

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 14 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2012

課題番号：21540264

研究課題名（和文） 弦の場の理論の基本的諸問題に対する包括的研究

研究課題名（英文） Comprehensive study on fundamental problems in string field theories

研究代表者

畑 浩之 (HATA HIROYUKI)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：70164837

研究成果の概要（和文）：開弦の場の理論である Cubic String Field Theory (CSFT) の 3 次元 Chern-Simons 理論との数学構造の類似性に着目し、形式的にゼロの有限ゲージ変換として与えられる古典解に関連した CSFT の位相的構造の解析を行った。特に、解の構成の基礎である KBc 代数において、 $K=0$ および $K=\infty$ の固有値を起因とする特異性が解の巻きつき数を与えることを明らかにし、これらの特異性を扱うための正則化法を与えた。また、 K と $1/K$ を入れ替える双対変換に対する美しい構造を発見し、これを用いた任意の整数の巻きつき数を持った古典解の構成法を提唱した。

研究成果の概要（英文）：Focusing on similarities between the mathematical structure of Cubic String Field Theory (CSFT) and that of the Chern-Simons theory in three dimensions, we studied the topological structure of CSFT in relation to its classical solutions which are given formally as finite gauge transforms of zero. We found, in particular, that the singularities from the $K=0$ as well as from the $K=\infty$ eigenvalues of the quantity K in the KBc-algebra (which is a basic tool for constructing solutions) are the origins of the winding number of the solutions. We also presented a regularization method for properly treating these singularities. In addition, we found a novel duality structure under a transformation which exchanges K and $1/K$. By using this duality, we proposed a way of constructing solutions carrying arbitrary integer winding numbers.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：素粒子論

科研費の分科・細目：素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：弦理論、弦の場の理論、タキオン凝縮、古典解、Chern-Simons 理論、winding number

1. 研究開始当初の背景

超弦理論は重力を含む全ての相互作用を統一する微視的究極理論の最有力候補であるが、この弦理論の非摂動論的定式化の一つ

として『弦の場の理論』がある。これは、弦の配位 $X^\mu(\sigma)$ の汎関数であるところの弦場 $\Phi[X^\mu(\sigma)]$ を力学変数として持ち、弦場の作用 $S[\Phi]$ を与える事で弦理論を記述する

定式化であり、弦理論の off-shell の解析、特にタキオン凝縮と呼ばれる非摂動論的物理の解析において大きな力を発揮してきた。しかし、弦の場の理論がこれからの弦理論の物理を切り開く突破口を与える基盤たるためには、解決されるべき多くの本質的問題・課題を残していた。

2. 研究の目的

本研究は、弦の場の理論が弦理論の物理を切り開く非摂動論的定式化たるために解決すべき様々な基本的問題を包括的に研究することを目的とした。具体的問題の例として、(1) 時間についての非局所性の問題、(2) 簡潔かつ無矛盾な閉弦の場の理論の構築、(3) 背景時空に依らない弦の場の理論の構築、(4) 弦の場の理論における物理量の一般的構成、の4課題を考えた。それぞれを簡単に説明すると以下の通りである：(1)は弦の場の理論の作用は時間座標として弦の重心時間 $x^0 = \int d\sigma X^0(\sigma)$ を採用すると、その運動項が簡潔になるが、相互作用項は重心時間について非局所的であり、通常の正準量子化の枠組みでは取り扱えない問題、(2)は端を持たない閉じた弦(=閉弦；重力の自由度を包含する)の場の理論として具体的な解析に役立つ簡潔な定式化が未だ存在しない問題、(3)は、既存の弦の場の理論は平坦な背景時空上に構成されたものであるが、Einsteinの一般相対性理論と同様に、特定の背景時空に依らない弦の場の理論の定式化を与える問題、(4)は、一種のゲージ理論である弦の場の理論にはゲージ不変量である物理量がほとんど知られておらず、これが弦の場の理論を活用した弦理論の解析に限界を与えている問題、である。これらの問題は本研究代表者を含む多くの弦の場の理論の研究者が過去において取り組んできたものであるが、「タキオン凝縮の物理」をめぐる最近のめざましい弦の場の理論の進展を踏まえ、新鮮な視野と新たな技術をもって改めて問題に取り組むことによる解決を目指した。

3. 研究の方法

上で述べた4課題に対してそれぞれ研究の方法・計画は以下の通りであった。まず、(4)の「弦の場の理論における物理量の一般的構成」に対しては、開弦の場の理論においてエネルギー・運動量テンソルをゲージ不変に構成することから始める。具体系には、背景時空計量 $g_{\mu\nu}(x)$ の上の開弦の場の理論の作用 $S[\Phi; g_{\mu\nu}]$ をある条件を満足するように構成し、この作用を背景計量について汎関数微分することでゲージ不変なエネルギー・運動量テンソルを得る。

