

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 27 日現在

機関番号：14401
 研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2009～2011
 課題番号：21540386
 研究課題名（和文）フラストレートしたジョセフソン接合配列におけるジャミング-ガラス転移
 研究課題名（英文）Jamming-glass transitions in a frustrated Josephson junction array
 研究代表者
 吉野 元 (Yoshino Hajime)
 大阪大学・大学院理学研究科・助教
 研究者番号：50335337

研究成果の概要（和文）：

ジョセフソン接合配列は、ジョセフソン接合によって結合した超伝導素子のネットワークである。これに垂直磁場を掛けると、強い幾何学的フラストレーションが生じる。我々は、正方格子状の磁場中ジョセフソン接合配列における電流電圧特性、および静的性質について、解析的・数値的研究を行った。その結果、縦・横方向のジョセフソン接合の強さを制御することにより、ある種のジャミング転移が起こることを発見し、さらにそのメカニズムを明らかにした。

研究成果の概要（英文）：Josephson junction arrays are artificial networks of superconducting islands in which the phases of the superconducting order parameter on the islands interact with each other via the Josephson couplings. Under external magnetic fields, such a system becomes strongly frustrated much as a fictitious crystal put in a curved space. We studied the current-voltage property and static properties of a frustrated Josephson junction array on a square lattice by a combination of analytical and numerical approaches. We found that the system exhibits a jamming transition under variation of the anisotropy of the Josephson coupling into the vertical and horizontal directions and identified the mechanism of the transition.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：ジョセフソン接合配列 フラストレーション ガラス転移 ジャミング転移

1. 研究開始当初の背景

ジョセフソン接合配列は、超伝導状態にある素子を、正方格子などの格子状に並べた人工ネットワークである。典型的には、各素子のもつ超伝導秩序パラメータの「位相」を空間的に一様に揃えようとする、強磁性 XY 模型

と同じタイプの実効的相互作用が、隣接する素子間にジョセフソン接合を介して働く。

このような系に外部磁場を掛けると、位相同士の相互作用に、外部磁場がゲージ場の形で介入し、その結果、位相同士の相互作用に「フラストレーション」が生まれることが従来から良く知られていた。すなわち、このゲ

ージ場により、超伝導秩序パラメータの位相の配位に、ある密度の渦(vortex)が外から強制的に注入されることになるのである。

これは、いわば、結晶をある種の「曲がった空間」に置くことにより、外から強制的にある密度の欠陥(dislocation)を結晶中に注入するような操作である。現実の結晶でこのようなことを実現することは難しいが、磁場中ジョセフソン接合配列での渦(vortex)の密度は、外部磁場の強さを制御することにより、実際の実験でも自在に変えられる。

渦の密度が、ジョセフソン接合配列の格子に対して整合する場合は、規則的な磁束(超)格子ができることが知られていた。これに対し、渦の密度が、非整合になる場合、どのような状態が実現するのかほとんど理解されていなかった。特に興味深い提案として、ある種のガラス状態が自発的に生まれるのではないかと、という予想があった。幾何学的フラストレーションによってある種のガラス転移が発現する可能性は、フラストレート磁性の分野でも指摘されていた。

もう一つの関連する研究の流れとして、Frenkel-Kontorova 模型(M. Peyard and S. Aubry, J. Phys. C:16 (1983) 1593)や松川-福山模型(H. Matsukawa and H. Fukuyama, Phys. Rev. B. 49, 17286 (1994))のような、1次元の摩擦模型の研究があった。これらの系では、接触する面間の相互作用にある種の非整合性がある場合、面間の相互作用がある閾値よりも大きくなると、摩擦転移が示すことが知られていた。すなわち、面間の相互作用の強さが閾値以下にある場合は、非整合性によって面間が摩擦なしに互いに滑るスライディング状態が実現するのに対し、閾値以上では、いわゆる静止摩擦力(あるいは降伏応力)が発生し、静止摩擦力以上の外力を加えないと系は動き出さない。

