

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6 月 6 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540352

研究課題名（和文）不均一ボース系の超流動性の理論的研究

研究課題名（英文） Theory of Superfluidity in inhomogeneous Bose systems

研究代表者 加藤 雄介 (KATO YUSUKE)

東京大学・大学院総合文化研究科・准教授

研究者番号：20261547

研究成果の概要（和文）：摩擦のない巨視的な流れを超流動という。超流動はボース・アインシュタイン凝縮を伴う液体状態で実現することが多い。一方で超流動性を示す固体を超流動固体という。先行研究においては、超流動固体は障害物ポテンシャルの存在下では超流動性を示さないとされてきたが、我々はその反例を与えた。超流動固体はジョセフソン効果を通して、障害物下でも超流動性を有する。

研究成果の概要（英文）：Superfluidity, which implies macroscopic flow without dissipation, is realized in quantum liquids with Bose-Einstein condensates. Supersolids, on the other hand, are quantum solids with superfluid property. While earlier studies have concluded that supersolidity is impossible in the presence of an obstacle, we have given a counter-example in the present research project. We have demonstrated that quantum solids can maintain supersolidity in the presence of obstacles through the Josephson effect.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1950,000
2010年度	1,000,000	300,000	1300,000
2011年度	1,000,000	300,000	1300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4550,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・物性 II

キーワード：超低温・量子凝縮系

1. 研究開始当初の背景

①（国内国外の研究動向）「固体が超流動を示すか」。超流動性を示す液体ヘリウム4は低温高圧下で固体相になる。その固体相は超流動性を示しうるかは半世紀にわたる重要な問題である。Penrose-Onsager(1956)は格子点に一原子が局在するボーズ固体相はボース凝縮を起こさない(非対角長距離秩序を持たない)ことを示したが、Andreev-Lifshitz(1969)は量子揺らぎ(ゼロ

点振動)を取り入れた固体における超流動の機構として、空孔(格子欠陥)のコヒーレント運動を提案し、Chester(1970)が量子揺らぎ(ゼロ点振動)を取り入れれば固体の長距離秩序と非対角長距離秩序が共存しうることを示した。これを受けてLeggett(1970)が量子系の固体相が超流動を示すためには、基底状態波動関数がゼロ点を持たない「連結性」が必要であると指摘した。国内でも同時期にMatsuda-Tsuneto(1970)が松田・松原の

スピン模型を用いて、固体長距離秩序と非対角長距離秩序が共存しうることを平均場近似の範囲内で示した。以上のように理論的には40年前には不可能ではないとされた固体超流動相の実験的研究は困難を極め、固体超流動相が現実的な可能性を帯びてきたのは2004年のKimとChanによるねじり振り子の実験からである。彼らは、ねじり振り子の実験により固体ヘリウム4が、容器に対して相対運動をする超流動状態であることを強く示唆する結果を報告した。このねじり振り子の実験結果はその後他のグループ（白濱グループ、久保田グループ）によっても追試されている。

Kim-Chanの実験はかならずしも超流動性を意味するとは限らず、例えば緩和時間が測定時間の時間スケールよりも著しく長いことを示唆しているに過ぎないとする指摘もある（Leggett 2006）。また、圧力差を印加しても固体ヘリウムで質量流が生じないという報告（Day-Beamish 2006）がある一方で、固体ヘリウムを液体（超流動）ヘリウム相で挟み込んだ「液-固-液」接合系では、質量流が流れうる可能性を強く示唆する実験も報告されている（Sasaki 2006, 2007, Ray-Hallock 2008）。このような状況の下で、Kim-Chanが見出した「超流動性」はHe3不純物や転位による外因的なものであるという立場からの総説が理論家から（Prokof'ev 2007）も実験家からも（Balibar-Copin 2008）も出版されている。

一方でバルクの肉因的な固体超流動の理論的可能性についてはPomeau-Rica (1994), Josserand-Pomeau-Rica (2007), Sepulveda-Josserand-Rica (2008)によって理論的に研究され、ねじり振り子の実験においては超流動性を示すが、圧力下で質量流を示さないボース固体相の存在が見出されている。

2. 研究の目的

以上のような国内外の研究動向に鑑みて、申請者は

(1) 固体相における超流動性は超流動液体のそれとは異なる性質を持つことが示唆され、「肉因的」固体超流動の多方面からの分析（渦の量子化、ジョセフソン効果、励起状態）による基本的性質の理解が重要であり、その上で

(2) ねじり振り子以外に固体相の超流動性を検証する方法の提案

(3) 超流動液体相-ボース固体相-超流動液体相の実験で見出された「超流動性」の解釈をすることが急務の課題であると考えていた。そのうち、本研究計画期間内においては有限到達距離を有する2体相互作用を持つを有するグロスピタエフスキー方程式を用いて固体超流動相におけるジョセフソン

効果の有無を理論的に調べることを目的とする。

3. 研究の方法

ボース系を扱う理論模型として有限の相互作用レンジをもつGross-Pitaevskii方程式を採用する。この模型の中では、ねじり振り子の実験で観測される超流動性（非古典的慣性の存在）が示されている一方、圧力勾配下で質量流が生じないという固体相の存在が確認され、ヘリウム固体超流動相と共通する性質を持っている。Gross-Pitaevskii方程式は、ヘリウムの実験結果を説明するには単純すぎる嫌いはあるが、固体超流動相の基本的理解にとっては多くの知見を与えると期待される。十分な粒子密度の下ではロトンスペクトルを再現すること、他のより微視的な理論模型（Matsuda-Matsubara model, Boson-Hubbard model）に比べて、超流動特性をより詳しく計算できるなどの利点がある。

このGP方程式を用いて、以下の手順でボース固体相におけるジョセフソン効果を調べる。

① まず一次元模型における基底状態を求め、密度の関数として、固体相と液体相の相図を描く。

基底状態の探索は、数値的に行う。

② そのあと、各密度において、ポテンシャル障壁を導入し、その下で、質量流が存在する条件下での定常解を探索する。この探索は拘束条件下での基底状態の探索と同様の手順で数値的に行う。各密度、ポテンシャルの高さにおいて、質量流の最大値（臨界質量流）を求め、密度、ポテンシャルの高さ、質量流を軸とした相図を得ることができる。また質量流とポテンシャル障壁の両側の凝縮体位相差の関係式（ジョセフソン関係式）を求め、それに基づいて、障害物下での非古典的回転慣性、超流動密度、永久流の安定性を議論する。

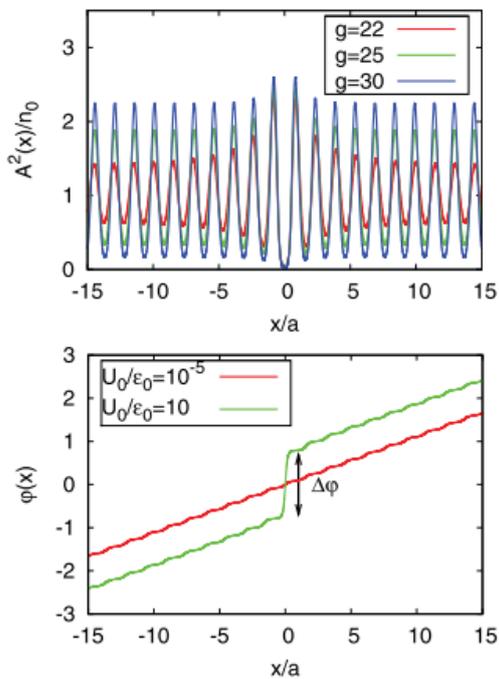
以上より一次元模型における固体超流動相に対する結論を得る。

③ 有限の相互作用レンジを持つ2次元GP方程式の基底状態を、密度の関数として数値的に求め、固体相、液体相からなる相図を描く。各相において非古典的慣性を数値的に求め、先行研究の結果と比較する。さらにポテンシャル障壁を導入し、2次元固体相におけるトンネル効果、ジョセフソン効果を検証する。

4. 研究成果

2009年度は一次元ボース系における凝縮固体相を、有限相互作用レンジを持つグロスピ

タエフスキー方程式を用いて調べ、DC ジョゼフソン効果が存在することを数値的に検証した。



上図：凝縮体密度の空間分布。x=0 付近に斥力の障害物ポテンシャルがある。凡例中の g は 2 体相互作用の強さを表す。下図：障害物下での流れを有する超固体状態の凝縮体波動関数の位相の空間変化。赤(緑)は障害物ポテンシャルのない(ある)場合の結果を表す。障害物付近で位相のずれが生じていることがわかる。これは超伝導体・超流動体におけるジョゼフソン効果に特徴的な振る舞いである (Kunimi et al. PRB **84**, 04521-1-9, 2011 より転載)。

また相互作用と質量流を変数とした平面上における相図を得た。液体相における励起スペクトルがロトン極小を持つ時には、ランダウ臨界速度は液体相から固体相への連続転移に対応することを確認し、かつその固体液体相転移線において、ジョゼフソン効果の特性に異常がみられないことを確認した。さらに相互作用と質量流を変数として、非古典的

回転慣性を数値的に求めた。ポテンシャル障壁がある場合においても固体相で、非古典的回転慣性があることは超流動密度がゼロでないことを意味する。今回の成果は障害物が存在する条件下で固体相が超流動性を持つ初めての例として重要である。固体相における超流動性の検証として DC ジョゼフソン効果が有力な手法の一つとなりうることは今後、超流動固体相の実験的研究に対する重要な示唆を与えたと考えられる。また 2 次元系、3 次元系の超流動固体に対する理論的理解の基礎となる点においても本研究の成果が重要である。

関連した研究テーマとして不均一ボース系における超流動安定性の判定条件を提案した。この判定条件では、系の動的密度揺らぎに注目する。ランダウ不安定性とサドル・ノード分岐による統一に記述し得るこの判定法は、空間不均一系である超流動固体相の超流動不安定性にも適用可能であり、従来の超流動安定性を一般化したものであると考えられる。

2010 年度は一次元超固体相におけるジョゼフソン効果を有限の相互作用レンジを持つグロスピタエフスキー方程式を用いて調べ、特にサイズ依存性を数値的に調べた。その結果十分大きな系においても前年度に得られた結論はほとんど変わらないことを確認した。さらに時間発展型に拡張したモデルで、超固体相や超流動相の崩壊のダイナミクスを研究した。その結果として、相互作用の強さによらず、臨界速度より大きな速度状態は、ポテンシャル障壁近傍で、ソリトンを放出して、超流動状態、超固体状態が崩壊することがわかった。またソリトンの放出率は臨界速度と超流動速度の差にスケールし、臨界速度直上では発散に向かう傾向が見て取ることができた。一方で相関長など空間変化を特徴づけるスケールの発散は伴わないことも確認できた。このことは臨界速度近傍は動的には相転移に類似した時間スケールの発散が生じるものの、通常の静的相転移と異なり、相関長の発散を伴わない、新たな「相転移」として捉えうる可能性を示唆している。またソリトンの放出率についてのスケール則は確認できたものの、スケール則を特徴づける臨界指数はサドル・ノード分岐のそれと計算精度の範囲では現時点では大きな矛盾はないことも確認した。当該年度の研究成果によって障害物下での無散逸流が超固体相でも可能であるという我々の前年度の成果がより確固たるものになったことと、固体超流動相の崩壊について初めての理論的成果が得られた点に、成果の意義がある。

2011年度は、前年度における1次元模型の成果を受け、到達距離が有限である2体相互作用を有するボース系に対する2次元グロス・ピタエフスキー方程式の研究を行った(以下この模型を2次元 Pomeau-Rica 模型と呼ぶ。1994年、Pomeau と Rica によってこの模型が超固体の模型として導入され、その基底状態の性質や超流動特性が初めて詳細に調べられたからである)。まず基底状態を、平均密度一定の下で、相互作用の強さと平均速度をパラメータにとって定常解を求め、さらにそれぞれの解のまわりの線形安定性解析を行った。その結果として相互作用の強さと平均速度を軸にとった平面上での安定状態の相図を得た。その結果、安定状態として超流動液体層、超固体相、ストライプ相の3種の状態が得られた。ストライプ相とは、流れと平行な方向に一次元的な周期構造を持つ相のことであり、80年代に、Iordanskii や Pitaevskii らによって、ランダウ臨界速度を超えた状況で実現する相として研究されていたものである。本研究で得られた成果は、先行研究で得られていた、平均速度がゼロの場合の基底状態の相図を拡張したものと位置付けることができる。ここでの成果の意義は、以下の三点にある。第一に、超固体相が平均速度が大きくなるにつれて、どのように不安定化するかを示す具体例を初めて提示したことは、超固体の安定性の理解を深めるために必要な基礎的知見となる。第二には、流れの中でストライプ相が安定相として実現するパラメータ領域が実現することに意義がある。第三の意義は、以下に述べるジョゼフソン効果の研究の出発点になるという点にある。

上記の成果を踏まえて、2次元 Pomeau-Rica 模型に障害物をおき、直流ジョゼフソン効果の有無を数値的に調べた。その結果超固体状態においても直流ジョゼフソン効果は存在し、障壁の両側にある凝縮体の位相差と質量流の関係式(ジョゼフソン関係式)をいくつかの高さの障壁に対して得ることができた。障壁が高くなるにつれて、臨界質量流は減少し、ジョゼフソン関係式は超伝導体で見られる正弦波的な関数形に漸近することも確認した。これまで、2次元 Pomeau-Rica 模型では、障害物がなければ超固体相は超流動特性を示すが、障害物を入れた場合には、臨界質量流がゼロになると先行研究(Pomeau-Rica 1994)で結論されていた。それに対して、我々の本年度の成果は、障害物下の2次元 Pomeau-Rica 模型においてもジョゼフソン効果という形で超流動性を示し、その臨界質量流がゼロでない有限の値を取ること示している。前年度の結果(1次元 Pomeau-Rica 模型におけるジョゼフソン効果)と合わせて、本研究の成果は超固体相に

おける超流動特性が、障害物すなわち散乱体をあらわに考えて生き残ることを示す初めての具体例と位置付けることができ、超固体相における輸送特性に関するより一般的理論を構築する上での足掛かりになるであろうという意味で重要な知見である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計13件)

① KUNIMI MASAYA, KOBAYASHI MICHIKAZU, KATO YUSUKE, Dynamics of One-dimensional Supersolids, J. Phys. Conf. Proc. 2012, 査読あり(掲載決定済)

② KUNIMI MASAYA, NAGAI YUKI, KATO YUSUKE, Josephson effects in one-dimensional supersolids, Physical Review B, Vol. 84, 04521-1-9, 2011, 査読あり

③ KATO YUSUKE, WATABE SHOHEI, Dynamical Density Fluctuations of Superfluids near the Critical Velocity, Physical Review Letters, Vol. 105, 035302-1-4, 2010, 査読あり

[学会発表] (計43件)

① 穴釜剛、國見昌哉、加藤雄介、障害物下の2次元超固体の超流動性、日本物理学会年会、2012年3月25日、関西学院大学(西宮市、兵庫県)

② 國見昌哉、加藤雄介、超流動固体の Bogoliubov 励起と超流動性、日本物理学会年会、2012年3月25日、関西学院大学(西宮市、兵庫県)

③ KUNIMI MASAYA, KOBAYASHI MICHIKAZU, KATO YUSUKE, Dynamics of One-dimensional Supersolids, 26th Intl. Conf. on Low Temp. Phys. (LT26), 2011年8月11日、北京(中国)

④ KUNIMI MASAYA, NAGAI YUKI, KATO YUSUKE, Josephson effects in one-dimensional supersolids, QFS2010, 2010年8月3日、グルノーブル(フランス)

[図書] (計1件)

① KURAMOTO YOSHIO, KATO YUSUKE, Dynamics of One-dimensional Quantum Systems: Inverse-square Interaction Models, Cambridge Univ. Press. 1page-486page, 2009

[その他]
ホームページ
<http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/kato-yusuke-lab/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加藤雄介 (KATO YUSUKE)
東京大学・大学院総合文化研究科・准教授

研究者番号 : 20261547