

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 5 日現在

機関番号：17104

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009 ～ 2012

課題番号：21540189

研究課題名（和文） 不動点理論およびその周辺の非線形問題

研究課題名（英文） Fixed Point Theory and Related Nonlinear Problems

研究代表者

鈴木 智成 (SUZUKI TOMONARI)

九州工業大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：00303173

研究成果の概要（和文）：この研究期間の4年間、不動点理論に関するいくつかの研究成果を得た。例えば、generalized nonexpansive mapping に関する条件を不動点理論の観点から考察することに成功した。非拡大半群に関する Browder 収束の係数条件、完備距離空間における不動点への逐次近似、完備距離空間における複数の写像の不動点理論に関して、必要十分条件や最終結論に近いと予想される形での研究成果を得ることができた。また、新しいタイプの不動点定理も証明した。

研究成果の概要（英文）：In these four years, we have obtained several results in fixed point theory. For example, we have obtained the best possible condition on some type of Browder's convergence for nonexpansive semigroups in Hilbert spaces. We have discussed the concept of generalized nonexpansive mappings in Banach spaces and successive approximation converging to a fixed point in complete metric spaces.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度	0	0	0
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：実解析、不動点理論

1. 研究開始当初の背景

以下の3点に絞って述べたいと思う。

a：研究代表者は2008年に generalized nonexpansive mapping という概念を導入した。この概念は非拡大写像の一般化であるが、どのような特徴を持った概念なのか未だ不明点多かった。

b：研究代表者は2003年に非拡大半群に関する新しい Browder 型の収束定理を証明

した。多くの研究者によって研究されたが、係数条件に関する研究はほとんど行われなかった。

c：完備距離空間において、successive approximation の不動点への収束については、1983年に Leader による素晴らしい研究成果がある。

2. 研究の目的

一番大きな目的は新しい研究分野の開拓であるが、これは容易なことではない。そのため、従来の定理を改良（より弱い仮定から同じ結論を導くこと、または、同じ仮定から強い結論を導くこと）が第1の目的となる。次に、その改良された定理を用いて、新たな応用問題に適用することが第2の目的になる。また、これらとは異なるが、限界まで改良すること（および、その改良が限界であることを証明すること）も大切な目的である。限界が分かることで、その定理の数学的な背景が分かることが多いからである。また、簡潔な別証明を与えることや、複数の定理を同時に証明できるような証明を与えることも重要である。数学的な構造を明らかにできることが多いからである。

3. 研究の方法

研究代表者の研究方法の特徴としては、コンピュータによる数値実験をかなりしていることや、他分野の研究者とも共同研究をしていることが挙げられる。しかしながら、基本的な研究方法は、他の数学者の研究方法と同じである。

4. 研究成果

a : 下記のリストにおける論文2において、generalized nonexpansive mapping という概念に関する研究成果を公表し、この概念の持つ特徴を得た。具体的には、この概念と、論文2において導入した条件 (E) が、ある種の相補的な関係にあることを得た。

b : 論文1において、非拡大半群に関する Browder 型の収束定理の係数条件について、必要十分条件の形で最終的な結論を得た。また論文8において、非拡大半群より強い uniformly asymptotically regular な非拡大半群に関する Browder 型収束定理の係数条件についても最終的な結論を得た。

c : 論文6、11において、successive approximation の不動点への収束性に関する新しい同値条件を得た。また、論文9において、これとは異なるタイプの不動点定理を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 16 件) すべて査読有

① S. Akiyama & T. Suzuki, Browder's convergence for one-parameter nonexpansive semigroups, Canadian Mathematical Bulletin, 55 (2012), 15-25

② J. Garcia Falset, E. Llorens Fuster & T. Suzuki, Fixed point theory for a class of generalized nonexpansive mappings, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 375 (2011), 185-195

③ T. Suzuki & H. K. Pathak, Almost biased mappings and almost compatible mappings are equivalent under some condition, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 368 (2010), 211-217

④ T. Suzuki, Characterizations of reflexivity and compactness via the strong Ekeland variational principle, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, 72 (2010), 2204-2209

⑤ T. Suzuki & C. Vetro, Three existence theorems for weak contractions of Matkowski type, International Journal of Mathematics and Statistics, 6 (2010), 110-120

⑥ T. Suzuki, Convergence of the sequence of successive approximations to a fixed point, Fixed Point Theory and Applications, 2010 (2010), Article ID 716971, 1-14

⑦ M. Nakanishi & T. Suzuki, An observation on Kannan mappings, Central European Journal of Mathematics 8 (2010), 170-178

⑧ G. Lopez & T. Suzuki, Browder's convergence for uniformly asymptotically regular nonexpansive semigroups in Hilbert spaces, Fixed Point Theory and Applications, 2010 (2010), Article ID 418030, 1-8

⑨ T. Suzuki, A new type of fixed point theorem in metric spaces, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications, 71 (2009), 5313-5317

⑩ T. Suzuki, M. Kikkawa & C. Vetro, The existence of best proximity points in metric spaces with the property UC, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications 71 (2009), 2918-2926

⑪ T. Suzuki, Subrahmanyam's fixed point theorem, Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications 71 (2009), 1678-1683

[学会発表] (計 19 件)

- ① T. Suzuki, Some examples on p -uniform convexity and q -uniform smoothness, The Fourth International Symposium on Banach and Function Spaces 2012 (ISBFS 2009), 2012 年 09 月 15 日, 九州工業大学 (北九州)
- ② T. Suzuki, compatible mappings について, 日本数学会秋季総合分科会, 2011 年 09 月 28 日, 信州大学 (松本)
- ③ T. Suzuki, 非拡大半群の Browder 収束と係数条件, 日本数学会秋季総合分科会, 2010 年 09 月 24 日, 名古屋大学 (名古屋)
- ④ T. Suzuki, Various generalizations of the Banach contraction principle, The second Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (NAO-Asia 2010), 2010 年 09 月 11 日, Royal Paradise Hotel & Spa (Phuket, Thailand)
- ⑤ T. Suzuki, Banach 空間の回帰性と強 Ekeland ϵ -変分不等式, 日本数学会年会, 2010 年 03 月 26 日, 慶應義塾大学 (横浜)
- ⑥ T. Suzuki, Banach の縮小原理の 2 つの拡張定理, 日本数学会秋季総合分科会, 2009 年 09 月 24 日, 大阪大学 (豊中)
- ⑦ M. Nakanishi & T. Suzuki, Observations on Kannan mappings, The Third International Symposium on Banach and Function Spaces 2009 (ISBFS 2009), 2009 年 09 月 17 日, 九州工業大学 (北九州)
- ⑧ T. Suzuki, The Ekeland variational principle characterizes some properties of underlying spaces, The Third International Symposium on Banach and Function Spaces 2009 (ISBFS 2009), 2009 年 09 月 15 日, 九州工業大学 (北九州)
- ⑨ T. Suzuki, Recent results concerning convergence theorems for nonexpansive mappings and families of nonexpansive mappings, the 9th International Conference on Fixed Point Theory and its Applications (ICFPTA2009), 2009 年 07 月 19 日, National Changhua University of Education (Changhua, Taiwan)

[図書] (計 1 件)

① M. Kato, Lech Maligranda & T. Suzuki, Banach and Function Spaces III, Yokohama Publishers, 2011, 473pp, ISBN 978-4-946552-43-4

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木 智成 (SUZUKI TOMONARI)
九州工業大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号: 00303173

(2) 研究分担者

加藤 幹雄 (KATO MIKIO)
信州大学・工学部・教授
研究者番号: 50090551

吉川 美佐子 (KIKKAWA MISAKO)
埼玉大学・理工学研究科・非常勤講師
研究者番号: 20444052