

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月27日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2012

課題番号：21540280

研究課題名（和文） 有限温度変分法による核物質状態方程式の構築と超新星爆発計算への適用

研究課題名（英文） Construction of the nuclear equation of state with the variational method at finite temperatures and its applications to supernova simulations

研究代表者

鷹野 正利（TAKANO MASATOSHI）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：00257198

研究成果の概要（和文）：重力崩壊型超新星爆発現象の数値シミュレーションに適用可能な、現実的核力から出発した一様核物質の状態方程式を、変分法により作成した。そしてこの状態方程式を用いて熱い原始中性子星の構造計算を行い、さらに、超新星爆発シミュレーションのテスト計算を行った。またこの一様核物質の状態方程式を用いて、非一様核物質の状態方程式の計算に取り組み、 $\alpha$ 粒子の混合も考慮して、典型的な温度おける、幅広い密度と陽子混在度に対し、核物質の相図を作成した。

研究成果の概要（英文）：Starting from the realistic nuclear forces, we constructed the equation of state of uniform nuclear matter that is applicable to core-collapse supernova numerical simulations, using the variational method. With use of the equation of state, we calculated structures of hot proto-neutron stars, and performed supernova simulations. Furthermore, we calculated the equation of state of non-uniform nuclear matter, and then, at typical temperatures, we obtained the phase diagrams of nuclear matter including  $\alpha$  particles, covering a wide range of the density and proton fraction.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：数物系化学

科研費の分科・細目：素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：核物質状態方程式、変分法、中性子星、超新星爆発

## 1. 研究開始当初の背景

重力崩壊型超新星（SN）爆発の機構解明のために、その数値シミュレーションが不可欠

であるが、そこには様々な物理量のインプットが必要となり、特に核物質状態方程式（EOS）は重要な鍵の一つである。しかしSNシ

シミュレーションに適用可能な核物質 EOS は限られており、一つは Lattimer と Swesty による非圧縮性液適模型による EOS で、もう一つは Shen らによる EOS である。後者では一様相の EOS を相対論的平均場近似で作成し、非一様相の EOS は Thomas-Fermi (TF) 近似で作成している。すなわちこれらの SN-EOS は一様相に対して現象論的模型が利用されており、現実的な核力に直結した多体計算に基づく EOS が直接 SN シミュレーションに適用された例は無い。

このような状況を踏まえ、我々はこれまでに、現実的核力 (2 体核力 AV18 と 3 体核力 UIX) から出発したクラスター変分法を用いて、SN シミュレーションに適用可能な EOS を作成する研究を進めてきた。そして、非一様相の EOS は TF 計算により作成することとし、その方法論を確立した。

## 2. 研究の目的

上記の研究で確立した変分法を用いて、SN シミュレーションに適用可能な核物質 EOS を作成する。またそれを用いて次元 SN シミュレーションのテスト計算を行い、得られた EOS の特徴を明らかにする。

## 3. 研究の方法

以下の研究を、研究代表者・連携研究者と協力して、早稲田大学学生富樫甫、東京理科大学学生山室早智子、同大助教中里健一郎が遂行した。

### (1) 変分法による一様核物質 EOS の作成

これまでの研究で、一様な対称核物質と中性子物質について確立した変分計算方法を、非対称核物質へと拡張する。

具体的には、2 体核力として AV18 ポテンシャルのアイソスカラー成分、3 体核力として UIX ポテンシャルから成る核物質ハミルトニアンから出発し、絶対零度核物質に対して、クラスター変分法で一核子当たりのエネルギー  $E/N$  を求める。すなわち、Jastrow 波動関数を用いて、2 体力までを考慮したハミルトニアン の期待値を 2 体クラスター近似で表す。この際、Jastrow 波動関数を構成する 2 体相関関数は、スピン・アイソスピンに依存する中心力型、テンソル力型、スピン軌道力型を考える。これらを非対称核物質へと拡張するために、2 体相関関数が媒質効果によって 2 核子のアイソスピン第 3 成分にも依存すると仮定する。また、この相関関数が演算する Fermi 気体の波動関数においても、陽子混在度  $x$  に応じて陽子と中性子の Fermi 面を変化させる。そして、従来の研究で確立した、拡張した Mayer 条件と healing-distance 条件を課して、2 体エネルギーを最小化する。

さらに、非対称核物質に対する 3 体エネルギーを評価する。ここでも、エネルギーの  $x$

依存性は、その期待値を計算する際に用いる Fermi 気体の波動関数の Fermi 波数に含め、粒子間相関の影響は、これまでの研究にて、対称核物質および中性子物質のエネルギーが、その経験値を再現する妥当な振る舞いを示すように微調整したパラメータ値を、そのまま踏襲する。さらに対称核物質にのみ導入したエネルギー補正項は、 $x$  の 2 次関数として  $x$  と共に減少し、中性子物質に対しては消滅するように拡張する。

有限温度核物質に対しては、Schmidt-Pandharipande(SP)の方法を拡張する。すなわち、一核子当たりの自由エネルギー  $F/N$  を SP の方法で求める際に重要となる核子の平均占有確率を、陽子と中性子それぞれに対して独立に導入し、それらを陽子、中性子の有効質量  $m_p^*$ ,  $m_n^*$  でパラメータ化する。SP の方法による一核子当たりの近似的内部エネルギー  $E_{T0}/N$  と近似的エントロピー  $S_0/N$  は、この陽子・中性子それぞれの平均占有確率で表現し、 $E_{T0}/N$  の 2 体エネルギー寄与を 2 体クラスター近似で表現する際の 2 核子間相関関数は、絶対零度の場合の関数をそのまま用いる (Frozen correlation approximation: FCA)。そして、 $F/N$  を  $m_p^*$  と  $m_n^*$  で最小化する。(担当：富樫)

### (2) 有限温度非一様核物質に対する Thomas-Fermi (TF) 計算

(1) で求めた  $F/N$  を用いて、先行研究の方法 (Shen-EOS の方法) を踏襲し、非一様核物質の自由エネルギーの TF 計算を行う。すなわち Wigner-Seitz (WS) 近似を用いて、WS 格子内の核子の空間分布関数をパラメータ化し、格子の平均自由エネルギー密度を、それらのパラメータについて最小化する。密度や温度等に応じて、陽子や中性子が原子核から drip する現象も記述する。結局、多次元のパラメータに関する最適化問題を、準ニュートン法で解く。

以上の計算に加え、Shen-EOS の方法を踏襲し、有限体積を持つ Boltzmann 気体としての (粒子の混合も考慮する。そして、一様相だけでなく非一様相も含む核物質の相図を作成し、Shen-EOS の場合と比較する事で、本研究での EOS の特徴を明らかにする。(担当：山室、中里。なお一様相は富樫担当)

### (3) 変分法による核物質 EOS の高エネルギー天体現象への適用

クラスター変分法で求めた核物質 EOS を用いて、冷えた中性子星 (CNS) および熱い原始中性子星 (PNS) の構造を解き、EOS の特徴を明らかにする。ここで PNS を扱う場合は、その内部物質を、レプトン数を一定値に固定した断熱物質と仮定する。さらに等温物質と仮定した場合との違いも明らかにする。

次にこの EOS を、1 次元 SN 流体シミュレーションに適用するテスト計算を行う。そして本研究で作成した EOS によって、シミュレーション計算が正常に行われることを確認すると同時に、Shen-EOS を用いた場合のシミュレーション結果と比較して、本研究による EOS の特徴を明らかにする。(担当: 富樫、中里)

#### 4. 研究成果

##### (1) 変分法による一様核物質 EOS の作成

前述のクラスター変分法により、非常に幅広い密度  $\rho$ 、温度  $T$ 、陽子混在度  $x$  に対して、一核子当たりの自由エネルギー  $F/N$  の計算を完了した (図 1)。得られた  $F/N$  の値は、本研究と同じ核物質ハミルトニアンと Jastrow 波動関数を用いて、ただし高次クラスター項まで考慮した Fermi Hypernetted Chain (FHNC) 法で計算された  $F/N$  の値に近く、本研究で作成した EOS が信頼性の高いものであることを確認した。

また FHNC 法では対称核物質 ( $x=0.5$ ) と中性子物質 ( $x=0$ ) の場合しか計算出来ないが、本研究では前述の方法により、任意の  $x$  に対して  $F/N$  を計算した。その結果、絶対零度の場合に対称核物質から中性子物質へと  $x$  を変化させたとき、一核子当たりのエネルギー  $E/N$  は  $x$  の 2 次関数的に増加する、という近似が良く成り立つ事が判明した。その一方で有限温度の場合、非対称核物質の  $F/N$  は  $x$  の 2 次関数的変化から有意なずれを示すこと、またその効果はエントロピー  $S/N$  の  $x$  依存性に起因することを明らかにした。従って、特に有限温度非対称核物質を取り扱うためには、対称核物質と中性子物質の  $F/N$  を  $x$  の 2 次関数として内挿するような近似は不適切であり、本研究のように、任意の  $x$  に対する非対称核物質の  $F/N$  の直接計算が不可欠であることが確認された。

