

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 22 日現在

機関番号：14301
 研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2009～2011
 課題番号：21560461
 研究課題名（和文） 高速リフティングに基づく制御系設計・解析に関する作用素論的研究とその代数型拡張
 研究課題名（英文） Operator-Theoretic Study on the Synthesis and Analysis of Control Systems via Fast-Lifting and Its Algebraic Extension
 研究代表者
 萩原 朋道 (HAGIWARA TOMOMICHI)
 京都大学・大学院工学研究科・教授
 研究者番号：70189463

研究成果の概要（和文）：

デジタル機器を用いた制御系や物質・情報・エネルギー等の移動を伴う制御系に対する高度の設計や解析を達成するための高速リフティングという基本的考え方について、数学的に作用素理論の観点から考察し、さらに上記とは異なるタイプの制御系へも応用しうるより簡素化した考え方の展開可能性についても検討している。

研究成果の概要（英文）：

The study dealt with a basic tool called fast-lifting that plays a significant role in advanced treatment in the synthesis and analysis of control systems employing digital devices or involving transportation of material, information, energy and so on. It mathematically tackles this tool from an operator-theoretic viewpoint, and further studies extensions of simplified ideas so that they can be applied to other types of control systems.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：高速リフティング、サンプル値系、むだ時間系、モノドロミー作用素、非因果的
 周期時変スケーリング

1. 研究開始当初の背景

制御理論分野の研究において、これまでも作用素論ないし関数解析的な手法を取込むことによってさまざまな発展がなされてきた。当研究代表者もサンプル値制御系の研究にそのような立場から長らく取り組み、その成果の一つとして、リフティング手法に基づく伝達作用素とセパレータの概念などを通したロバスト安定条件を導出していた。

この条件に基づく解析を具体的に行う上でさらに、リフティングに対応した時間区間よりも短い時間区間での新たなリフティングを行うという高速リフティングの着想に至るとともに、それを利用することで非因果的なスケールアップ操作が自然に導入され、そのような考え方による有効な安定解析法が導かれることを示していた。

この高速リフティングの考え方は、サンプル値制御系の解析設計問題を扱う上での難点を回避するために様々な形で利用できるとともに、サンプル値制御系に留まらず、例えばむだ時間制御系の作用素論的な取り扱いにおいても非常に有効に利用できる可能性がある。

一方で、高速リフティングの着想を通して導入された信号の非因果的な操作は、作用素論のような考え方を必ずしも必要とせず代数的な取り扱いが可能な例えば離散時間系においても有効な発展応用が可能と考えられる。

このような背景のもと、以下のような目的で研究を進めることとした。

2. 研究の目的

まず、高速リフティング手法をむだ時間系において活用するための研究の展開について述べる。むだ時間系に対してリフティング手法を適用してその状態遷移を表現することで、モノドロミー作用素と呼ばれる作用素が導かれる。この作用素のスペクトル半径を求めることは、むだ時間系の安定解析に相当する。

(1) そのスペクトルを直接的に求めるためのアプローチにおいては、モノドロミー作用素中に含まれる無限ランク作用素である compression 作用素の取り扱いが問題となる。この難点を回避する上で、これを有限ランク作用素ないしはそれに何らかの意味で近い作用素に近似することが有効である。そのような近似における近似精度を高め、しかもその近似の

ための計算を有限次元の問題として扱う上で、時間区間を等価的に短くしつつも信号の情報を一切失わない高速リフティングの手法を有効活用する。すなわち、高速リフティングに基づく作用素の有限ランク近似問題に取り組む。なお、この有限ランク近似は、むだ時間系のみならずサンプル値制御系の取り扱いにおいても意義深いものとなる。

(2) 一方、スペクトル半径を求めるかわりに、リアプノフ不等式を解くというアプローチが考えられる。ただし、それはモノドロミー作用素に対する不等式であり、解自身も作用素となる。そのような解をパラメータ表示することを通して解を具体的に求める上で、その解作用素が関数空間上の元に施す操作が一般的に非因果的になることに着目すれば、その解を高速リフティングにより自然に導入される非因果的操作と結び付ける形で表現することを考えるのは、自然なアプローチと考えられる。このような形で作用素リアプノフ不等式の解を高速リフティングに結び付けるための枠組みを構築する。

(3) さらに、非因果的操作を離散時間信号に対して行うことで、作用素論的な扱いを要しない代数的な範囲で同様の議論が展開できる。そのような議論は作用素を扱う場合よりも見通しがよいと期待され、そのような場合について議論を深めることは、連続時間信号に対する高速リフティングを活用した研究の発展の方向性を見定める上でも有用であると考えられる。そういった視点からも研究を行う。

3. 研究の方法

前項で述べた各目的に関する課題に取り組むための方法について簡単に述べておく。

(1) 有限ランク近似が意味を持つよう、対象となる compression 作用素はコンパクトであると仮定する。コンパクトでない、すなわち、乗算作用素を含む compression 作用素の場合には、乗算作用素部分は近似せずにそれを除いたコンパクト作用素部分のみを有限ランク近似する。このような近似は準有限ランク近似と呼ぶ。

まず、compression 作用素に対して高速リフティングを施すと、Toeplitz 型の構造が表れ、対角部分は作用素を定義するための時間区間がもとのものよりも短くなった compression 作用素が現れる。上三角部分は 0 となり、下三

角部分は構造的にすでに有限ランクとなっている。したがって、対角部分に現れる新たな compression 作用素を無視すれば、得られる作用素は有限ランクとなる。この無視される compression 作用素のノルムは、高速リフティングのパラメータ N を十分大きくすれば、すなわちもとの時間区間を十分細かく分割すればいくらかでも小さくなる。よって、基本的にはこの対角部分の無視により有限ランク近似が達成できる。ただし、実際には任意の構造の有限ランク作用素によって近似したのでは理論展開上有用でなく、特別な構造の有限ランク作用素の範囲内で近似したい。そのような問題を定式化し、それが行列に関する Parrott の定理を用いて解ける問題となることを示すという方針で研究を進めている。

(2) 作用素リアプノフ不等式の解に関しては、一般化された意味でのサンプルとホールドを高速リフティングの考え方を通して組み合わせた形での非因果的な操作により表現することを考えている。ただし、解作用素の強い意味での正定性を保証するために、解作用素はコンパクト作用素（とくに有限ランク作用素）であってはならない。このため、上記の考え方に沿って構成される作用素に乗算作用素を加えたものを解作用素の構造として考えることとする。すなわち、解構造を乗算作用素と有限ランク作用素の和として表現する。一方、モノドロミー作用素も、それに含まれる compression 作用素の（準）有限ランク近似を通して同様の構造で表現できる。結局、作用素リアプノフ不等式自体がこの構造の作用素の強い意味での正定性条件として近似できる。この不等式を、作用素の真性スペクトルの性質を介して行列の正定性条件に変形して、仮定した解構造をパラメトライズするために用いる行列に関する LMI として最終的に解析問題を定式化する。ただし、ここまでのアプローチはあくまでも近似的な範囲の安定解析に過ぎないことに注意し、有限ランク近似の際の誤差評価を通して、上記の LMI に基づく解析が厳密な解析結果を与えていることを保証するための条件も与える。

(3) 離散時間系に対して限定した非因果的操作に関する研究としては、まずそのような操作を利用したロバスト安定解析のための基盤となる安定条件を導出する。次に、これをもとに制御器設計問題も扱うための方法について検

討する。具体的には、ロバスト安定条件に含まれるセパレータと制御器を交互に最適化することによる繰り返し型の制御器設計法を導く。一方で、この考えた方に基づくロバスト安定解析の特徴をより明確にしていくための研究も行う。すなわち、時間的な非因果的操作が周波数領域での解釈においてもたらす効果をできるだけ詳細に明らかにしていく。

4. 研究成果

テクニカルな内容になるので、詳細は次項目の発表論文に譲ることとするが、一部について、それらとの関係を含めて簡略に紹介しておく。

(1) むだ時間系およびサンプル値制御系に関する研究としては、そのモノドロミー作用素や伝達作用素の取り扱いを厄介なものとしている原因、すなわちこれらの作用素に含まれる無限ランクの compression 作用素の取り扱いについて一定の成果を得た。これを有限ランク作用素で近似することが有効であることはこれまでも示されていたが、むだ時間ないしサンプル周期を h として、関数空間 $L_2[0, h]$ 上の作用素ノルムの意味で近似を行うことはこれまで難しく、より扱いの容易な Hilbert-Schmidt ノルムでの近似が行われてきた。後に掲げる雑誌論文 [4] においては、高速リフティング手法をうまく利用し、作用素ノルムの意味での近似問題を有限次元の近似問題に効率よく（ただし近似的に）変換できることを示している。さらに、この手法を 2 段階に重ねて適用することで、さらに効率よく近似できることを明らかにしている。これにより、むだ時間系やサンプル値制御系を扱う上で共通に利用される基盤的な手法といえるものが整備されたということが出来る。

(2) むだ時間制御系に関しては、その状態遷移をリフティング手法に基づきモノドロミー作用素と呼ばれる作用素で表現することを通して安定判別法を後述の発表論文 [3] において示している。作用素のスペクトル計算を行列の固有値計算で近似する上での理論的根拠を確立するに際して高速リフティングが重要な役割を果たしており、加えてすでに紹介した発表論文 [4] における compression 作用素の近似がむだ時間制御系の取り扱いにおいても大変重要な考え方となることを示したという成果である

といえる。

(3) 作用素のリアプノフ不等式に基づく解析に関しては、学会発表 [3], [4] 等において、すでに述べた方法に沿った成果を得ている。

(4) このように、サンプル値制御系やむだ時間制御系を扱う上で非常に有用な道具立てとして働くことが明らかになった高速リフティングに関して、それ自身のもつ数学的性質を明らかにしておくことは重要である。とくに、ベクトル信号に対する高速リフティングに関して、ベクトルを一括しての高速リフティングと、ベクトルをなす部分ベクトルごとの高速リフティングをあとから束ねたものとの関係がどのように表現されるのか、あるいは、高速リフティングを多段で重ねて適用することを等価的に一段の高速リフティングとしてとらえるに際して必要な注意は何であるのか、といったことは、ブロック対角構造を有する不確かさに対するロバスト安定解析を進める上で極めて重要である。そこで後述の発表論文 [1] においてはそのような議論を押し進めて完全な解答を得た。とくに、ブロック市松対角変換行列やその逆行列であるブロック対角市松変換行列と呼ばれる行列を導入し、それらが持つ代数的な性質を明らかにした。

(5) サンプル値制御系に関しては、これまで非因果的なスケーリング手法に基づき線形な系の場合のロバスト安定性をより厳密に判定することを目指した研究を進めてきた。これに対して、スケーリングを因果的な範囲にむしろ留めることにより、ある種の非線形性を有する場合のサンプル値制御系の安定解析に有用性を発揮することを、後に掲げる発表論文 [5] において示している。

(6) 非因果的な信号操作を代数的な範囲での議論に拡張するという方向に関しては、後述の発表論文 [2],[6],[7] で行った。まず、論文 [7] においてはそのような代数的操作による離散時間制御系のロバスト安定解析のための基盤となる数学的定理を与え、論文 [6] においてはそれを利用することで周期時変制御器によるロバスト安定化問題に取り組んだ。一方、解析に関してさらに論文 [2] で議論を進展させ、非因果的な操作を取込むことが理論的にいかなる優位性をもたらすかに関する研究を今後進めていく上で大きな足掛かりを与えると期待される成果を導いた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

(雑誌論文)(計 8 件)

[1] T. Hagiwara: Block Checker/Diagonal Transformation Matrices, Their Properties, and the Interplay with Fast-Lifting, *International Journal of Systems Science*, Vol. 42, No. 8, pp. 1293–1303 (2011). 査読あり. DOI: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207721.2010.496057>

[2] Y. Hosoe and T. Hagiwara: Properties of Discrete-Time Noncausal Linear Periodically Time-Varying Scaling and Their Relationship with Shift-Invariance in Lifting-Timing, *International Journal of Control*, Vol. 84, No. 6, pp. 1067–1079 (2011). 査読あり. DOI: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207179.2011.591432>

[3] T. Hagiwara and K. Hirata: Fast-Lifting Approach to the Computation of the Spectrum of Retarded Time-Delay Systems, *European Journal of Control*, Vol. 17, No. 2, pp. 162–171 (2011). 査読あり. <http://ejc.revuesonline.com/article.jsp?articleId=16019>

[4] T. Hagiwara, K. Morioka and K. Okada: Quasi-Finite-Rank Approximation of Compression Operators in Sampled-Data Systems and Time-Delay Systems, *International Journal of Control*, Vol. 83, No. 11, pp. 2385–2394 (2010). 査読あり. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00207179.2010.523849>

[5] K. Morioka and T. Hagiwara: Stability Analysis of Sampled-Data Systems with Static Sector Nonlinearities via Causal Linear Periodically Time-Varying Scaling, *SICE Journal on Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 3, No. 4, pp. 260–265 (2010). 査読あり. http://www.jstage.jst.go.jp/article/jcmsi/3/4/3_260/_article/

[6] 細江陽平, 萩原朋道: 離散時間非因果の周期時変スケーリングに基づくロバスト安定化制御器設計, 計測自動制御学会論文集, Vol. 46, No. 4, pp. 219–228 (2010). 査読あり.

http://www.jstage.jst.go.jp/article/sicetr/46/4/46_219/_article/-char/ja

[7] T. Hagiwara and Y. Ohara: Noncausal Linear Periodically Time-Varying Scaling for Robust Stability Analysis of Discrete-Time Systems: Frequency-Dependent Scaling Induced by Static Separators, *Automatica*, Vol. 46, No. 1, pp. 167–173 (2010). 査読あり . DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.automatica.2009.10.019>

他 1 件

〔学会発表〕(計 24 件)

[1] Y. Hosoe and T. Hagiwara: Infinite Matrix Representations of Robust Stability Conditions for Discrete-Time Systems, 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, 2011 年 12 月 13 日 , Orlando

[2] T. Hagiwara: A Note on Separator-Type Robust stability Theorem and Well-Posedness of Linear Time-Invariant Systems, 2011 Australian Control Conference, 2011 年 11 月 10 日 , Melbourne

[3] T. Hagiwara and T. Inui: Monodromy Operator Approach to Time-Delay Systems: Numerical Method for Solving Operator Lyapunov Inequalities, 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2010 年 7 月 7 日 , Budapest

[4] T. Hagiwara: Monodromy Operator Approach to Time-Delay Systems: Fast-Lifting Based Treatment of Operator Lyapunov Inequalities, 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2010 年 7 月 7 日 , Budapest

[5] T. Hagiwara and T. Fujinami: Fast-Lifting Approach to the Computation of the Spectral Radius of Neutral Time-Delay Systems, IFAC Workshop on Time Delay Systems, 2010 年 6 月 8 日 , Prague

[6] T. Hagiwara and K. Hirata: Fast-Lifting Approach to the Computation of the Spectrum of Retarded Time-Delay Systems, European Control Conference 2009, 2009 年 8 月 24 日 , Budapest

他 18 件

6 . 研究組織

(1) 研究代表者

萩原 朋道 (HAGIWARA TOMOMICHI)

京都大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号: 70189463

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし