様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成２４年６月４日現在

機関番号：34316
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2009～2011
課題番号：21540231
研究課題名（和文）　位相的・計算的方法による複雑な力学系の大域的構造解明

研究課題名（英文）　Analysis of the global structure of chaotic dynamical systems by topological and computational methods

研究代表者
岡　宏枝（國府宏枝）(OKA HIROE (KOKUBU HIROE))
龍谷大学・理工学部・教授
研究者番号：20215221

研究成果の概要（和文）：以前の研究で開拓した位相的・計算的方法（位相的方法を精度保証付きの計算的方法と組み合わせて力学系の大域的構造と分岐を調べる厳密な計算機支援解析の方法）に関して以下のような問題に取り組んだ.
１.非線形ダイナミクスの大域的構造や分岐を調べる位相的･計算的方法のアルゴリズムの改良と Leslie モデルへの応用
２.大域的分岐現象として典型的であるバウンダリ・クライシスとインテリア・クライシスに関するこの方法で得られる数学的結論と考察
３.式で与えられずデータが与えられたときのこの方法の適用

研究成果の概要（英文）：Using the topological/computational methods which is developed before by the people including me the following study is treated.
１.the improvement of the algorithm of this method for the global structure
２.mathematical results and consideration obtained by this method concerning the boundary crisis and interior crisis
３.the application to the data analysis of this method

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2009 年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2010 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総　計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：力学系
科研費の分科・細目：数学・大域解析学
キーワード：力学系，分岐，カオス，計算的方法，Conley 指数

1. 研究開始当初の背景

代表者は日米共同研究（日本学術振興会日米科学協力事業共同研究（平成 13-15 年度）研究代表者（日本側）国府寛司，（米国側）K. Mischaikow）に協力者として参加以来，非線型力学系に対して Conley 指数理論に基づく位相的アプローチにより，その大域的構造を理解する新しい方法を発展させ，2005～2008 の基盤研究(C)「Conley 指数理論に基づく力学系の位相的・計算的方法とそのカオスへの応用」で位相的・計算的な手法で力学系の構造を調べる cmgrapg の完成に寄与し，それを使い力学系の不変集合の構造や分岐について調べその可能性を研究してきた.

本研究計画はこのようなこれまでの研究成果の上に立ち，それをさらに発展させるものとして構想されたものである。

２．本研究の目的

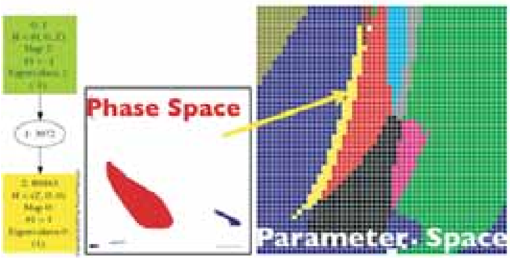
代表者のこれまでの科研費研究「Conley指数理論に基づく力学系の位相的・計算的方法とそのカオスへの応用」の過程で生じた種々の数学的な問題の理論的整備，および，これまでの成果のより広い対象への拡張を目指すものであった．具体的には，次の3つの観点から研究を行った．(1)力学系のデータベース化：(2)計算的・位相的方法のネットワークへの応用：(3)カオスを含む力学系の大域的振る舞い，これらは，いずれも力学系に現れる複雑な現象を理解し，上記の方法の有効性を探る意味で互いに密接な関係がある。

３．研究の方法

本研究計画は，研究目的で述べた3つの課題に大別して，相互の関連を見ながら行った．
(1)高性能なPCによる計算の準備：これまでのデータベースの計算は，Rutgers大学のクラスタ(conley)を使い，研究協力者のPilarczyk氏らのコードによって進行していた．これの簡易版のコードを準備し，クラスタほど大掛かりではなく手軽に扱える高性能なPCを購入し，いろいろなタイプの力学系についていくつかの例で準備的計算を行う．
(2)数学的理論の定式化：Leslie model のデータベースを完成させ，Leslie model において必要となる分岐理論的枠組みを簡単な場合(サドルノード分岐，バウンダリ・クライシス等)に整備すると共に，更に複雑な分岐(phase locking 等)についても考察する．方法自体は，位相幾何と一般位相的な知識を，データベースに如何に使えるかを考慮する．
(3)高次元力学系における構造の理解とテスト・シミュレーション：対称性を考慮した結合振動子系のネットワーク，coupled map lattice，蔵本モデルなどの結合振動子系について，相空間の全構造計算とそのパラメータ依存性の研究を行う．
(4)2次関数族のカオス的振る舞い：Henon写像や2次元，3次元のglobally coupled map(GCM)について考察する．

４．研究成果

(1)力学系のデータベース化：Rutgers大学のクラスタ(conley)上で動くnew cmgraphであるdatabase-explorerは，研究協力者のP. Pilarczyk， K. Mischaikowを含むさらに拡大したメンバー（代表者はメンバーの一人）により，より高速化された．具体的な力学系への適用はこれからであるが，より高次元や複雑な系の扱いが可能となることが期待される．
(2)new cmgraphの数学的理論的な裏付けである計算的位相的方法の解説を論文④，⑤で行った．ここでは，生物モデルとしても興味深いLeslie modelを例として取り上げ，マルチ・アトラクタの存在等，全構造計算の有用性が示された．



(3)数学的理論の定式化：Leslie modelにおいて必要となる分岐理論的枠組みで最も典型的な場合（サドル・ノード分岐）は論文①にまとめた．この論文で，cmgraphでの出力がどのようなものか，パラメータと相空間のブロックサイズの関係，サイズを０に持っていくときの収束性について議論した．
(4)位相的・計算的方法で，大域的な分岐現象として最も典型的なインテリア・クライシスの扱いに関する数学的に得られる結果を論文にまとめ投稿中である．更により一般的にバウンダリ・クライシスを含む分岐の扱いについて論文執筆中である．
(5)計算的・位相的方法のネットワークへの応用：連想記憶モデル・遺伝子発現のモデル・GCM等いくつかの具体的な系について調べ，データベース的な計算が可能かどうか最近進展したいくつかの研究を検討して，いくつかのシミュレーションを行った．これに関しては論文にまとめるまでに至っていないが，内部構造や，測度論的な概念とこの方法に取り入れることに関する必要性といくつかのアイデアを得ている．
(6)また，(5)でのシミュレーションから，これらのデータ解析的なアプローチ，すなわち，実験のデータから多価写像を構成し，cmgraphを用いてMorse分解やConley Morse指数の計算を始めた．これについていくつかの結果を得ている．この方法は最近進展しているpersistent topologyの関連で興味深いと思われる．
(7)カオスを含む力学系の大域的振る舞い：2GCMあるいは3GCMにおいて，その内部構造を調べる計算を試みた．また，連携研究者である荒井は，彼自身のアルゴリズムで，複素へ

ノン写像の双曲的なパラメータ領域と不変集合の記号力学系としての性質について研究し pruning front conjecture に関する良い結果を得ている．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計５件）
①Z.Arai,M.Gameiro,T.Gedeon, H.Kokubu,K.Mischaikow, H. Oka, Graph-based topological approximation of saddle-node bifurcation in maps, RIMS Bessatsu, to appear in 2012, 査読有

②Z.Arai, H.Kokubu, I.Obayashi, Capturing the global behavior of dynamical systems with Conley-Morse graphs, Advances in Cognitive Neurodynamics (III), Proceedings of The Third International Conference on Cognitive Neurodynamics, to appear, 査読有

③Zin Arai, Kazunori Hayashi and Yasuaki Hiraoka, Mayer-Vietoris sequences and coverage problems in sensor networks, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 28,2011,pp. 237-250, 査読有

④Zin Arai , William Kalies, Hiroshi Kokubu , Konstantin Mischaikow, H. Oka, A database schema for the analysis of global dynamics of multi-parameter systems, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 8,757-789(2009), 査読有.

⑤Zin Arai , Hiroshi Kokubu , and Pawel Pilarczyk, ”Recent development in rigorous computational methods in dynamical systems”, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 26, 393-417, (2009),査読有.

〔学会発表〕（計 11 件）
①Hiroe Oka, Topological crisis bifurcation, IV Developers Workshop on the Conley-Morse Database Project, Kauai Beach Resort, Kauai, Hawaii, U.S.A.March 18-22, 2012,招待講演

②Hiroshi Kokubu,Time series analysis using topological computation method: a preliminary report, ICMC Summer Meeting on Differential Equations,Sao Carlos, Brazil,February 6-8,2012,招待講演

③Hiroshi Kokubu,
Topological-computational methods for analyzing global dynamics and bifurcations IUTAM Symposium on 50 years of chaos, Kyoto University, Japan, November 28 - December 2, 2011,招待講演

④Hiroe Oka, Topological computational approach to the crisis bifurcations (poster), RIMS Conference on "Frontiers of Topology and Dynamical Systems"
京都大学大学院理学研究科数学教室110講義室, 2011年11月21日～25日

⑤ 岡宏枝
力学系の位相計算的方法を用いた分岐問題, 合原最先端数理モデルプロジェクト勉強会, 2011 年 9 月 10 日, 東京大学生産技術研究所 Cw601

⑥Hiroshi Kokubu
Graph-based topological computation method for global analysis of dynamics and its application to time series analysis
Workshop on Applied Topology
JR博多駅ビル10F　博多シティ会議室
2011年8月30日～9月2日,招待講演

⑦Hiroe Oka, A topological-computational approach to the boundary crisis bifurcations, ICIAM2011, July 18-22, 2011, Vancouver, BC,Canada

⑧Hiroshi Kokubu, Graph based topological computation for global analysis of dynamical systems,Conference on Computational Methods in Dynamics,ICTP, Trieste, Italy,July 4-8, 2011,招待講演

⑨ 岡宏枝,力学系の位相的・計算的方法ー boundary crisis in the database schema, 香川セミナー,2010年11月20日,香川大学　教育学部,3号館,招待講演

⑩Hiroe Oka, ”Dynamics of Globally Coupled Maps”, Workshop ”Computa-tional Homology and Dynamics” University of Canterbury, Christchurch, New Zeeland August 13-15(2010). 国際研究集会,招待講演

⑪Hiroshi Kokubu, database for global dynamic of multi-parameter systems, Japan-Taiwan Joint Workshop on “NumericalAnalysis and Scientific Computatuins”,National Taiwan Univ. Nov.7-8,2009,招待講演

〔その他〕
ホームページ等
http://www.math.ryukoku.ac.jp/~oka/

６．研究組織
(1)研究代表者
岡　宏枝（國府宏枝）（OKA HIROE（KOKUBU HIROE)）
龍谷大学・理工学部・教授
研究者番号：20215221

(2)研究分担者
（　　）

研究者番号：

(3)連携研究者
國府　寛司（KOKUBU HIROSHI）
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：50202057

荒井　迅（ARAI ZIN）
北海道大学・大学院理学研究院・准教授
研究者番号：80362432