次に、(3)の「背景時空に依らない弦の場の理論の構築」については、運動項が無い、

相互作用項のみから成る弦の場の理論の作用を考える従来からのアイデアを精査するとともに、ゴースト座標のみから作られた運動項を持つ Vacuum String Field Theory を基本とする方法も追求する。

最後に、(1)と(2)の課題、すなわち、「時間についての非局所性の問題」と「簡潔かつ無矛盾な閉弦の場の理論の構築」は、弦の場の理論におけるより根元的かつ難しい問題であり、互いに密接に関連している。解決への手掛かりと考えられる事項を挙げると、以下の通りである。

- 時間座標として弦の重心時間を採用すると相互作用が時間について非局所的になり、正統的な量子化の枠外となる。この場合の非局所性を、タキオン凝縮が発生する過程を表す Rolling tachyon 解に対して具体的に調べ、弦の場の理論固有の非局所性に対する新しい知見を得る。
- 時間についての非局所性の問題は、経路積分量子化における積分測度まで含めたゲージ不変性と密接に関連しているが、この関連性を深く追及することも重要と思われる。
- 既存の閉弦の場の理論は非常に複雑であり、実用に耐えないが、これは「閉弦の場」が力学変数としてうまいものでないことを示唆している。開弦理論が必然的に閉弦の自由度を含むことから、「開弦の場」を基本的自由度とする「閉弦の場の理論」の定式化、あるいは、全く新しい発想が求められる。
- この“新しい発想”に関連して、研究代表者が以前に提唱した、弦の場の理論の作用 S を力学変数とし、“作用の作用” $I(S)$ で記述される理論の再考も必要かもしれない。

4. 研究成果

本研究は、弦理論の非摂動論的定式化の一つである「弦の場の理論」に関わる本質的/原理的な諸問題・課題を包括的に研究し、弦の場の理論がこれからの弦理論の新しい物理を切り開く突破口を与えることを目指すものであった。その成果として、開弦の場の理論における古典解の構成に関連した研究(以下の(1)と(2))、および、この古典解の量子化において重要と考えられる、ソリトンの新しい集団座標量子化に関する研究(以下の(3))について述べる。

(1) Wittenにより提唱された開弦の場の理論である Cubic String Field Theory(=CSFT)の位相的構造の解明に向けた研究を行い、更なる発展につながる重要な成果を得た。すなわち、i) CSFTは3次元の場の理論である Chern-Simons 理論(=CS理論)と代数的にほ

ぼ同一の構造をしていることと、ii) CS 理論において形式的にゼロの有限ゲージ変換として与えられる古典解に対してその作用が 3次元空間からゲージ群への「巻きつき数 (winding number)」という位相的量で与えられることに注目し、CSFT においても古典解の作用が (ある量を単位として) 整数に値を取る「巻きつき数」という解釈が可能な位相的量として与えられるかの研究を行った。CSFT においては、D25 ブレインが消滅した状態 (タキオン真空) を表す古典厳密解が 2005 年頃に M. Schnabl により与えられたが、この解は形式的にはゼロの有限ゲージ変換 $U_{Q_B}(1/U)$ の形 (pure-gauge) をしている。そこで、私と共同研究者 (小路田俊子=大学院生) は、1) 古典厳密解の作用を、形式的にはゼロと見なせるような、位相的量として表現し、2) 次に、その具体的な値を、Y. Okawa 等により発展された KBC 代数の手法を用いて評価することに成功した。その結果、a) タキオン真空解 $U_{Q_B}(1/U)$ および 2枚の D25 ブレインを表す解 $(1/U)_{Q_B} U$ に対しては、巻きつき数 N が、それぞれ、 $N=-1, +1$ という整数になるが、 $(1/U)^n Q_B U^n$ という $(n+1)$ 枚の D25 ブレインを表す解に対しては N が一般に非整数となること、b) これは巻きつき数の加法性 $N[UV]=N[U]+N[V]$ が一般に破れていることを意味するが、破れ項を位相的量として与えて評価し、更に、c) 巻きつき数が非整数となる古典解が、実は、強い意味の運動方程式を満たさないこと、すなわち、運動方程式と解自身との内積がゼロでないこと、を発見した。特に、c) の性質は、古典解がある意味で pure-gauge ではないことを意味しており、a) の発見が CSFT における巻きつき数の存在を否定するものでない。しかし、整数の巻きつき数を持ち、かつ、強い意味の運動方程式を満たす古典厳密解の構成が、CSFT の位相的構造の解明のためにまず必要であると考えられる。この研究の成果は、大学院生の小路田俊子氏との共著論文として発表し、専門雑誌に掲載された (「5. 主な発表論文等」の [雑誌論文] ②)。

(2) 前項の(1)の研究に引き続き、CSFT の位相的構造の解明に向けた研究を行い、重要な成果を得た。具体的には、古典解が表現される KBC 代数に内在する非常に美しい数学的構造を発見し、それを利用して新たな古典解の構成を行った。すなわち、従来の古典解は $K=0$ における解の特異性から巻きつき数が発生していたのであるが、我々は、 $K=\infty$ における特異性を巻きつき数の起源とする解を構成した。この構成において重要な点は、KBC 代数やその積分が K を $1/K$ に置き換える一種の双対変換の下で不変であるという発見である。(1)の研究では巻きつき数 N が $N=-1, 0, +1$

の場合のみ強い意味の運動方程式を満たす解が構成されていたものを、 $K=\infty$ における特異性を用いることによって、解の構成を $N=\pm 2$ の場合に拡張することができた。さらに、双対変換を利用することにより、任意の整数の巻きつき数に対応した解を構成する新しい手法を提案した。この研究の成果は、大学院生の小路田俊子氏との共著論文として発表し、専門雑誌に掲載された (「5. 主な発表論文等」の [雑誌論文] ①)。

(3) 「弦の場の理論におけるタキオン凝縮解」と関連した重要なテーマである「場の理論におけるソリトン解の集団座標の相対論的量子化」についても顕著な進展が得られた。すなわち、多くの場の理論にはソリトンと呼ばれる、有限な空間的広がりを持つ有限なエネルギーをもった古典解が存在し、これらは並進や回転といった「集団座標」をもっており、それを量子化することによってソリトンの運動が記述される。弦理論における重要な概念である D-brane も、弦の場の理論におけるソリトン解に対応している。この集団座標量子化、特に自転運動の集団座標量子化は、従来運動が十分ゆっくりである場合のみ有効であるか、あるいは、ad hoc な議論に基づいたものしか存在しなかった。本研究代表者は、当時大学院生の菊池徹氏との共同研究により、運動が相対論的な場合にも有効な、ソリトンの集団座標量子化の一般論を展開した。具体的には、「集団座標の運動方程式が元の場の理論の運動方程式が成り立つことを保証すべし」という原理に基づいて集団座標のラグランジアンを構成する手法を提案し、さらにこれを Skymion と呼ばれる、バリオンを表すソリトンに応用して様々な物理量に対する相対論的補正を与えた。また、核子の自転運動による球形からの変形も解析することができた。この研究の成果は、菊池徹氏との共著論文として発表し、専門雑誌に掲載された (「5. 主な発表論文等」の [雑誌論文] ③および④)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Hiroyuki Hata, Toshiko Kojita, Singularities in K -space and Multi-brane Solutions in Cubic String Field Theory, JHEP 1302, 065 (2013), 査読有
DOI: 10.1007/JHEP02(2013)065
- ② Hiroyuki Hata, Toshiko Kojita, Winding Number in String Field Theory, JHEP 1201, 088 (2012), 査読有

DOI: 10.1007/JHEP01(2012)088

- ③ Hiroyuki Hata, Toru Kikuchi, Relativistic Collective Coordinate System of Solitons and Spinning Skyrmion, Prog. Theor. Phys. 125, 59 (2011), 査読有

DOI: 10.1143/PTP.125.59

- ④ Hiroyuki Hata, Toru Kikuchi, Relativistic Collective Coordinate Quantization of Solitons: Spinning Skyrmion, Phys. Rev. D82, 025017 (2010), 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevD.82.025017

[学会発表] (計5件)

- ① 小路田俊子、弦の場の理論における多重ブレーン解とガウスの定理、日本物理学会 2012 年秋季大会、2012 年 9 月 12 日、京都産業大学
- ② 小路田俊子、開弦の場の理論における Winding 数、日本物理学会第 67 回年次大会、2012 年 3 月 25 日、関西学院大学
- ③ 小路田俊子、弦の場の理論の幾何学的構造と解析解、日本物理学会 2011 年秋季大会、2011 年 9 月 17 日、弘前大学
- ④ 菊池徹、ソリトンの相対論的集団座標量子化: Skyrmion を例として、日本物理学会第 65 回年次大会、2010 年 3 月 23 日、岡山大学
- ⑤ 菊池徹、ソリトンの集団座標量子化: Skyrme 模型と酒井杉本模型、日本物理学会 2009 年秋季大会、2009 年 9 月 11 日、甲南大学岡本キャンパス

6. 研究組織

(1) 研究代表者

畑 浩之 (HATA HIROYUKI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 70164837

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし