

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 11 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2013

課題番号：21540198

研究課題名(和文)キルヒホッフ方程式の散逸評価

研究課題名(英文)Dispersion for the Kirchhoff equation

研究代表者

松山 登喜夫(Matsuyama, Tokio)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：70249712

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円、(間接経費) 1,050,000円

研究成果の概要(和文)：Asymptotic integration法により線形双曲型偏微分方程式の解表示を得、分散型評価式を証明した。この結果はM. Ruzhansky氏との共同研究にもとづきC. R. Acad. Sci. Parisにおいて結果の概要を報告し、論文としてAdv. Differential Equationから出版された。他の成果として、小さな初期値をもつKirchhoff方程式の外部問題の大域解の存在、Kirchhoff方程式系の大域解の存在の証明に成功した。それぞれJ. Math. Soc. JapanとJ. Math. Pures Appl.から出版された。

研究成果の概要(英文)：In this project we obtained representation formula and dispersive estimates for linear hyperbolic equations via asymptotic integrations method, which was published from C. R. Acad. Sci. Paris and Adv. Differential Equation. There is another result; global existence of solutions for the Kirchhoff equation in exterior domains, and Kirchhoff systems with small data. These results were published from J. Math. Soc. Japan and J. Math. Pures Appl., respectively. Most of this project were done by the joint work with M. Ruzhansky.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Kirchhoff 方程式 分散型評価 外部問題

1. 研究開始当初の背景

Kirchhoff 方程式は主要部の係数が未知関数の積分で与えられた時間変数のみに依存するいわゆる非局所性をもつ準線形双曲型偏微分方程式として知られ、国内外の多くの研究者により多大なる関心が寄せられているにもかかわらずその解析は非常に難しいことで知られている。1883年にG. Kirchhoffは彼の著書“Vorlesungen über Mechanik (Teubner)”で一次元の準線形波動方程式として提唱して以来、1940年S. Bernsteinにより時間大域的な実解析解が得られるまで存在定理は得られてなかった (Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. Vol. 4 (1940), 17--26)。それ以来実解析的なクラスを Sobolev 空間に広げようと国内外の多くの研究者が様々な結果を発表したにもかかわらず、Sobolev 空間に属する大きな初期値に対する時間大域解の存在が得られていない。多項式の重みが付いたノルムのサイズが小さい初期値を有する Cauchy 問題の場合、Greenberg-Hu (Quart. Appl. Math. Vol. 38 (1980), 289-311), D'Ancona-Spagnolo (Comm. Pur Appl. Math. Vol. 47 (1994), 1005-1029 etc.)らにより解の時間大域的存在が示され、その後、山崎多恵子氏は彼らの結果を拡張したばかりではなく散乱問題まで解決した (J. Differential Equations Vol. 143 (1998), 1-59)。Kirchhoff 方程式の分散型評価は筆者により得られたが (Osaka J. Math. Vol. 45 (2008), no. 2, 491-510)、係数に対する仮定が強いように思われ、より詳細な停留位相的解析の研究が俟たれる時期となっている。ここで停留位相的解析とは方程式の解表示を、時間に依存した境界を境目に周波数を分け、各周波数領域で調和解の手法を用いて解の減衰評価などを導出する方法である。また Kirchhoff 方程式は、係数が時間に依存する線形波動方程式の線形化したものと見做せ、Kirchhoff 方程式の解析は変数係数線形波動方程式の解析にある程度帰着できる。その停留位相的解析の研究については、係数が非常になめらかであれば M. Reissig-J. Smith (Hokkaido Math. J. Vol. 34 (2005), 541-586) や筆者と M. Resissi 氏との研究がある (Asymptotic Anal. Vol. 50 (2006), 239-268)。時間に依存する係数をもつ線形波動方程式の研究は、Kirchhoff 方程式を解析するところから発した研究であるが、係数に滑らかさを課せば Kirchhoff 方程式の解析には役立たなくなるため、これまでとは異なった観点から研究されねばならず、係数は高々 C^1 級あるいはより一般に局所 Lipschitz 級までしか課すことができない。したがって、本研究では係数が C^1 級または局所 Lipschitz 級である線形波動方程式の停留位相的解析を行うことが必須となる。さらに Kirchhoff 方程式系を意識した双曲系方程式まで世界を広げること視野に入れたい。このとき偏微分方

