

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月31日現在

機関番号：82401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21540332

研究課題名（和文） トポロジカル絶縁体・超伝導体における不純物効果の理論的研究

研究課題名（英文） Theoretical Study of impurity effects in topological insulators and superconductors

研究代表者

古崎 昭 (FURUSAKI AKIRA)

独立行政法人理化学研究所・古崎物性理論研究室・主任研究員

研究者番号：10238678

研究成果の概要（和文）：

トポロジカル絶縁体の端状態の電気伝導や熱輸送における近藤効果を解析し、コンダクタンスの温度依存性を計算した。トポロジカル超伝導体のマヨラナ端状態と磁性不純物の交換相互作用が異方的であることを明らかにした。また、2次元トポロジカル絶縁体やトポロジカル超伝導体のバルク中に多数の不純物が存在するときに生じるアンダーソン局在を、ネットワーク模型に基づいて解析的及び数値的に調べた。さらに、トポロジカル絶縁体・超伝導体の分類理論を再導出した。

研究成果の概要（英文）：

Kondo effects of electronic and thermal transport at edges of topological insulators are studied theoretically. Exchange coupling of a magnetic impurity and Majorana fermion edge states in two-dimensional topological superconductors is shown to be anisotropic. Anderson localization caused by impurities in two-dimensional topological insulators and superconductors is studied both analytically and numerically using network models. Furthermore, the classification theory of topological insulators and superconductors is revisited.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・物性I

キーワード：トポロジカル絶縁体、トポロジカル超伝導体、量子スピンホール効果、ディラック・フェルミオン、アンダーソン局在、ネットワーク模型、マヨラナ・フェルミオン、近藤効果

## 1. 研究開始当初の背景

トポロジカル絶縁体は、バルク中の電子状態はバンド絶縁体であるにもかかわらず表

面（端）は常に金属的であるような物質である。金属的な表面状態の存在はバルク電子状態がある種の非自明なトポロジカル数を持

つことと不可分の性質である。2005年に C.L. Kane と E.J. Mele によって最初に理論的にその存在が 2次元系に対して予言されて以来、HgTe 量子構造における量子スピンホール絶縁体の実験的検証、3次元トポロジカル絶縁体の理論的予言と BiSb 合金での実験等を経て、トポロジカル絶縁体の研究は急速な広がりを見せている。研究代表者は、2008年に米国の研究者との共同研究により、一般の空間次元における自由フェルミオン系に対するトポロジカル絶縁体とトポロジカル超伝導体の分類理論を構築した。その理論は、不純物ポテンシャルによる摂動に対して表面状態が安定であり、決してアンダーソン局在しないという条件によってトポロジカル絶縁体・超伝導体の特徴づけたものである。この分類理論を出発点にして、その発展や応用を試みることや、いろいろなトポロジカル絶縁体・超伝導体に対して表面状態・端状態の特徴づける新しい量子現象を探求することが重要な研究課題となった。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、新しいタイプの三次元や二次元のトポロジカル絶縁体やトポロジカル超伝導体（超流動体）に対して、トポロジカル数で特徴づけられるバルク電子状態と、系の表面や端に現れるギャップレス状態（質量0のディラック粒子あるいはマヨラナ粒子）の性質を理論的に明らかにすることにある。バルクあるいは表面付近における不純物散乱効果の解析を通じて、トポロジカル絶縁体・超伝導体に対するより深い理解を得ること目標とする。トポロジカル絶縁体・超伝導体は、各空間次元において5種類の対称性クラスに分類されることが知られている。整数量子ホール系や  $Z_2$  トポロジカル絶縁体はその例であるが、それ以外にもマヨラナ端状態をもつカイラル p 波超伝導状態などがあり、これらの種々のトポロジカル絶縁体・超伝導体の表面（端）状態に対する量子不純物問題を解析する。

## 3. 研究の方法

- (1) 3次元  $Z_2$  トポロジカル絶縁体の表面状態に対する超伝導近接効果で生じるマヨラナフェルミオン状態を研究するため、ディラック電子に対する Bogoliubov-de Gennes 方程式を解析的および数値的に解析した。
- (2) 2次元トポロジカル超伝導体のマヨラナ端状態が磁性不純物と結合したときの近藤効果を解析するために、端状態に対する1次元模型に対してボゾン化法と繰り込み群の計算を行った。
- (3) 2次元  $Z_2$  トポロジカル絶縁体に対するネ

ットワーク模型における金属・絶縁体転移を深く理解するために、ネットワーク模型から有効ハミルトニアンを解析的に導出や、転移点での臨界波動関数のマルチフラクタル特性を数値計算を行った。

- (4) トポロジカル絶縁体やトポロジカル超伝導体の分類理論の分類理論をより深く理解するため、任意次元の massive Dirac Hamiltonian を取り上げて、その対称性の分類を行った。

- (5) 2次元のアンダーソン転移点直上で実現する共形不変性の数値的検証のため、量子ホール系や量子スピンホール系 ( $Z_2$  トポロジカル絶縁体) のネットワークに対する転送行列の計算を実行した。

- (6) 量子スピンホール絶縁体のヘリカル端状態に対する近藤効果を調べるため、端状態に対する1次元有効模型をボゾン化法と繰り込み群法により解析した。

- (7) 2次元 class DIII のトポロジカル超伝導状態の Bogoliubov-de Gennes Hamiltonian に帰着できるような、時間反転で対称な量子スピン模型を Kitaev 模型の拡張として構成し、その性質を解析的及び数値的に調べた。

## 4. 研究成果

- (1) 3次元  $Z_2$  トポロジカル絶縁体のヘリカルなディラック表面電子が s 波超伝導状態にあるとき、この超伝導状態はカイラル p 波超伝導体と同様な2次元トポロジカル超伝導状態になっている。この状態に domain wall をもった磁性体を近接させることにより、超伝導秩序に磁束量子の列が domain wall に沿って生じうることを、Ginzburg-Landau 理論から示した。さらに Bogoliubov-de Gennes 方程式を解くことによって、各磁束量子にトラップされた零エネルギーのマヨラナ・フェルミオン状態が存在することを示した。

- (2) 2次元の class C あるいは DIII に属す超伝導体は、カイラルあるいはヘリカルなマヨラナ端状態をもっている。端付近に磁性不純物が存在するとき、磁性不純物のスピンはマヨラナ端状態のイジング的なスピン密度演算子と交換相互作用することを示した。さらに、イジング・スピンと垂直な方向に外磁場をかけたときの不純物スピンのダイナミクスが、巨視的量子コヒーレンスの問題で過去に議論された散逸を伴った二準位系の問題と等価になることを示し、二準位間の遷移振幅にあらわれる量子相転移の存在を指摘した。また、磁性スピンの時間相関を計算した。

- (3) 2次元量子スピンホール絶縁体 ( $Z_2$  トポロジカル絶縁体) のネットワーク模型に対し、系全体の S 行列を仮想的な時間発展演算子と見なすことにより、転移点直上で質量項が0となるようなディラック・ハミルトニアン

を導出した。ハミルトニアンが波数空間で  $4 \times 4$  行列になることから、ランダム・ポテンシャル中での電子の拡散的運動を記述する非線型シグマモデルにはトポロジカル項が現れないことを示した。また、 $Z_2$  トポロジカル指数が一種のウィルソン・ループとして定義できることを示した。さらに、ネットワークモデルに対する数値計算から、臨界波動関数のマルチフラクタル・スペクトルを系の角や端の位置で決定し、境界条件への依存性があることを確認した。

(4) トポロジカル絶縁体・超伝導体の有効モデルとして、一般次元において質量項のあるディラック・ハミルトニアンを考え、それのもつ離散的対称性から対称クラスへの分類を行った。さらに、ベリー接続を用いてトポロジカル数を具体的に構成した。高い空間次元から出発して次元を低下させていくことにより、トポロジカル絶縁体・超伝導体の周期表を 10 種の対称性クラスに対して再導出した。これは、我々および Kitaev が以前に得た結果と一致している。

(5) 2 次元におけるアンダーソン局在・非局在転移を示す A, AII, C の対称性クラスのネットワークモデルに対して、転送行列法によって準一次元系の局在長を数値計算し、有限サイズスケリングによって 2 次元の転移点を決定した。転移点での無次元化された局在長が、2 次元臨界波動関数のマルチフラクタル指数  $\alpha_0$  と対応することを、共形不変性の仮定の下で示し、数値計算結果がこの理論と支持することを見た。さらに、準一次元系に課した境界条件に応じて、バルクあるいは境界でのマルチフラクタル指数と対応することも明らかにした。

(6) 2 次元量子スピンホール絶縁体 ( $Z_2$  トポロジカル絶縁体) のヘリカル端状態と磁性不純物の量子スピンの反強磁性的に交換相互作用しているときに起こる近藤効果を解析した。系全体のスピンの  $U(1)$  回転対称性をもつとき、端状態の電流に対しては dc 極限で近藤効果による散乱が相殺し、コンダクタンスは温度に依らず一定となることを示した。一方、熱流に対してはこのような相殺は起こらず、近藤温度付近で熱コンダクタンスは最小値をとり、低温極限では不純物スピンの遮蔽されるために散乱 0 の理想的な値になることを示した。

(7) 可解な 2 次元量子スピンモデルの一種にハニカム格子上で定義された Kitaev 模型とよばれるものがあり、スピン演算子をマヨラナ・フェルミオン演算子で表現することにより、このモデルは自由なマヨラナ・フェルミオンの格子模型に帰着される。このモデルを正方格子である種の時間反転対称性を持つ形に拡張すると、マヨラナ・フェルミオン表示したハミルトニアンは、class DIII の超伝導

体のハミルトニアンとみなすことができる。ただし、余計な自由度として静的な  $Z_2$  ゲージ場も一緒に現れる。次近接相互作用を加えることによって、このモデルは class DIII のトポロジカル超伝導状態を実現する。マヨラナ表示のハミルトニアンに対して  $Z_2$  指数を定義した。トポロジカル相におけるマヨラナ端状態のスペクトルを数値的対角化によって求め、 $Z_2$  指数と端状態の有無とが対応していることを確認した。さらに、 $Z_2$  ゲージ場に  $\pi$  フラックスの磁束を導入したとき、磁束に束縛された零エネルギー状態があらわれることを数値的に示した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

(1) R. Nakai, S. Ryu, and A. Furusaki, Time-reversal symmetric Kitaev model and topological superconductor in two dimensions, Physical Review B, 査読有, Vol. 85, No. 15, 2012, 155119 (15pp)

(2) Y. Tanaka, A. Furusaki, and K. A. Matveev, Conductance of a helical edge liquid coupled to a magnetic impurity, Physical Review Letters, 査読有, Vol. 106, No. 23, 2011, 236402 (4pp)

(3) T. Neupert, S. Onoda, and A. Furusaki, Chain of Majorana states from superconducting Dirac fermions at a magnetic domain wall, Physical Review Letters, 査読有, Vol. 105, No. 20, 2010, 206404 (4pp)

(4) S. Ryu, C. Mudry, H. Obuse, and A. Furusaki, The  $Z_2$  network model for the quantum spin Hall effect: two-dimensional Dirac fermions, topological quantum numbers, and corner multifractality, New Journal of Physics, 査読有, Vol. 12, No. 6, 2010, 065005 (30pp)

(5) R. Shindou, A. Furusaki, and N. Nagaosa, Quantum impurity spin in Majorana edge fermions, Physical Review B, 査読有, Vol. 82, No. 18, 2010, 180505 (4pp)

(6) S. Ryu, A. P. Schnyder, A. Furusaki, and A. W. W. Ludwig, Topological insulators and superconductors: tenfold way and dimensional hierarchy, New Journal of Physics, 査読有, Vol. 12, No. 6, 2010, 065010 (60pp)

(7) H. Obuse, A. R. Subramaniam, A. Furusaki, I. A. Gruzberg, and A. W. W. Ludwig, Conformal invariance, multifractality, and finite-size scaling

at Anderson localization transitions in two dimensions, Physical Review B, 査読有, Vol. 82, No. 3, 2010, 035309 (12pp)

〔学会発表〕(計 6件)

(1) 古崎昭, Topological insulators and superconductors, The 26<sup>th</sup> Nishinomiya-Yukawa Memorial International Workshop “Novel Quantum States in Condensed Matter 2011 – Correlation, Frustration and Topology–”, 2011年11月16日, 京都

(2) 古崎昭, Kondo effect in edge states of 2D topological insulators and superconductors, Topological Insulators and Superconductors (Satellite Conference of LT26), 2011年8月19日, 北京、中国

(3) 仲井良太, 笠真生, 古崎昭, 時間反転対称性を持つ Kitaev 模型の拡張, 日本物理学会 2011 年秋季大会, 2011 年 9 月 21 日, 富山

(4) 古崎昭, Network model for quantum spin Hall effect, Workshop on Interactions, Disorder, and Topology in Quantum Hall Systems, 2010年6月11日, Dresden, Germany

(5) 古崎昭, Conformal invariance and boundary multifractality at Anderson transition in two dimensions, Workshop on Localization Phenomena of Condensed Matter, 2010年5月21日, Trieste, Italy

(6) 古崎昭, Classification of topological insulators and superconductors, RIKEN Workshop on Emergent Phenomena of Correlated Materials, 2009年12月2日, 和光

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

古崎 昭 (FURUSAKI AKIRA)

独立行政法人理化学研究所・古崎物性理論研究室・主任研究員

研究者番号：1 0 2 3 8 6 7 8

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし