

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 11 日現在

機関番号：32621
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2009～2011
 課題番号：21560070
 研究課題名（和文）拡張有限要素法（X-FEM）による疲労き裂進展シミュレーションの実用化
 研究課題名（英文）Practical realization of fatigue crack propagation simulations using the extended finite element method (X-FEM)
 研究代表者
 長嶋 利夫（NAGASHIMA TOSHIO）
 上智大学・理工学部・教授
 研究者番号：10338436

研究成果の概要（和文）：拡張有限要素法（XFEM）の定式化に基づき応力解析プログラムを開発した。開発プログラムは、従来の FEM 解析で用いられるソリッド要素やシェル要素にヘビサイド関数や漸近解基底関数を拡充することにより、要素形状と独立にき裂形状を定義できる。さらに XFEM 解析プログラムの実行を制御することにより、き裂進展解析が容易に実行可能となった。開発手法を金属材料や複合材料構造のき裂解析、疲労き裂進展解析に適用し妥当な結果を得た。

研究成果の概要（英文）：Stress analysis codes based on the formulation of the extended finite element method (XFEM) have been developed. In the codes, solid and shell elements utilized in conventional finite element analyses are enriched through the Heaviside step function and the asymptotic basis functions, and consequently the crack geometry can be modeled independently of the finite elements. Moreover, crack propagation analyses can be performed easily by controlling execution of the developed XFEM codes. The codes were applied to crack and fatigue crack propagation analyses of metal and composite structures, and appropriate results were obtained.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,900,000	570,000	2,470,000
2010 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎、工学基礎

キーワード：計算力学

1. 研究開始当初の背景

疲労は機械構造物の破壊原因の 7～8 割を占めるといわれており、この現象を解明し構造物の安全性管理、損傷許容設計に役立てることは非常に重要である。とくに昨今は、環境問題などを配慮して機械構造物の軽量化、合理化が求められているが、疲労き裂進展現象を明らかにし合理的な構造設計をすることは重要な技術的課題となっている。実

構造物における疲労き裂進展量を評価するために、疲労試験によって得られる疲労き裂進展則が用いられる。

例えば次式のようなパリス則が用いられる。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

da/dN ：き裂進展速度、

ΔK ：応力拡大係数範囲、 C, m ：定数

このように疲労き裂進展則においては、一般にき裂進展速度と応力拡大係数などの破壊力学パラメータとが関連付けられるので、任意形状のき裂を含む構造物中の応力解析を実施し、き裂先端での破壊力学パラメータを精度良く評価する必要がある。

現状の実務における構造物の疲労き裂進展解析は、比較的単純なき裂形状（例えば、半楕円形状）や荷重条件に対する応力拡大係数の理論解や数値解を数表にしたものを用いた簡易的な方法により実施されている。一方、最近の有限要素法(FEM)による応力解析技術の進歩および計算機性能の向上を勘案すると、FEMによる数値モデルを直接利用した疲労き裂進展解析の実施が望まれている。しかしながら、産業界に普及している応力解析システムを用いても、構造物内部を進展するき裂形状をモデル化することは依然として困難である。なぜなら、き裂形状は CAD データで直接表現されるものではなく、また、き裂が進展するたびに自動要素分割プログラムを起動してメッシュ分割する必要があるからである。このようなことが、FEM モデルを直接利用した疲労き裂進展解析を実用化の妨げとなっている。

一方、最近、計算力学の研究において、新たな成果が生まれ始めている。FEM に基づく応力解析の枠組みにおいて、損傷や欠陥などに起因する変位場の不連続性を有限要素メッシュと独立に内挿関数で直接表現できる拡張有限要素法 (the eXtended Finite Element Method: X-FEM) と呼ばれる解析手法が提案されている。X-FEM を用いることにより、構造物内部の欠陥や損傷のモデル化を、従来の FEM と比較して容易に行うことが可能となる。

このような特長を有する X-FEM は、前述したような構造物の疲労き裂進展解析を効率的に実施するために極めて有効な方法であると考えられる。これまで X-FEM によるき裂解析についての研究論文は多数発表されているが、X-FEM を構造設計において汎用的な方法とするためには解析の信頼性を向上させる必要がある。そのため、拡充節点の分布、拡充関数の種類、エネルギー解放率などの破壊力学パラメータの評価方法、レベルセット法によるき裂形状のモデル化方法などについて、さらなる検討が必要である。

2. 研究の目的

本研究は、き裂形状を有限要素メッシュ分割と独立にモデル化することができる拡張有限要素法 (X-FEM) を用いた疲労き裂進展解析を実用化し、実構造物の疲労評価に適用することを目的とする。

本研究では、X-FEM による疲労き裂進展シミュレーションを安定にかつ効率的に実

施するために、X-FEM によるき裂解析手法を詳細に調査し、き裂の妥当なモデル化方法を追及する。研究においては、X-FEM 解析に固有な処理を行う部分については解析者が自由に数式やアルゴリズムを反映できるような解析プログラムを開発整備し、X-FEM 解析結果に影響を与える様々な因子を効率的に検討することにより、X-FEM による疲労き裂進展解析の適切なモデル化手法を提案する。また提案手法に基づいた解析ソフトウェアを開発し、それを用いて様々な構造物の疲労き裂進展解析を実施し、その結果を従来の簡易評価法による結果や実験結果と比較し、その妥当性を検証する。

3. 研究の方法

X-FEM によるき裂のモデル化、疲労き裂進展解析手法についての最新の文献調査を実施するとともに、二次元、三次元 X-FEM 解析のプログラムを開発し、検証解析を実施する。

(1) 文献調査

X-FEM によるき裂のモデル化手法や疲労き裂進展解析の実施事例を記載した文献を調査し整理する。

(2) X-FEM 基本プログラムの整備

研究代表者らがこれまで開発した二次元、三次元 X-FEM 解析の基本プログラムをもとにして、X-FEM 解析に関わる様々な計算条件（拡充節点の分布、拡充関数の定義、数値積分法、領域積分法など）を詳細に調べることができるようにプログラムを改良する。開発言語はC言語とする。

(3) 開発プログラムの検証

参照解が既知であるき裂問題を設定し、開発プログラムの検証を行う。

(4) き裂形状のモデル化手法の検討

レベルセット法によるき裂形状の表現方法および更新方法について検討し、現状の進展解析プログラムを改良するための、プログラム設計を行う。

(5) X-FEM 解析プレポストプロセッサの設計

開発整備する X-FEM 解析プログラムのプレ処理（き裂のモデル化）およびポスト処理（解析結果の可視化）を実施するためのプレポストプロセッサの設計を行う。

(6) 弾性体中のき裂進展解析への適用

開発整備プログラムを用いて、弾性体中の疲労き裂進展解析を実施する。得られた結果を公表された実験結果や簡易評価方法による結果と比較する。

(7) 複合材料積層板中のはく離進展解析への適用

開発整備プログラムを用いて、複合材料積層板中のはく離解析および疲労はく離解析を実施する。

4. 研究成果

(1) X-FEM解析手法の定式化

①二次元き裂問題

図1に示すような二次元空間内にある解析領域において、き裂近傍にある3節点三角形一次要素内の位置 \mathbf{x} における変位場 \mathbf{u}^h を次式で近似する。

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I \mathbf{u}_I + \sum_{I \in \mathbf{C}} L_I \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\bar{r}, \bar{\theta}) \mathbf{a}_I^k + \sum_{I \in \mathbf{J}} L_I H(\bar{\phi}(\mathbf{x})) \mathbf{b}_I \quad (1.a)$$

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I \phi_I \quad (1.b)$$

$$\bar{\psi}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^3 L_I \psi_I \quad (1.c)$$

$$\bar{r} = \sqrt{\bar{\phi}(\mathbf{x})^2 + \bar{\psi}(\mathbf{x})^2} \quad (1.d)$$

$$\bar{\theta} = \tan^{-1}\left(\frac{\bar{\psi}(\mathbf{x})}{\bar{\phi}(\mathbf{x})}\right) \quad (1.e)$$

ここに、 L_I は三角形の面積座標、 \mathbf{C} はき裂先端近傍の変位場の漸近特性を考慮する節点の集合、 \mathbf{J} はき裂周辺の変位の不連続性を考慮する節点の集合、 \mathbf{u}_I , \mathbf{a}_I^k , \mathbf{b}_I は節点自由度ベクトルであり、 $\mathbf{C} \cap \mathbf{J} = \emptyset$ である。 ϕ はき裂線に関する符号付き距離関数、 ψ はき裂先端においてき裂線に垂直な直線に関する符号付き距離関数である。 γ_i ($i=1, 2, 3, 4$)は、き裂先端の変位場の漸近解を表す基底関数で次式で定義される。

$$\gamma_1 = \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \gamma_2 = \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2)$$

$$\gamma_3 = \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta, \gamma_4 = \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta$$

ここに r , θ はき裂先端位置を原点とする極座標である。

$H(x)$ はき裂近傍での変位の不連続を表すヘビサイド関数であり、次式で定義される。

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

②三次元き裂問題

図2に示すような三次元空間内にある解析領域において、平面状のき裂面近傍にある8節点六面体一次要素内の位置 \mathbf{x} における変位場 \mathbf{u}^h を次式で近似する。

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^8 N_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I + \sum_{I \in \mathbf{C}} N_I(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\bar{r}, \bar{\theta}) \mathbf{a}_I^k + \sum_{I \in \mathbf{J}} N_I(\mathbf{x}) H(x_3) \mathbf{b}_I \quad (4.a)$$

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^8 N_I \phi_I \quad (4.b)$$

$$\bar{r} = \sqrt{x_3^2 + \bar{\phi}(\mathbf{x})^2} \quad (4.c)$$

$$\bar{\theta} = \tan^{-1}\left(\frac{x_3}{\bar{\phi}(\mathbf{x})}\right) \quad (4.d)$$

ここに ϕ はき裂前縁についての符号付き距離関数であり、図2に示すように ϕ の絶対値は、任意の点からき裂面(x_1 - x_2 平面)への投影点とき裂前縁との距離である。また、その符号はき裂面に対する位置を表し、投影点がき裂面内にある場合には負であり、リガメントにある場合には正となる。式(4.a)においては二次元き裂問題の場合と同様に式(2)で表わされるような二次元等方性均質材中のき裂先端近傍の漸近解を再構成できる基底関数が用いられる。

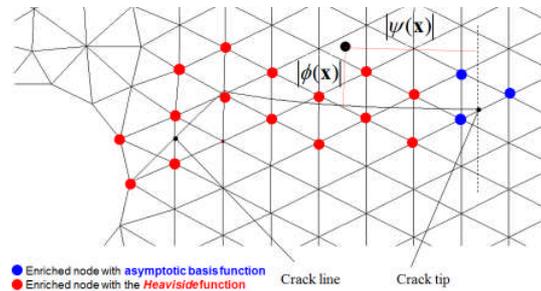


図1 二次元XFEMにおけるき裂線のモデル化

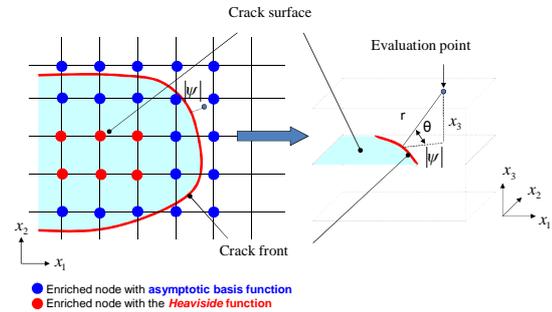


図2 三次元XFEMにおける平面き裂のモデル化

(2) 領域積分法による J 積分の評価方法

①二次元き裂

二次元問題におけるき裂先端の J 積分の領域積分表示式は次式で与えられる。

$$J = \iint_A \left(\tilde{\sigma}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} - w \frac{\partial q}{\partial x_1} \right) dA \quad (5)$$

ここに $\tilde{\sigma}_{ij}$, $\tilde{\epsilon}_{ij}$, \tilde{u}_i は、それぞれ局所座標系で表わした応力、ひずみ、変位であり、 w はひずみエネルギー密度、 q はき裂先端で1、積分領域周辺で0となる関数である。積分領域 A として、き裂先端を中心とした適当な半径(メッシュサイズに3-5倍程度)を有する円を設定し、その円内に節点を有する要素の集合を積分領域とする。

②三次元き裂

三次元問題におけるき裂先端の J 積分の領域積分表示式は次式で与えられる。

$$\bar{J} = \iiint_V \left(\tilde{\sigma}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}_j} - w \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}_1} \right) dV \quad (6.a)$$

$$J_{ave} = \bar{J} / \int_I q dl \quad (6.b)$$

ここで、 V は積分領域 l は積分領域内部におけるき裂前縁に沿った長さである。局所座標系はき裂前縁上の評価点を原点とし、き裂面に垂直に局所3方向、き裂面内においてき裂前縁方向に局所1方向、それに垂直に局所2方向をとる。 n_i は局所座標系で表わした法線ベクトルである。積分領域として評価点を中心とし主軸方向が $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ 方向となる直方体領域を設定する。重み関数 q として次式で表わされる関数を用いる。

$$q(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) = \left(1 - \frac{2\tilde{x}_1}{L_1} \right) \left(1 - \frac{2\tilde{x}_2}{L_2} \right) \left(1 - \frac{2\tilde{x}_3}{L_3} \right) \quad (7)$$

ここに L_1, L_2, L_3 は、局所座標系 $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ 方向に沿った直方体の辺の長さである。

(3)開発プログラム

前述したような定式化に基づく二次元X-FEM解析プログラムXT2D、三次元X-FEM解析プログラムXSOLID、さらにはシェル要素を用いたX-FEM解析プログラムXSHELLを開発した。これらのプログラムを用いれば、き裂やはく離形状を有限要素メッシュと独立に定義し応力解析の実施およびき裂先端でのエネルギー解放率や応力拡大係数を評価が可能となる。さらにこれらのX-FEM解析プログラムの実行を制御することにより自動き裂進展解析が実現する。本研究における開発コードの概要を表1に示す。

表1 本研究で開発したXFEMコード

Code name	XT2D	XSOLID	XSHELL
Development Language	ANSI-C	←	←
Analysis type	Elastostatic	Elastostatic, Natural frequency, Buckling	←
Element type	3-node triangle element (Plane strain/stress Asymmetric)	8-node hexahedral solid element with/without incompatible modes laminated solid element	4-node quadrilateral shell element (MITC4) 3-node triangular shell element (MITC3)
Fracture Mechanics Parameters	Energy Release Rate Stress Intensity Factor	Energy Release Rate	N/A

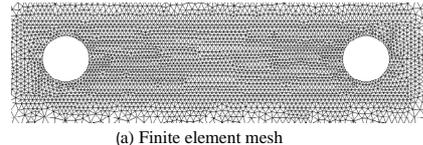
(4)解析事例

以下、開発コードを用いて実施した代表的な解析例を示す。

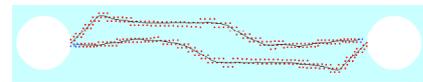
①円孔を有する平板のき裂進展解析

一様引張り荷重を受ける半径1.98 mmの二つの円孔を有する正方形板（ヤング率206 GPa, ポアソン比0.3）のき裂進展解析を実施す

る。円孔内側の応力集中部に長さ2.54mmの45度、-45度方向の初期き裂を設定し、き裂進展解析を実施した。解析に用いた有限要素メッシュ（総節点数：4626、総要素数：9074）を図3(a)に示す。ここでは計算手順を検証することを目的とし、一計算ステップあたりのき裂進展量を0.5mmと固定し、40ステップの進展計算を実施した。図3(b)にX-FEM解析によるき裂進展経路を拡充節点分布と共に示す。このようにX-FEMを用いるとメッシュ再分割をせずにき裂進展解析を実施できる。



(a) Finite element mesh



(b) Crack paths obtained by the crack propagation analysis using XFEM

● Enriched node with asymptotic basis function
● Enriched node with the Heaviside function

図3 円孔つき平板のき裂進展解析

②金属材料の疲労き裂進展解析

図4に示すような一様引張荷重を受ける半円き裂つき平板問題を対象として疲労き裂進展解析を実施した。材料は炭素鋼（ヤング率210 GPa, ポアソン比0.3）を想定し、中央部に半径5mmの半円き裂を設定する。対称性を利用して、解析領域の1/4領域を六面体、五面体、四面体1次要素でモデル化し、X-FEM解析を実施した。最大応力200 MPa, 最小応力0 MPaとなるような応力比0の繰り返し引張荷重を想定し、パリス則（ $C=1.0549 \times 10^{-13}$, $m=3.07$ ）に基づく疲労き裂進展解析を行い、その結果をRaju-Newmanの解を用いた簡易的な進展解析結果と比較して図5に示す。X-FEMによるき裂進展量はRaju-Newmanの解よりも若干小さめになるものの、ほぼ整合した結果を与える。六面体、五面体、四面体1次要素によるX-FEM解析結果にはわずかな差異が認められる。

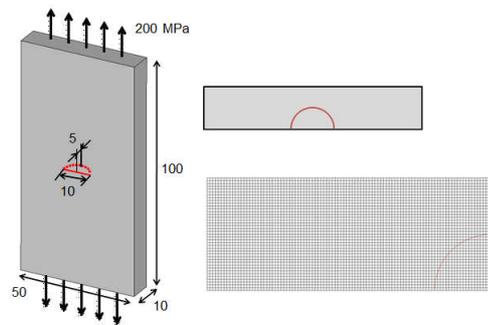


図4 半円き裂付き平板の疲労き裂進展解析

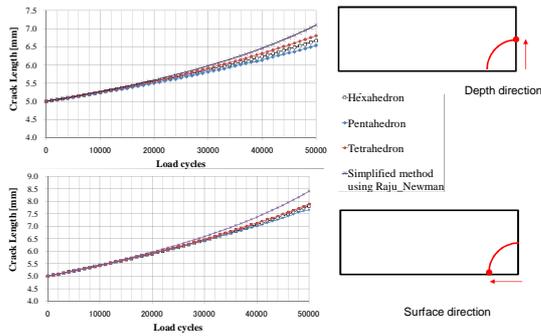


図5 半円き裂付き平板の疲労き裂進展解析結果

③CFRP 複合材料の疲労はく離進展解析

複合材料積層板のモード I の靱性値を評価するための規格化された DCB (Double Cantilevered Beam) 試験に用いる試験片を対象として、X-FEM による疲労はく離進展解析を実施した。解析対象とする DCB 試験片は、長さ 150 mm、幅 25 mm、厚さ 3 mm の単層板であり、中央部に初期はく離が設定されているものとする。試験片の材料として、繊維強化複合材を想定し直交異方性材料 ($E_L=142$ GPa, $E_T=10.8$ GPa, $G_{LT}=5.49$ GPa, $G_{TT}=3.72$ GPa, $\nu_{LT}=0.3$, $\nu_{TT}=0.45$) の物性値を用いる。初期はく離の前縁形状として直線を設定し、荷重制御した場合はく離の進展解析を実施する。繰り返し荷重は 1000 サイクル付加するものとする。1 回の計算あたり 1000 サイクル, 100 サイクル, 10 サイクル計算して、はく離進展シミュレーションを実施した場合の繰り返し回数とき裂先端の位置の関係を図 6 に示す。はく離の前縁形状が曲率を持ちながら進展していく様子が模擬できている。

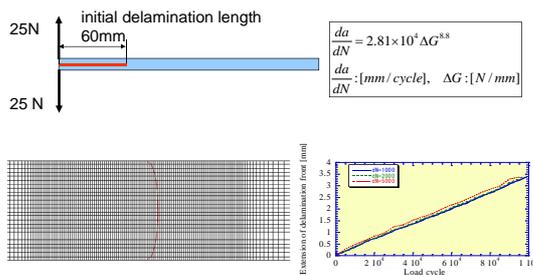


図6 CFRP 材の DCB 試験片の疲労はく離進展解析

④CFRP 補強板のはく離解析

図 7 に示すような CFRP 補強板を解析対象とした応力解析を実施した。補強板は、スキン、フランジ、ウェブから構成されている。補強板の中央のフランジとスキンの接着面に短半径 15mm、長半径 20mm~35mm の半楕円形状のはく離を想定し、補強板の一边を完全固定し、その対辺に圧縮の強制変位を加える。

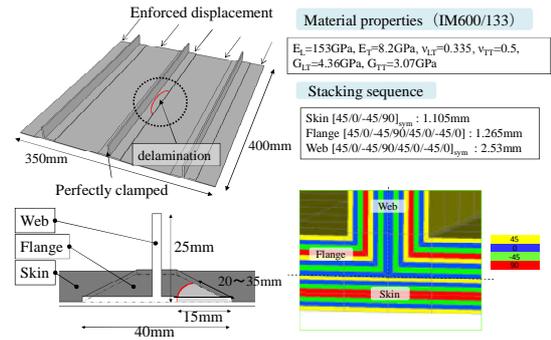


図7 CFRP 補強平板

X-FEM を用いてはく離をモデル化する場合、はく離形状と独立にメッシュを設定できるので格子状のモデルを用いることができる。

CFRP 積層板のモデル化において、図 8 に示すように、ソリッド要素 (Solid)、積層ソリッド要素 (Lam/Solid)、シェル要素 (Shell) が利用可能である。本研究では非適合モードを導入した 8 節点 6 面体一次要素、シェル要素として、4 節点アイソパラメトリックシェル要素を用いる。図 9 に座屈固有値解析に用いる有限要素モデルを示す。はく離の長半径が 35mm の場合の一次の座屈モードを図 10 に示す。図 11 にはく離の長半径を変化させたときの座屈変位量、表 2 に Solid, Lam/Solid, および Shell を比較した解析結果を示す。Solid を基準とすると、Lam/Solid は差異が 1.5% 以内、Shell は差異が 6% 前後の結果が得られ、解析時間は、Lam/Solid が 81%、Shell が 96% 削減している。Shell は解析時間を大幅に短縮できるものの、Solid モデルとの差異が大きくなる。

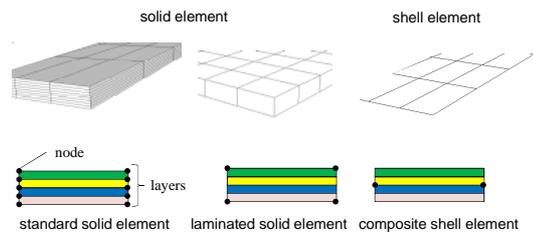


図8 積層板のモデル化方法

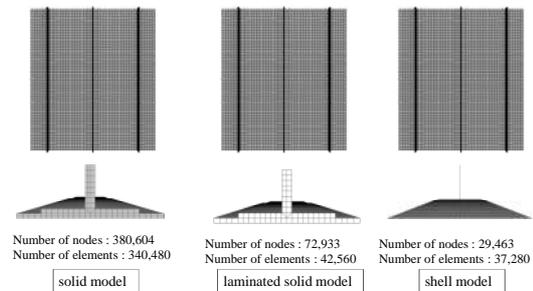


図9 積層板の有限要素モデル

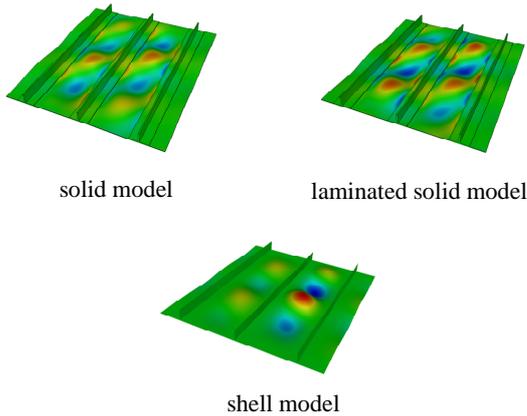


図 10 CFRP 補強平板の一次の座屈モード

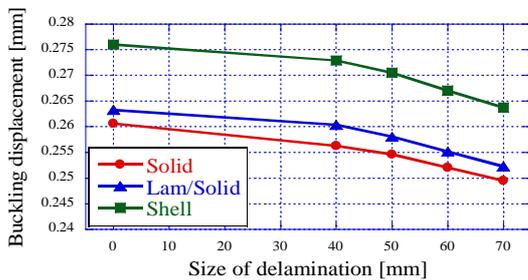


図 11 CFRP 補強平板の一次の座屈変位とはく離径との関係

表 2 座屈固有値解析の結果の要約

Model type	Solid	Lam/Solid	Shell
Number of nodes	380,604	72,933	29,463
Number of elements	340,480	42,560	37,280
Number of eigenvalues to obtain	2	2	2
1 st buckling displacement [mm] (difference [%])	0.2459	0.2523 (1.10%)	0.2637 (5.67%)
CPU time [s]	10,720	1,996 (81%↓)	413 (96%↓)

Computational environment

CPU : Quad-Core Xeon 2.66GHz (X5550) 2CPU Memory : 48GB
 Compiler : Intel C compiler Version 11.0 OS : Redhat ELWS4
 Library : Intel Math Kernel Library Version 11.0

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Nagashima, T., Suemasu, H., X-FEM analyses of a thin-walled composite shell structure with a delamination, Computers and Structures, 88(2010) 549-557.(査読有)
- ② 近藤篤史, 末益博志, 青木雄一郎, 長嶋利夫, 任意のモード II と III の混合モード下での剥離進展解析に

有効な結合力要素モデル化, 日本機械学会論文集, A(2010), 76-765, 557-563. (査読有)

[学会発表] (計 15 件)

- ① 長嶋利夫, XFEM 解析における「TIP 要素」に関する考察, 第 24 回計算力学講演会, 2011/10/8, 岡山市.
- ② Nagashima, T., Stress analysis of a CFRP stiffened panel with a delamination by XFEM, XFEM2011, 2011/7/1, Cardiff, United Kingdom.
- ③ 川本裕貴, 長嶋利夫, CFRP 補強板の X-FEM 応力解析, 第 23 回計算力学講演会, 2010/9/25, 北見市.
- ④ 長嶋利夫, シェルモデルに対する X-FEM 応力解析における拡充関数, 第 23 回計算力学講演会, 2010/9/23, 北見市.
- ⑤ Nagashima, T., Suemasu, H., Stress analyses of a CFRP stiffened panel with a delamination by X-FEM using shell elements, 9th World Congress on Computational Mechanics/ 4th Asian Pacific Congress on Computational Mechanics, 2010/7/22, Sydney, Australia.
- ⑥ Nagashima, T., X-FEM analyses of a CFRP stiffened panel with a delamination, International Workshops on Advanced in Computational Mechanics (IWACOM2), 2010/3/30, Yokohama, Japan.
- ⑦ Miyanishi, H., Nagashima, T., Suemasu, H., Modeling of a delamination of bonded thin-walled structures using X-FEM, the 11th Japan international SAMPE symposium (JISSE-11), 2009/11/25, Tokyo, Japan.
- ⑧ 長嶋利夫, はく離を有する薄肉シェル構造の X-FEM 解析 (第 1 部 解析手法), 第 22 回計算力学講演会, 2009/10/11, 金沢市.
- ⑨ Tashiro, Y., Nagashima, T., Development of fatigue crack growth analysis system based on X-FEM, XFEM2009, 2009/9/29, Aachen, Germany.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

長嶋 利夫 (NAGASHIMA TOSHIO)
 上智大学・理工学部・教授
 研究者番号 : 10338436

(2) 研究分担者

末益 博志 (SUEMASU HIROSHI)
 上智大学・理工学部・教授
 研究者番号 : 20134661