

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月23日現在

機関番号：33917

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2011

課題番号：21560477

研究課題名（和文）非線形構造を持つロバスト／非線形制御問題のためのロバスト最適化法

研究課題名（英文）Robust Optimization for Robust/Nonlinear Control Problems with Nonlinear Structures

研究代表者

大石 泰章 (Oishi Yasuaki)

南山大学・情報理工学部・教授

研究者番号：80272392

研究成果の概要（和文）：

非線形構造を持つロバスト制御および非線形制御の問題に適用することを念頭に、ロバスト最適化法の理解を深め、その適用範囲を広げ、その制御応用における有用性を示した。すなわち、関数変数を持つロバスト最適化問題の場合にも解の厳密性検証ができるように拡張するとともに、非多項式的なパラメータ依存性を持つロバスト最適化問題のために DC 表現に基づいて漸近的に厳密な解法を開発した。また、クレーンのゲインスケジュールド制御にロバスト最適化法を適用してその実用的有用性を示すとともに、非周期的サンプル値制御系という新しいタイプの制御系についてその解析と設計がロバスト最適化によって行なえることを示した。

研究成果の概要（英文）：

For the application to robust and nonlinear control problems possessing nonlinear structures, robust optimization methods are investigated on their theoretical properties, their applicability, and their usefulness in the control application. In particular, the exactness verification method is generalized for robust optimization problems with function variables. An asymptotically exact method is developed for robust optimization problems with non-polynomial parameter dependence. Gain-scheduled control is considered for a crane with a robust optimization method. Analysis and synthesis of an aperiodic sampled-data control system, which is a new type of control systems, are considered in the framework of robust optimization.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| 2009年度 | 1,300,000 | 390,000 | 1,690,000 |
| 2010年度 | 1,200,000 | 360,000 | 1,560,000 |
| 2011年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,600,000 | 1,080,000 | 4,680,000 |

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御理論

1. 研究開始当初の背景

ロバスト最適化法とは不確かなパラメータに依存する最適化問題を解くための方法

であり、非線形構造を持つ最適化や制御などこれまで系統的なアプローチがなかった問題において有用である。2000年代になって

相次いで発表された2乗和多項式法などのロバスト最適化法は、基本的に近似解法であるが、計算量が大きくなることをいとわなければ、いくらでも近似誤差を小さくできるという漸近的厳密性を持つ。しかし、計算量と近似誤差との関係など方法の理解は未だ不十分であり、現実の問題に適用したとき計算量が実行不可能な程度に大きくならないかなど解明すべき問題も多い。

本研究の研究代表者は科学研究費補助金基盤研究(C) (一般)「非線形構造を考慮したロバスト最適化法とその非線形制御への応用」(2006~2008年度)の補助を受け、自ら開発したロバスト最適化法である行列拡大法を中心にロバスト最適化法の研究を行ない、多くの成果を挙げた。しかし上記の状況に鑑みて研究は道半ばであると感じ、本研究課題を申請するに至った。

2. 研究の目的

本研究の目的は、非線形構造を持つロバスト制御問題/非線形制御問題への応用を念頭に、ロバスト最適化法の理解を深め、実用性の向上を図るとともに、制御応用における有用性を示すことである。

3. 研究の方法

研究は以下の3分野で行なう：

- (1) ロバスト最適化法の構造理解、
- (2) ロバスト最適化法の実用性向上、
- (3) ロバスト最適化法の制御応用。

以下各分野ごとに研究方法を説明する。

(1) ロバスト最適化法の構造理解

行列拡大法や2乗和多項式法のようなロバスト最適化法は近似解法であるが、計算量が大きくなることをいとわなければ、いくらでも近似誤差を小さくできるという漸近的厳密性を持つ。しかも、現実の問題に適用してみると、突然近似誤差が零に近くなるという現象がみられる。これは理論的に興味深く、実用上も意義のある現象であるので、そのメカニズムの理解を深め、どのようなときにこの現象が起きるかを解析する。また、この現象が起き、近似誤差が零に近づいていることを数値的に検証する方法を開発する。

(2) ロバスト最適化法の実用性向上

既存のロバスト最適化法の多くは、対象とするロバスト最適化問題が不確かなパラメータに対して多項式的または有理関数的に依存する場合に有効である。本研究ではこの点を拡張し、一般の非線形なパラメータ依存性を持つロバスト最適化問題にも適用できるような方法を開発する。その際、十分広いクラスの非線形性を扱えること、系統的方法であること、漸近的厳密性が成り立つこと、

などに留意する。

ロバスト最適化法の最大の問題は計算量が大きくなってしまふことなので、解くべき問題の構造を利用していかに計算量を小さくするかが実用上重要である。現実の問題にロバスト最適化法を適用し、現実の問題にどのような構造があり、それをどのように計算量削減に利用できるか研究する。

(3) ロバスト最適化法の制御応用

現実の制御対象のロバスト制御やゲインスケジュールド制御を考え、ロバスト最適化問題に帰着させる解法を試みる。その際、計算量と近似誤差の關係に留意し、現実的な計算量で十分な近似誤差が得られるかどうかを検証する。

また、ネットワーク制御など新しい制御問題に挑戦し、ロバスト最適化法に基づくアプローチを開拓する。

4. 研究成果

本研究の成果は次の4つである：

- (1) 関数変数を持つロバスト最適化問題における厳密性検証、
- (2) DC表現に基づく非多項式的なロバスト最適化問題の解法、
- (3) ロバスト最適化法に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御、
- (4) ロバスト最適化法に基づく非周期的サンプル値制御。

以下順に説明する。

(1) 関数変数を持つロバスト最適化問題における厳密性検証

本研究成果は「3. 研究の方法」で述べた3つの分野のうち、主として「(1) ロバスト最適化法の構造理解」に関わっている。

パラメータ依存 Lyapunov 関数の技術は、ロバスト制御において性能を向上させるために重要であるが、これをロバスト最適化問題に定式化すると、関数変数を持つロバスト最適化問題になる。本研究に先だって実施された科学研究費補助金基盤研究(C)(一般)「非線形構造を考慮したロバスト最適化法とその非線形制御への応用」(2006~2008年度)において、このような問題に適用できるロバスト最適化法を開発していたが、本研究ではこれをさらに推し進めて厳密性検証法を得た。具体的には、もとのロバスト最適化問題の双対最適解と近似問題の双対最適解とを比較し、近似問題の双対最適解がどのような構造を持てばもとの問題の双対最適解を作れるかを調べることで、所望の厳密性検証法が得られる。また、最適解の構造に注意することで、最悪のパラメータを求めることも可能である。

関数変数を持つロバスト最適化問題を解

く際は、関数変数を多項式に限定して限定して有限次元にし、そのうえで通常のロバスト最適化法を適用する。通常のロバスト最適化法と比べて手順が複雑であるが、このような状況でも厳密性検証ができるかということは興味深い問題である。本研究によってこの疑問には肯定的な答えが得られたが、この結果は理論的に意義深いだけでなく実用的にも有用である。実際、未知関数を含む問題を多項式に限定して有限次元化して解くことは広く行なわれており、多項式に限定する際に次数の選択で困ることも多い。本研究の結果はその際の指針になりうるものである。

(2) DC 表現に基づく非多項式的なロバスト最適化問題の解法

本研究成果は、「(2) ロバスト最適化法の実用性向上」および「(3) ロバスト最適化法の制御応用」に関係している。

既存のロバスト最適化法の多くは、ロバスト最適化問題が多項式的または有理関数的なパラメータ依存性を持つ場合に適用できるが、本研究ではこれを拡張し、パラメータ依存性が一般の非線形関数で表わされる場合に適用できるようなロバスト最適化法を開発した。具体的には、パラメータ依存性が DC 表現なる表現を持つ場合を考え、パラメータ依存性の凸な上界と凹な下界を得ることで、もとのロバスト最適化問題の近似問題を得る。上界と下界の選び方には自由度があるが、ある指標に関して最適な選択が可能である。

DC 表現とは、与えられた関数を凸関数と凹関数の和で表わしたものであり、2 階の導関数があるならば DC 表現を持つので、現実の問題に現れる多くの関数は DC 表現を持つ。このように DC 表現という枠組みは十分一般的でありながら、凸関数の強力な性質を使うことができ、そのことが本研究の成果に結びついている。特に上下界を求める系統的方法、上下界の最適化などの結果は理論的意義がある。また以下の(4)で報告する非周期的サンプル値制御の問題は非多項式的なパラメータ依存性を持つロバスト最適化問題に定式化でき、本項のロバスト最適化法を適用することで解くことができる。このことから実用性も十分であることがわかる。

(3) ロバスト最適化法に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御

本研究成果は、「(2) ロバスト最適化法の実用性向上」および「(3) ロバスト最適化法の制御応用」に関わるものである。

ロバスト最適化法の有用性を現実的問題で検証するために、クレーンのゲインスケジュールド制御に適用した。タワークレーンのアームに微小な旋回を加えることによって、

吊り荷ロープの振動を抑制することができ、その際クレーンやロープの動特性はロープ長やロープの起点となるジブの位置によって変わってくるので、これをパラメータと見なし、パラメータに依存したゲインスケジュールド制御を行えば性能を向上させられる。本研究では、ゲインスケジュールド制御器の設計をロバスト最適化問題に定式化し、これを 2 乗和多項式法で解くことで、ゲインスケジュールド制御器を得た。計算時間は実用的な範囲に収まり、得られた制御器は既存の方法で得たゲインスケジュールド制御器よりも良好な性能を示した。制御性能はシミュレーションだけでなく、実機実験によっても確認している。

ロバスト最適化法は理論的には良好な性質を持つが、近似精度を良くしようとすると急激に計算量が大きくなるという性質があり、現実の問題に適用して有効性を調べることは意義がある。本研究では、パラメータの変化を無視する場合と考慮する場合の両方について制御器の設計を行なったが、どちらの場合も実用的時間内に実用的な制御器が得られ、ロバスト最適化法の有効性が確認できた。その一方で、ゲインスケジュールド制御器の次数や 2 乗和多項式の次数の選択には試行錯誤が必要であり、この点に関して系統的方法が必要であると感じた。

(4) ロバスト最適化法に基づく非周期的サンプル値制御

本研究成果は、「(3) ロバスト最適化法の制御応用」に関係する。

サンプル値制御とは、連続時間で動作する制御対象を離散時間で動作する制御器で制御することであり、制御器をコンピュータで実装することの多い現在では、ほとんどの制御系がサンプル値制御系であると言ってよい。サンプル値制御系の設計法は既に確立されているが、それはサンプル時間が一定という仮定のもとでの話である。近年、ネットワーク制御系や組み込み制御系など、この仮定が成り立たない制御系が広く使われるようになってきた。これを踏まえて本研究では、サンプル時間が不確かで一定でない制御系の解析や設計をロバスト最適化問題に帰着して考えた。この場合のロバスト最適化問題は非多項式的なパラメータ依存性を持つ。これを扱うために、パラメータ依存性の低次の項のみ残し高次の項を不確かさとして扱う方法、DC 表現を使う方法の 2 つを提案した。結果は良好であり、非周期的サンプル値制御のベンチマーク問題に適用して既存の方法より優れた結果を得た。

非周期的サンプル値制御については、むだ時間系の制御に帰着する方法、ロバスト制御に帰着する方法など様々なものが提案され

ている。本研究によって、ロバスト最適化に基づくアプローチが有効であることがわかった。本研究では、サンプル時間が短いときの数値的安定性を増すために、システムのデルタオペレータ表現を使った。良好な結果が得られたのはこのことの寄与も大きいと考えられる。

このように多くの成果を得たが、依然として未解決の問題も多い。特に「(3) ロバスト最適化法に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御」で述べたように、2乗和多項式法における多項式の次数の選定は実用上重要であるが、系統的方法がなく、試行錯誤で選定しているのは問題である。これには凸解析における感度解析が有用ではないかと考えており、科学研究費補助金基盤研究(C)(一般)「非線形系・大規模系の制御のための組合せの構造の設計：凸解析と感度解析の利用」(2012~2014年度)にて研究の予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

- ① Y. Oishi and T. Alamo, "Robust semidefinite programming problems with general nonlinear parameter dependence: application of the DC-Representations," in *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, Milan, Italy, August-September 2011, pp. 7939-7944, 査読あり.
- ② H. Fujioka and Y. Oishi, "A switched Lyapunov function approach to stability analysis of non-uniformly sampled-data systems with robust LMI techniques," in *Proceedings of the 8th Asian Control Conference*, Kaohsiung, Taiwan, May 2011, pp. 1487-1491, 査読あり.
- ③ Y. Oishi, "A matrix-dilation approach to robust semidefinite programming and its error bound," *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 3, No. 5, pp. 372-380, 2010, 査読あり.
- ④ Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability and stabilization of aperiodic sampled-data control systems using robust linear matrix inequalities," *Automatica*, Vol. 46, No. 8, pp. 1327-1333, 2010, 査読あり.
- ⑤ Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability analysis of aperiodic sampled-data control systems: an improved approach using matrix uncertainty," in *Proceedings of the 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and*

Systems (MTNS2010), Budapest, Hungary, July 2010, pp. 1147-1152, 査読あり.

⑥ Y. Oishi and H. Fujioka, "Stability and stabilization of aperiodic sampled-data control systems: an approach using robust linear matrix inequalities," in *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*, Shanghai, China, December 2009, pp. 8142-8147, 査読あり.

⑦ Y. Oishi and Y. Isaka, "Exploiting sparsity in the matrix-dilation approach to robust semidefinite programming," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 52, No. 3, pp. 321-338, 2009, 査読あり.

⑧ Y. Oishi, "An asymptotically exact approach to robust semidefinite programming problems with function variables," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 5, pp. 1000-1006, 2009, 査読あり.

⑨ T. Jennawasin and Y. Oishi, "A region-dividing technique for constructing the sum-of-squares approximations to robust semidefinite programs," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 5, pp. 1029-1035, 2009, 査読あり.

⑩ 青木・高見・大石, "2乗和多項式に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御," 計測自動制御学会論文集, Vol. 45, No. 4, pp. 208-214, 2009, 査読あり.

[その他]

ホームページ等

<http://www.seto.nanzan-u.ac.jp/~oishi/papers-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大石 泰章 (OISHI YASUAKI)
南山大学・情報理工学部・教授
研究者番号：80272392

(2) 連携研究者

高見 勲 (TAKAMI ISAO)
南山大学・情報理工学部・教授
研究者番号：20351075
陳 幹 (CHEN GAN)
南山大学・情報理工学部・准教授
研究者番号：00295718
増淵 泉 (MASUBUCHI IZUMI)
神戸大学・大学院システム情報学研究科・准教授
研究者番号：90283150
蛸原 義雄 (EBIHARA YOSHIO)
京都大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：80346080