次に、得られた  $F/N$  から、その熱力学変数による数値微分により、一核子当たりの内部エネルギー  $E/N$ 、エントロピー  $S/N$ 、圧力、陽子・中性子それぞれの化学ポテンシャルを求

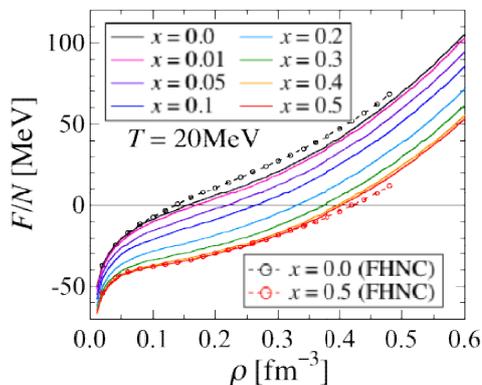


図 1 : 一核子当たりの自由エネルギー

めた。これらは妥当な振る舞いを示し、特に SP の方法で  $F/N$  を求める際に必要となる、近似的内部エネルギー  $E_{T0}/N$  と近似的エントロピー  $S_0/N$  が、それぞれ  $E_T/N$ 、 $S/N$  と良く一致することを、非対称核物質に対して確認し、本計算結果が自己無矛盾であることを明らかにした。

さらに、本研究で用いている FCA が妥当な近似であることを確認するために、より厳密な変分計算も行った。すなわち、SP の方法にて用いる Jastrow 波動関数における 2 体相関関数を、絶対零度の場合の関数で代用するのではなく、それぞれの  $\rho, T, x$  に対して  $F/N$  を最小化するように、 $m_p^*, m_n^*$  と同時に 2 体相関関数を再決定する。この際、FCA では有限温度核物質に対して保証されていなかった、粒子数保存の条件である拡張された Mayer 条件を満たすように、解を構成する。その結果、2 体相関関数まで変分した Full Minimization による  $F/N$  は、幅広い  $\rho, T, x$  の範囲で、FCA による  $F/N$  と良く一致する事が確認された。これは、変分の自由度を増した効果と、拡張された Mayer 条件を保証した効果が相殺した結果と考えられる。

##### (2) 有限温度非一様核物質に対する Thomas-Fermi (TF) 計算

クラスター変分法により作成した一様核物質の  $F/N$  を用いて、Shen-EOS の方法を踏襲した TF 計算により、非一様核物質の自由エネルギーを求めた。この計算を遂行するためには、それぞれの温度  $T$  おいて、WS 格子内の陽子・中性子の密度変化に対応して、特に低密度状態の一様非対称核物質に対する  $F/N$  が必要となる。

そこでまず絶対零度において、低密度一様核物質の変分計算を詳細に行ったところ、 $x$  がゼロではない場合の一核子当たりのエネルギー  $E/N$  が、 $\rho=0$  の極限で 0 に漸近せず、若干低い値に漸近する事が判明した。これは現実的核力に基づき一様核物質に対する多体計算を行っていることによる効果であり、特に対称核物質の場合に  $E/N$  が約  $-1.1\text{MeV}$  に漸近すること、また triplet even 状態の中心力的相関関数およびテンソル力的相関関数が極端に大きな振幅を持つ事から、重陽子形成が起きているためであると考えられる。

本来、飽和密度より低密度で、陽子混在度  $x$  が比較的大きい非対称核物質は不安定であり、一様分布せずにクラスターを形成すると考えられるため、一様分布を仮定した場合の  $E/N$  を定める事は困難である。また本研究では、クラスター変分法にて取り扱うのは一様核物質のみであり、非一様核物質は一括して WS 近似に基づく TF 計算で記述する方針を採用している。

そこで本研究では、前回の研究で構築した

2体相関関数に対する healing distance 条件を若干修正し、healing distance は無条件に核子間平均距離に比例するのではなく、ある程度低密度になるにつれて、healing distance は核子間平均距離に依存せずむしろ一定値に漸近するような条件を導入した。この結果、低密度領域における一様核物質の  $E/N$  が従来の研究の値から若干変化したため、この修正後の  $E/N$  を用いて再度孤立した原子核の TF 計算を行った。そして、今回の修正による原子核質量実験値の大局的性質の再現性の変化は殆ど無いことを確認した。

次に、有限温度非一様核物質に対する TF 計算において、非常に細かい  $\rho$  と  $x$  のポイントでの  $F/N$  の計算値が必要となる問題に取り組んだ。特に (1) で判明したように、有限温度における  $F/N$  の  $x$  依存性は、単純な  $x$  の 2 次関数的振る舞いからずれるため、比較的細かい  $x$  に対する  $F/N$  の値が必要となる。しかし Shen-EOS の場合と異なり、本研究では  $F/N$  を多体変分計算で求めるため、大量な  $\rho$  と  $x$  のポイントでのデータの整備は非常に困難である。そこで、非一様相の代表的な平均質量密度  $\rho_B$ 、平均陽子混在度  $Y_p$  に対して、WS 格子の自由エネルギー密度を最小化する TF 計算と、クラスター変分法による  $F/N$  のデータポイント数を増やす計算を並行して行い、精度よい TF 計算結果を得るために必要な一様核物質の  $F/N$  のデータを整備した。

TF 計算では、ある温度  $T$  において  $\rho_B$  と  $Y_p$  を一定とする条件の下で、WS 格子中の原子核内部および外部の核子数密度、原子核半径に対応する核子分布の広がり、核子分布における表面の厚みに関するパラメータ (陽子と中性子それぞれ) に加え、格子定数を変分パラメータとし、WS 格子の自由エネルギー密度を最小化する、という困難な数値計算を実行しなければならない。さらに、計算に用いる一様核物質  $F/N$  は離散的なデータしか無いことも、実質的な数値計算においては困難の要因となる。本研究では準ニュートン法に基づくコード開発を行ってこれらの困難の克服し、典型的な温度における核物質相図を作成するに至った。

さらに Shen-EOS の方法を踏襲し、(粒子の混合も取り扱った。一様相では、有限体積を持つ Boltzmann 気体としての(粒子が核物質に混入した場合の自由エネルギーと(粒子の混在度を、全自由エネルギーを最小にすることによって決定した。また非一様相では、同様に近似された(粒子気体が WS 格子中の原子核より外側に存在する場合の TF 計算を行った。この場合、(粒子の密度分布を特定するパラメータの数だけ変分の自由度が増え、TF 計算がさらに困難となる。

(粒子の混合まで考慮した核物質相図の例を図 2 に示す。原子核の現れる領域、および

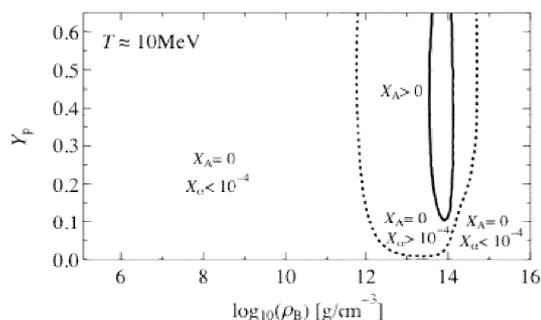


図 2 : 核物質相図の例

(粒子が多く混合する領域は、Shen-EOS の場合と似た傾向を示すが、細かい差異も見られる。また本研究で現れる原子核の質量数  $A$  と陽子数  $Z$  が、共に Shen-EOS の場合と多少異なる傾向を示すことも判明した。具体的には、本研究で得られる原子核は、 $Y_p$  の小さい領域で、 $A$  と  $Z$  共に Shen-EOS のそれより大きく、また  $A$  が最大になる  $Y_p$  も Shen-EOS の場合より小さくなる等の違いが見られた。これらは元となる一様核物質 EOS の特徴 (対称エネルギー等) が Shen-EOS の場合と異なる事が原因と考えられる。

(3) 変分法による核物質 EOS の高エネルギー天体現象への適用

(1) で作成した有限温度一様非対称核物質 EOS を用いて、冷たい中性子星 (CNS)、および、静的と仮定した原始中性子星 (PNS) の構造計算を行った。ここで非一様相の EOS は、CNS クラスタに対して TF 計算により作成したものを用いた。

得られた CNS の構造は、その最大質量が太陽質量の約 2.2 倍で、近年発見された太陽質量の約 2 倍の重い CNS 観測データと矛盾しない。また CNS 半径もおおよそ 11km 程度となり、Steiner らの解析による、複数の CNS 観測データから絞り込まれた CNS 半径とも矛盾しない結果が得られた。

PNS は、その内部が有限温度核物質に加え、 $e$ 、 $\mu$  と対応するニュートリノ、そしてそれらの反粒子、さらに光子を含む混合物質と考え、一定の  $e$ 、 $\mu$  レプトン数の割合を持つ平衡状態として扱った。断熱物質の近似と等温物質の近似とでは、特に高密度状態において EOS に大きな差は見られず、よって PNS の最大質量も大きな変化が見られなかった。これは G 行列を用いた研究結果と矛盾しない。

