** (2012), 67–77. (査読有)

K. Aoyama and F. Kohsaka, Fixed point theorem for α -nonexpansive mappings in Banach spaces, *Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications* **74** (2011), 4387–4391. (査読有)

K. Aoyama and F. Kohsaka, Fixed point and mean convergence theorems for a family of λ -hybrid mappings, *Journal of Nonlinear Analysis and Optimization: Theory & Applications* **2** (2011), 85–92. (査読有)

K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, Proximal point methods for monotone operators in Banach spaces, *Taiwanese Journal of Mathematics* **15** (2011), 259–281. (査読有)

K. Aoyama and Y. Kimura, Strong convergence theorems for strongly nonexpansive sequences, *Applied Mathematics and Computation* **217** (2011), 7537–7545. (査読有)

K. Aoyama, Asymptotic fixed points of sequences of quasi-nonexpansive type mappings, *Proceedings of the International Symposium on Banach and Function Spaces III*, Yokohama Publishers, 2011, pp. 343–350. (査読有)

K. Aoyama, Halpern’s iteration for a sequence of quasinonexpansive type mappings, *Nonlinear Mathematics for Uncertainty and Its Applications*, Springer-Verlag, 2011, pp. 387–394. (査読有)

K. Aoyama, S. Iemoto, F. Kohsaka and

W. Takahashi, Fixed point and ergodic theorems for λ -hybrid mappings in Hilbert spaces, *Journal of Nonlinear and Convex Analysis* **11** (2010), 335–343. (査読有)

K. Aoyama and F. Kohsaka, Existence of fixed points of firmly nonexpansive-like mappings in Banach spaces, *Fixed Point Theory and Applications* 2010, Article ID 512751, 15 pages. (査読有)

K. Aoyama, An iterative method for a variational inequality problem over the common fixed point set of nonexpansive mappings, *Proceedings of the 6th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis*, Yokohama Publishers, 2010, pp. 21–28. (査読有)

K. Aoyama, An iterative method for fixed point problems for sequences of nonexpansive mappings, *Proceedings of The 9th International Conference on Fixed Point Theory and its Applications*, Yokohama Publishers, 2010, pp. 1–7. (査読有)

青山耕治, 『均衡問題に関する収束定理』, 京都大学数理解析研究所講究録 1683(2010), 25–38. (査読無)

K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, Shrinking projection methods for firmly nonexpansive mappings, *Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications* **71** (2009), e1626–e1632. (査読有)

K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, Strongly relatively nonexpansive sequences in Banach spaces and applications, *Journal of Fixed Point Theory and Applications* **5** (2009), 201–225. (査読有)

K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, Three generalizations of firmly nonexpansive mappings: Their relations and continuity properties, *Journal of Nonlinear and Convex Analysis* **10** (2009), 131–147. (査読有)

K. Aoyama, F. Kohsaka and W. Takahashi, Strong convergence theorems for a family of mappings of type (P) and applications, *Pro-*

ceedings of Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, Yokohama Publishers, 2009, pp. 1–17. (査読有)

〔学会発表〕(計 29 件)

K. Aoyama, Viscosity approximation methods with a sequence of contractions, *International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization*, National Sun Yat-sen University, Kaohsiung, Taiwan, December 20–22, 2013.

青山耕治, Halpern 型不動点近似アルゴリズムとハイブリッド最急降下法, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2013 年 10 月 10 日.

K. Aoyama, Strong convergence theorems for strongly relatively nonexpansive sequences and applications, *The eighth international conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis*, Hirosaki University, Hirosaki, Aomori, JAPAN on August 2–6, 2013.

K. Aoyama, Strong convergence theorems for strongly nonexpansive sequences in Hilbert spaces, *The Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization*, Kunibiki Messe, Matsue, Shimane, Japan, September 2–6, 2012.

K. Aoyama, Fixed point and mean convergence theorems for hybrid mappings, *The 10th International Conference on Fixed Point Theory and its Applications*, Babes-Bolyai University, Cluj-Napoca, Romania, July 9–15, 2012.

青山耕治, ある非線形写像の不動点定理と平均収束定理, 日本数学会 2011 年度秋季総合分科会, 信州大学, 2011 年 9 月 28 日.

K. Aoyama, Halpern’s iteration for a sequence of quasinonexpansive type mappings, *International Conference on Nonlinear Mathematics for Uncertainty and Its Applications*, Beijing University of Technology, Beijing, China, September 7–9, 2011.

青山耕治, バナッハ空間における堅非拡大型写

像の不動点の存在について, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2011年8月29日

K. Aoyama, On the hybrid steepest descent method, The 7th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, Pukyong National University, Busan, Republic of Korea, August 2–5, 2011.

青山耕治, 写像列の強非拡大性, 日本数学会2010年度秋季総合分科会, 名古屋大学東山キャンパス, 2010年9月24日.

K. Aoyama, Convergence theorems for relatively nonexpansive mappings in Banach spaces, The Second Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, Royal Paradise Hotel & Spa, Patong beach, Phuket, Thailand, September 9–12, 2010.

青山耕治, 堅非拡大型写像について, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2010年8月30日.

青山耕治, Three generalizations of firmly nonexpansive mappings, 日本数学会2009年度秋季総合分科会, 大阪大学大学院理学研究科, 2009年9月24日.

K. Aoyama, Approximation methods for a countable family of nonexpansive mappings, The Third International Symposium on Banach and Function Spaces, Kyushu Institute of Technology, Tobata Campus, Kitakyushu, Japan, September 14–17, 2009.

青山耕治, 縮小射影法と堅非拡大写像, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2009年8月31日.

青山耕治, 均衡問題に関する収束定理, 非加法性の数理と情報: 凸解析との接点, 京都大学数理解析研究所, 2009年8月6日.

青山耕治, 強非拡大写像列について, バナッハ空間及び関数空間論における幾何学的構造の研究とその応用, 京都大学数理解析研究所, 2009年5月20日.

[その他]

ホームページ等

<http://www.le.chiba-u.ac.jp/~aoyama/math/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

青山 耕治 (AOYAMA, Koji)

千葉大学・法経学部・教授

研究者番号: 20293152

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

佐藤 栄作 (SATO, Eisaku)

千葉大学・法経学部・教授

研究者番号: 10366940