我々は、磁場中ジョセフソン接合配列を考えると、それはこの1次元摩擦模型の、2次元への自然な拡張になっていることに気がついた。特に、この対応関係から、縦・横方向のジョセフソン接合の強さを変えた「異方的なジョセフソン接合配列」を考えることにより、2次元的な摩擦転移が見つかる可能性が推測された。これが本研究の着想点である。

これまでの研究では、ジョセフソン接合の異方性などを積極的に考えた研究はなく、もっぱら等方的な系が研究されていた。しかし、興味深いことに、実際のジョセフソン接合配列を作成する際にも、ジョセフソン接合の強さの異方性を制御したサンプルを作成できることが知られていた(S. Saito and T. Osada, PhysicaB 284, 614 (2000).)

さらに、我々は、ジョセフソン接合配列での電流電圧特性は、レオロジーや摩擦の問題

でのシア応力-シア速度の関係と強いアナロジーを持つことを、関連する先行研究によって見だしていた(H. Yoshino, H. Matsukawa, S. Yukawa and H. Kawamura, J. Phys. : Conf. Ser. 89 012014 (2007))。丁度その頃、粉体系のジャミング転移がある種の動的臨界現象としてレオロジー特性に明瞭に現われることが数値シミュレーションによって見いだされつつあった(T. Hatano, J. Phys. Soc. Jpn. 77 (2008) 123002)。我々は、類似した現象が、磁場中ジョセフソン接合配列における電流電圧特性に起こる可能性に注目した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、磁場中におかれたジョセフソン接合配列における輸送特性、および静的性質についての理論的研究を行い、この系におけるガラス転移、摩擦転移、ジャミング転移)の存在、およびその機構を明らかにすることである。また、本研究を通して、ガラス・ジャミング転移と、フラストレーションとの関係についての洞察を得ることを目指した。

3. 研究の方法

本研究では、図1に示すような、2次元正方格子状のジョセフソン接合配列における、各格子点での超伝導秩序パラメータの位相自由度を微視的変数とする理論模型に基づいた解析を行った。

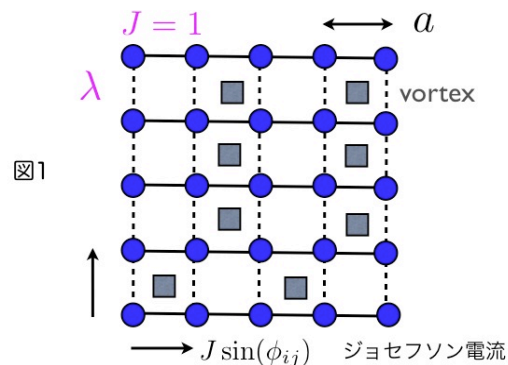


図2に示すように、隣接する格子点の位相変数同士に、その位相差に応じたジョセフソン接合による相互作用が働いている。位相差に、ゲージ場(ベクトルポテンシャル)の形で外部磁場が入っている。

本研究で、特に重要なパラメータとなるのは、外部磁場の強さ B と、ジョセフソン接合の異方性の強さ λ の2つである。外部磁場の強さ B を変えることにより、位相自由度に注入される渦(vortex)、すなわち磁束の数密度 f が変化する。渦は、図1に示すように(灰色の四角)、プラケット(単位胞)の中に入る。本研究では、渦のプラケットあたりの密度 f

が非有理数になるように選び、磁束が格子に対して非整合になるように選んだ。

図2

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(\phi_{ij})$$

ジョセフソン接合での位相差

$$\phi_{ij} = \theta_i - \theta_j - A_{i,j}$$

θ_i 超伝導秩序パラメータの位相
 $A_{i,j}$ 磁場によるベクトルポテンシャル

ジョセフソン接合の強さ
 縦方向 $J = \lambda$ 横方向 $J = 1$

具体的な研究方法としては、以下のような多角的な解析を展開した。数値計算は、主として東京大学物性研究所の共同利用スーパーコンピュータを用いて行った。

(1) RCSJ 法による、電流電圧特性についての数値シミュレーション

外部電流によって駆動されたジョセフソン接合配列における輸送特性を調べる標準的な数値シミュレーションの方法である RCSJ 法 (Resistively and Capacitively shunted junction method) を用いた解析を行った。これによってまず、ジョセフソン接合の空間的異方性 λ をパラメータとして、予想される摩擦転移 (ジャミング転移) の基本的な特性を調べた。

(2) 有限温度での熱平衡シミュレーションによる静的性質の解析

輸送特性の解析に並行し、熱平衡状態における位相の剛性率、磁束 (位相の渦) の静的構造因子などについての数値解析を行った。具体的には、モンテカルロ (MC) 法、および分子動力学 (MD) 法による熱平衡シミュレーションを、様々な異方性の強さ λ 、および温度において行った。

(4) Hull 関数の方法による、基底状態、低励起状態、およびスライディング・モードについての摂動的な解析計算

Frenkel-Kontorova 模型など、1 次元の摩擦模型の理論解析において有力だった Hull 関数の方法を、ジョセフソン接合配列系に拡張した。具体的には、異方性の強い極限からの摂動展開を行い、基底状態を含む低励起状態、そこでのスライディング機構などについての解析、詳細な考察をおこなった。

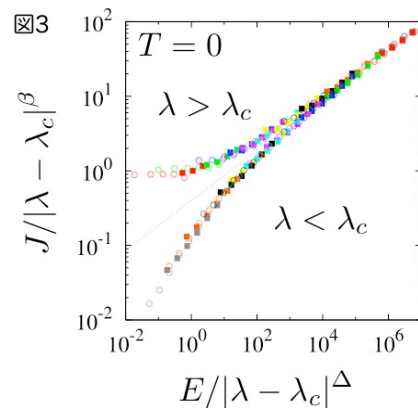
(5) 数値アニーリング法による基底状態探索上の Hull 関数の方法を、摂動論が破綻する

異方性の弱い領域 $\lambda \rightarrow 1$ まで展開する数値解析の方法を開発し、これを用いて基底状態などの解析をさらに進めた。また異方性の変化により、スライディング機構に起こる定性的な変化-ジャミング転移-を解析し、詳細な考察を行った。

4. 研究成果

(1) ジャミング転移と電流電圧特性における特異な動的臨界現象 (文献 [3], [4])

RCSJ 法により絶対零度 $T=0$ での電流電圧特性を、様々な異方性の強さ λ において調べた。その結果、電流 J と電圧 (電場) E の関係に特徴的な動的臨界現象が現れた。



電流を縦方向に流すとすると、以下のように λ の強さによって、定性的に異なる振る舞いが得られた。(a) $\lambda < 1$ の場合、電流電圧特性は、十分弱い電流においては線形になり、オーム則がなりたつ。(b) 一方、 $\lambda > 1$ では、電圧ゼロの極限でも電流は 0 にならず、臨界電流が生じている。(横方向の電流に対しては、(a) (b) の振る舞いが正反対になる。)

このことから、 $\lambda=1$ の等方的な系が、ある種の臨界点直上にあることが示唆される。実際、(a) でのオーム抵抗は $\lambda \rightarrow 1$ で臨界発散的な挙動を示した。また、(b) での臨界電流の値は、 λ を 1 から増大させてゆくと 0 から連続的に立ち上がることがわかった。そこで、 $\lambda=1$ が臨界点であることを仮定した動的スケールリングを試みると、下図 3 のように、異なる λ でのデータが、普遍的なスケールリング関数に乗ることがわかった。この解析から、2 つ動的臨界指数が求められた。

このスケールリング関数、および臨界指数は、vortex の数密度 f として異なる値を選んでも、それが非有理数である限り変わらない、普遍的なものであることも確かめられた。

前述の摩擦の問題、およびレオロジーとの対応で述べると、電流はシア応力に、電圧は、シア速度に対応する。従って (a) のオーム則

は、レオロジーでのいわゆるニュートン則に対応する。一方、(b)での臨界電流は、降伏応力ないし、静止摩擦力に対応する。すなわち、当初推測した通り、磁場中ジョセフソン接合配列において、ジョセフソン接合の強さの異方性 λ を制御することにより、摩擦転移（ジャミング転移）が現れることが確かめられた。

従来から研究されてきた、 $\lambda=1$ の等方的な系が、この解析の観点からは、実はある種の臨界点直上にあった、ということになる。

(2) 剛性率の特異な振る舞い（文献 [4]）

(1)の解析で、電流を縦方向に流す場合と、横方向に流す場合では、(a)(b)の性質が丁度、正反対になることがわかった。関連した現象が、系全体にわたる位相のねじり（スピン系でのスピン波を立てる操作に相当）に対する系の「静的な」剛性(helicity modulus)にも明瞭に現れた。

具体的には、有限温度でのMCおよびMDシミュレーションによって、剛性率を標準的なゆらぎの公式（線形応答理論）に基づいて測定し、その $T \rightarrow 0$ 極限をとる解析を行った。その結果、系の強結合方向に位相勾配をつける操作に対する剛性率は有限になるのに対し、系の弱結合方向についての剛性率は、 $T=0$ でも0になることがわかった。

(1)の解析では、外部電流によって駆動された系の定常状態を調べたが、これは電流方向への位相勾配を、一定速度で時間的に増大させてゆく事に他ならない。これに対し、この(2)での解析は、微小な位相勾配を「静的」に掛けている。このように、(1),(2)の解析はともに、特定の方向への位相勾配をつける摂動に対する、動的ないし静的応答を見ていることになる。

この2つの解析から、異方的かつ非整合な磁場中ジョセフソン接合配列は、外部電流に対して極めて特異的な応答を示すことが結論される。すなわち、強結合方向の電流に対しては、散逸のない巨視的な超伝導体として振る舞い、一方、弱結合方向の電流に対しては、常伝導体として振る舞う。言い換えると、シア（剪断）方向、すなわち位相勾配をかける方向によって、固体的（超伝導）にも、液体的（常伝導）にも振る舞うのである。

(3) 「異方性の強い極限」：磁束ストライプとそのうねり、Hull関数の解析性とスライディング・モード（文献 [2]）

次に、(1),(2)の数値解析の結果明らかになったこの系の特異な動的、静的性質を、理論的に理解する試みを始めた。そのために、Frenkel-Kontorova 模型など、1次元模型で

知られていた、Hull関数の方法を、2次元系であるジョセフソン接合配列系に拡張する試みを行った。1次元系のHull関数は、非整合な基底状態、およびそこからスライディング、さらには摩擦転移の臨界現象を記述する上で非常に強力なツールであることがこれまでの研究によって知られていた。

具体的には、まず、異方性の強い極限からの $1/\lambda$ 展開によって、基底状態のHull関数をあらわに構成する解析を試みた。その結果、各格子点でのジョセフソン電流のバランス条件を満たす状態を確かに構成できることがわかった。さらにエネルギー最小化を行うことにより、基底状態を求めることができた。

この解析によって得られた、異方性の強い領域での基底状態は、vortexが弱結合方向に数珠つなぎになった、ある種のストライプ状態であることがわかった。この基底状態は、数値的に求めた基底状態と正確に一致することを確かめた。

さらにこのHull関数の解析を進めることにより、次のような2つの興味深い性質[A][B]が明らかになった。

[A]基底状態のストライプ構造に対し、強結合方向の「うねり」を加えたような励起状態が、基底状態の上にギャップのない、連続的なエネルギー・バンドを形成していることがわかった。

重要な点は、これらの「うねった」励起状態が、いずれも各格子点でのジョセフソン電流のバランスを満たしており、「準安定状態」になっている、ということである。すなわち、これらの「うねった」ストライプ状態が、ストライプが真つすぐに伸びた基底状態に断熱的に緩和することはない。実際、数値シミュレーションを行うと、このような「うねり」を持った準安定状態にある系は、そこに非常に長時間にわたってトラップされていることがわかった。この「うねり」を凍結させるメカニズムは、1次元極限の摩擦模型にはないものであるが、自発的な乱れを凍結させておく、ある種の「ガラス的」なメカニズムがこの系に存在することを強く示唆している。

[B]基底状態、および上記の「うねり」をもった励起状態は、いずれも、それぞれのvortexのパターンを凍結させたまま、エネルギー変化なしに、強結合方向にそのままスライディングさせるような、ソフトモードを持つことが明らかになった。これは、Hull関数が解析的で、ギャップを持たないことになっている。一方、弱結合方向にスライディングさせるソフトモードは存在しないこともわかった。後者はHull関数がギャップを持つ事から示される。

ある方向へのvortexのスライディングは、位相で表示すると、それと直交する方向に位相勾配をつけてゆくことに対応する。このこ

とから、(1), (2)の数値計算によって得られていたこの系の特異な電流応答（位相勾配をつける摂動への応答）のメカニズムを理解することができた。

(4) 「異方性の弱い極限」: Hull 関数の解析性の破れとジャミング転移（文献 [1]）

上記の(3)の解析は、異方性の強い極限からの $1/\lambda$ 展開によっており、そのままでは(1), (2)の数値解析によって示唆されていた $\lambda \rightarrow 1$ での臨界現象を理解することができない。そこで、摂動論を超えて、Hull 関数を非摂動的に構成する数値解析の方法の構築を試みた。この方法は、(3)の摂動論的アプローチの自然な拡張になっている。

具体的な解析の結果、異方性の弱い領域、 $\lambda \rightarrow 1$ 極限を含めて、この系の基底状態を求めることができた。この結果によると、異方性を弱めてゆくと、基底状態における vortex ストライプの伸びる方向の角度が、次第に斜め 45 度付近に近づいてゆくことがわかった。これが実際に基底状態になっていることは、MD シミュレーションとの比較で確認した。

さらに、この基底状態、およびその上に連続的なエネルギー・バンドを形成する準安定状態の Hull 関数が、異方性を弱めてゆくと次第に解析性が弱くなり、 $\lambda \rightarrow 1$ 極限では無数の不連続点を持つようになることがわかった。これは、 $\lambda \rightarrow 1$ 極限でスライディングモードが破綻し、ジャミング転移が起こる事を意味する。さらに、Hull 関数のパワースペクトラムの解析により、 $\lambda \rightarrow 1$ 極限で発散する長さスケールを発見することができた。これらの結果は、(1)(2)の解析得られた臨界現象のメカニズムを明らかにしている。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 4 件）

[1] Tomoaki Nogawa, Hajime Yoshino and Bongsoo Kim, “Transition by breaking of analyticity in the ground state of Josephson junction arrays as a static signature of the vortex jamming transition”, Phys. Rev. E 105, 257004 (2012). (査読有)

[2] Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “From the Frenkel-Kotrova model to Josephson junction arrays - the Aubry’s transition as a jamming-glass transition”, Prog. Theo. Phys. Supplement 184, 53 (2010). (査読有)

[3] Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and

Bongsoo Kim, “Vortex solid phase with frozen undulations in superconducting Josephson - junction arrays in external magnetic fields”, Phys. Rev. Lett. 105, 25700 (2010). (査読有)

[4] Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “Vortex Jamming in superconductors and granular rheology”, New Journal of Physics 11, 013010 (2009). (査読有)

〔学会発表〕（計 16 件）

(1) Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim,

“Anomalous statics and rheology of a two-dimensional irrationally frustrated crystal”, French-Japanese meeting on Jamming and Phase Transitions (2011.12.08, Inst. Henri Poincare, Paris, France, 招待講演)

(2) 吉野 元, 能川 知昭, Bongsoo Kim 「磁場中ジョセフソン接合配列における磁束ストライプの形成とそのスライディング・ジャミング（シンポジウム「量子渦糸・密度波系のダイナミクスー多様性と普遍性ー）」日本物理学会（2011年9月22日、富山大学、招待講演）

(3) 吉野 元, 能川 知昭, Bongsoo Kim 「無理数 filling Josephson 接合配列における磁束ストライプとその自発的乱れ」、渦糸物理国内研究会（2010年12月3日、日本原子力研究開発機構システム計算科学センター）

(4) 能川 知昭, 吉野 元, Bongsoo Kim, 「無理 filling Josephson 接合配列における Aubry 転移」、渦糸物理国内研究会（2010年12月3日、日本原子力研究開発機構システム計算科学センター）

(5) Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “Sliding and jamming of undulated vortex stripes in a frustrated Josephson junction array”, International workshop “Recent Progress in Physics of Dissipative Particles” (2010.11.24, 京都大学基礎物理学研究所)

(6) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「異方的ジョセフソン接合配列における磁束ストライプの形成とその自発的乱れ」日本物理学会 (2010年9月23日、大阪府立大学)

(7) 能川知昭、吉野元、 Bongsoo Kim, 「結合異方性のあるジョセフソン接合配列の基底状態」, 日本物理学会(2010年9月24日、大阪府立大学).

(8) Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “Self-generated randomness in a highly frustrated Josephson junction array”, The 5th International Conference on Highly Frustrated Magnetism (2010.08.02, Johns Hopkins Univ., Baltimore, U.S.A).

(9) Tomoaki Nogawa, Hajime Yoshino and Bongsoo Kim, “Coupling anisotropy effect in irrationally frustrated XY model”, Statphys Hong Kong, Hong Kong Baptist Univ., 14th July 2010.

(10) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「ジョセフソン接合配列における磁束のジャミング・ガラス転移 - 粉体におけるジャミング転移との類似性」計算粉体力学研究会 (2009年12月8日、同志社大学今出川キャンパス)

(11) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「磁場中ジョセフソン接合配列での摩擦転移」摩擦の科学2009 (2009年12月4日、名古屋国際会議場)

(12) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「磁場中ジョセフソン接合配列におけるフラストレーションとジャミング・ガラス転移」第17回磁束線物理国内会議 (2009年12月1日、大阪府立大学中之島サテライト)

(13) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「フラストレートした異方的ジョセフソン接合配列における磁束ストライプ・ガラスとソフトモード」日本物理学会 (2009年9月26日、熊本大学)

(14) Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “From the Frenkel-Kontorova model to Josephson junction arrays - the Aubry’s transition as a Jamming-glass transition”, YKIS2009 “Frontiers in Nonequilibrium Physics”, (2009.07.24, 京都大学基礎物理学研究所)

(15) 吉野 元、能川 知昭、 Bongsoo Kim
「フラストレートしたジョセフソン接合配列におけるスメクティック磁束ストライプとそのスライディング」トピカルミーティング「フラストレーションとカイラリティ」 (2009年7月3日、メーブル有馬)

(16) Hajime Yoshino, Tomoaki Nogawa and Bongsoo Kim, “Vortex stripes and jamming in a geometrically frustrated Josephson junction array ”, Euro-Japan Frustration 2009, (2009.05.12, Ecole Normale Supérieure de Lyon, リヨン、フランス)

[その他]

ホームページ等

<http://thmat8.ess.sci.osaka-u.ac.jp/~yoshino/Research>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉野 元 (Yoshino Hajime)

大阪大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：50335337

(2) 研究分担者

能川 知明 (Nogawa Tomoaki)

東京大学・大学院工学系研究科・特任研究員

研究者番号：00399982