最後に、本研究で作成した変分法による一様相 EOS を用いて、一次元 SN シミュレーションを行った。非一様相の EOS としては Shen-EOS を代用した。そして Woosely-Weber らの太陽質量の 15 倍の progenitor モデルから出発して、断熱近似での一般相対論的な球対称流体シミュレーションを行ったところ、コードは正常に作動する事が確認された。本計

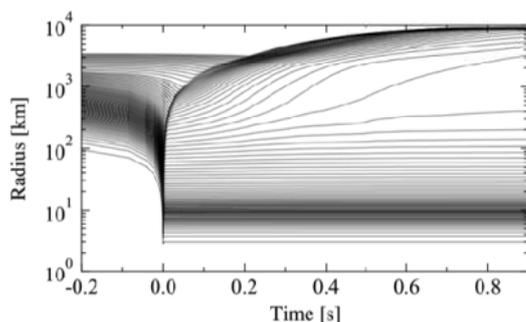


図3 : SN シミュレーション結果

算は断熱近似であるため、シミュレーションでは爆発現象が起こるが、そのエネルギーは Shen-EOS の場合より大きく、また形成される PNS の半径も小さく、その中心密度も高くなることが判明した。よって SN シミュレーション結果を見る限り、本研究による EOS は Shen-EOS より柔らかい傾向を持つ。この傾向は、これまでの Shen-EOS との直接的な比較において得られた知見と矛盾しない。

#### (4) まとめ

現実的核力から出発した変分法により、有限温度一様非対称核物質 EOS を完成させた。またそれを用いた TF 計算によって、非一様相を含む核物質相図を作成した。さらにこの EOS を用いた CNS および PNS の構造を行い、観測データと矛盾しない結果を得た。さらに変分計算に基づく EOS による世界初の一次元 SN シミュレーションに成功した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

1) H. Togashi and M. Takano, "Variational study for the equation of state of asymmetric nuclear matter at finite temperatures", Nucl. Phys. A 902 (2013) pp. 53-73. (査読有) DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2013.02.014

2) M. Takano, H. Togashi and H. Kanzawa, "Variational Approach to Nuclear Matter", Prog. Theor. Phys. Suppl. 186 (2010) pp.63-68. (査読有) DOI: 10.1143/PTPS.186.63

3) H. Togashi, H. Kanzawa and M. Takano, "Variational Calculation for the Equation of State of Hot Asymmetric Nuclear Matter", AIP Conf. Proc. 1269 (2010) pp. 403-405. (査読有) DOI: 10.1063/1.3485181

[学会発表] (計 28 件)

1) H. Togashi, H. Kanzawa, M. Takano, S. Yamamuro, H. Suzuki, K. Nakazato, K.

Sumiyoshi and H. Matsufuru, "Variational Study of a Nuclear Equation of State for Core-Collapse Supernovae", International conference on "Quarks to Universe in Computational Science" (QUCS 2012), Dec. 13-16, Nara, Japan.

2) H. Togashi, S. Yamamuro, K. Nakazato, H. Kanzawa, M. Takano and H. Suzuki, "Nuclear Equation of State for Supernova Simulations with the Variational Method", Third International Conference on Nuclear Fragmentation (NUFRA 2011), October 2-9, 2011, Kemer, Turkey.

3) H. Togashi, H. Kanzawa and M. Takano, "The Equation of State of Asymmetric Nuclear Matter at Zero and Finite Temperatures with the Variational Method", Nuclei in the Cosmos XI, Jul. 19-23, 2010, Heidelberg, Germany.

[その他]

ホームページ

<http://www.wise.sci.waseda.ac.jp/research/node/509>

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

鷹野 正利 (TAKANO MASATOSHI)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 00257198

##### (2) 研究分担者

なし

##### (3) 連携研究者

親松 和浩 (OYAMATSU KAZUHIRO)

愛知淑徳大学・人間情報学部・教授

研究者番号: 10262883

(2009 年から 2010 年まで)

住吉 光介 (SUMIYOSHI KOHSUKE)

沼津工業高等専門学校・教養科・教授

研究者番号: 30280720

鈴木 英之 (SUZUKI HIDEYUKI)

東京理科大学・理学部・教授

研究者番号: 90211987

(2011 年から 2012 年まで)

山田 章一 (YAMADA SHOICHI)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 80251403