用素の特性根の幾何学的条件を考察する必要があり、杉本充氏によって発見された Sugimoto index (Math. Z. Vol. 222 (1996), 521-531) が有用となる。

2. 研究の目的

Kirchhoff 方程式の散乱問題、特に非線型散乱を目標に置いた。そのために線形双曲型偏微分方程式の分散型評価を導出し、これらをもと Kirchhoff 方程式の分散型評価を得ることが重要な問題となる。分散型評価が求まれば散乱問題には必要不可欠な道具である Strichartz 評価が自然に導出できる。目的を達成するために線形双曲型偏微分方程式と Kirchhoff 方程式の解の表現公式を幾何光学的方法で作る。この解表示は振動積分となり、停留位相的解析の研究を行うことが必要となる。

3. 研究の方法

係数が時間にのみ依存する線形双曲型偏微分方程式の解析を行い、不動点定理を通して Kirchhoff 方程式の問題を扱うことである。不動点定理を用いる場合、初期値の小ささが必要となり、したがって筆者らの立場は、小さな初期値をもつ Kirchhoff 方程式の解の性質を解明することである。さらに、筆者と M. Ruzhansky 氏との最近の共同研究 (Topics in contemporary differential geometry, complex analysis and mathematical physics, 234--243, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007.) により分散型評価については、連立双曲系あるいは単独高階の方程式でも考えられることが予想され、本研究では2階の方程式を意識しながら単独高階の場合の分散型評価を考え、古典的な Kirchhoff 方程式の非線形散乱問題を解明する。

4. 研究成果

研究開始年度、小さな初期値を持つ Kirchhoff 方程式の外部問題に対する時間大域的存在を得ることに成功した。これらの結果は日本数学会誌と Trieste 大学の雑誌から出版されている。

時間に依存する係数を持つ線形双曲系方程式の解に対する散乱・非散乱を与える係数の減衰率の分類を行った。これらの結果は2階の単独線形方程式を含む。これらの結果は2013年度に Math. Nachr. から出版された。もう一つの顕著な成果は、Kirchhoff 方程式系の大域解の一意存在を証明したことである。古典的な Kirchhoff 方程式については過去に多くの結果が知られている。Kirchhoff 方程式系については Callegari-Manfrin による結果しかないが (J. Differential Eq. 1998)、我々は彼らが考えた初期値のクラスを拡張したばかりではなくより普遍的な結果を得ることに成功した。この結果は2013年度 J. Math. Pures Appl. から出版された。

以上の成果は Imperial College London 教授の M. Ruzhansky 氏との共同研究に基づき、2013年8月にモスクワで開催された

Isaac Congress で発表した.

本研究のテーマとは異なるが、短距離型ポテンシャルをもつ線形波動方程式の外部問題についても研究し、分散型評価と Strichartz 評価に関する成果を得ている.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

1. Tokio Matsuyama, Perturbed Besov spaces by a short-range type potential in an exterior domain, 査読有, Fourier Analysis, Pseudo-Differential Operators, Time-frequency Analysis and Partial Differential Equations, Trends in Math., M. Ruzhansky and V. Turunen eds., Springer Basel, Birkhause, 285-309, 2014
2. Tokio Matsuyama and Michael Ruzhansky, Scattering for strictly hyperbolic systems with time-dependent coefficients. Math. Nachr., 査読有, vol. 286 (2013), no. 11-12, 1191-1207
3. Tokio Matsuyama and Michael Ruzhansky, Global well-posedness of Kirchhoff systems. J. Math. Pures Appl. (9), 査読有, vol. 100 (2013), no. 2, 220-240
4. Tokio Matsuyama, Representation formula of the resolvent for wave equation with a potential outside the convex obstacle. 査読有, Evolution equations of hyperbolic and Schrödinger type, 213-225, Progress of Math, vol. 301, Birkhäuser/Springer Basel AG, Basel, 2012
5. Tokio Matsuyama, Global well-posedness for the exterior initial-boundary value problem to the Kirchhoff equation. J. Math. Soc. Japan, 査読有, vol. 62 (2010), no. 4, 1167-1204
6. Tokio Matsuyama, The Kirchhoff equation with global solutions in unbounded domains. Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste, 査読有, vol. 42 (2010), suppl., 125-141.
7. Tokio Matsuyama and Michael Ruzhansky, Asymptotic integration and dispersion for hyperbolic equations. Adv. Differential Equations, 査読有, vol. 15 (2010), no. 7-8, 721-756
8. Tokio Matsuyama and Michael Ruzhansky, Time decay for hyperbolic equations with homogeneous symbols. C. R. Math. Acad. Sci.

Paris, 査読有, vol. 347 (2009), no. 15-16, 915-919

[学会発表](計 16 件)

Tokio Matsuyama, Global existence for Kirchhoff systems Analysis seminar of Imperial College London Department of Mathematics, Imperial College London (2014年3月)

松山登喜夫, Kirchhoff 方程式の Gevrey 適切性 応用解析研究会, 早稲田大学理工学術院 (2013年12月)

Tokio Matsuyama, Well-posedness of the Kirchhoff equation with small data Joint CRM-Isaac Conference on Fourier Analysis and Approximation Theory, Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra, Barcelona (2013年11月)

Tokio Matsuyama, Global well-posedness of the Kirchhoff equation and systems 9th International ISAAC Congress, Plenary speaker, Pedagogical University of Krakow, Poland (2013年8月)

Tokio Matsuyama, Strichartz estimates for hyperbolic systems with time-dependent coefficients International Conference on Fourier Analysis and Pseudo-Differential Operators, Aalto University, Helsinki (2012年6月)

Tokio Matsuyama, Asymptotic properties for hyperbolic systems with time-dependent coefficients 8th International ISAAC Congress, Moscow People's Friendship University of Russia (2011年8月)

Tokio Matsuyama, Dispersion for 3D wave equation with a potential in an exterior domain Asymptotic Properties of Solutions to Hyperbolic Equations, Imperial College London (2011年3月)

Tokio Matsuyama, Dispersion for 3D wave equation with a potential in an exterior domain 微分方程式の総合的研究 京都大学理学研究科 2010年12月

Tokio Matsuyama, Dispersion for 3D wave equation with a potential in an exterior domain Microlocal Day #2, Imperial College London 2010年12月

Tokio Matsuyama, Dispersion for 3D wave

equation with a potential in an exterior domain 超局所解析と偏微分方程式, 東京大学数理科学研究科 2010年11月

Tokio Matsuyama, Dispersion for 3D wave equation with a potential in exterior domains International Workshop on Global Properties of Partial Differential Equations on Manifolds Department of Mathematics and Informatics of the University of Cagliari (Italy) 2010年9月

Tokio Matsuyama, Dispersion and Strichartz estimates for wave equation with a potential in exterior domains International Workshop "Fourier Analysis and Partial Differential Equations" University of Göttingen (Germany) 2010年6月

松山登喜夫, Kirchhoff 方程式の外部問題 応用解析研究会 500 回記念講演会, 早稲田大学理工学術院 2009年11月

Tokio Matsuyama, Kirchhoff equation in an exterior domain International Conference on Generalized Functions Wien University (Austria) 2009年9月

Tokio Matsuyama, Strichartz estimates for hyperbolic equations in an exterior domain 7th International ISAAC Congress Imperial College London (United Kingdom) 2009年7月

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況(計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者
松山 登喜夫 (MATSUYAMA, Tokio)
中央大学 理工学部 教授
研究者番号 : 70249712

(2) 研究分担者
()

研究者番号 :

(3) 連携研究者
()

研究者番号 :