

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 6 月 11 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009 年度 ～ 2011 年度

課題番号：21560633

研究課題名（和文） 都市・建築空間における障害付き p -センター問題に関する研究研究課題名（英文） An Approximate Solution of p -nodes Problem with Barriers

研究代表者

今井 公太郎（IMAI KOTARO）

東京大学・生産技術研究所・准教授

研究者番号：20262123

研究成果の概要（和文）：本研究では、都市・建築空間において、障害付きの条件で、 p 個の施設を最適に配置する問題を、近似的に解く方法を提案している。多数のランダムな点によるドロネ網上の最短経路距離を計量することにより、一般的な障害付きマルチ・ウェーバー問題をグラフ・ネットワーク上の p -センター/メディアン問題に変換する方法をである。いくつかの基本的なモデルの問題において、厳密解との比較によって、この方法が有効であることを明らかにしたうえで、東京大学駒場 II キャンパスにおける AED の配置問題を事例として、ケーススタディを行っている。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this research is to develop an approximate solution of p -nodes problem with barriers. By measuring the shortest-path distances of a random Delaunay network, we provide the method to convert Multi-Weber Problem with Barriers into practical p -median/ center problem on discrete networks. And, we verify that several simple model problems can be solved by this method. Moreover, we solved Automated External Defibrillator's Locations in Komaba II Research Campus of the University of Tokyo, as a sample Multi-Weber Problem with free-shaped obstacles.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2010 年度	300,000	90,000	390,000
2011 年度	300,000	90,000	390,000
年度			
年度			
総計	2,200,000	640,000	2,840,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：建築学、都市計画・建築計画

キーワード：都市・地域計画

1. 研究開始当初の背景

(1) 計算幾何学分野では、ボロノイ分割やドロネ網といった、領域分割モデルやネットワークモデルは、建築や都市の様々なモデル化を可能にし、多様な条件の配置問題を解析することを可能にしてきた。「地域分析における幾何学的領域モデル」（藤井明）：都市計画 第 126 号、日本都市計画学会、1983 年 5 月）は、日本で最初にボロノイ分割に言

及した論文である。それ以降、われわれの研究グループでは、ボロノイ分割およびドロネ網に関する研究を継続的に行っている。

(2) 近年の研究では、科学研究費補助金 基盤研究(C) 2006-2007 年度「都市・建築空間における障害付きボロノイ問題に関する研究」課題番号:1860592 において、現実の都市や建築への圏域モデルの応用を考慮し、地形

や遮蔽物などが配置されたユークリッド空間とは異なる“障害付”の歪んだ距離空間において、多数の点によるランダムなドロネ網を用いた、ボロノイ図の近似解法を提案し、その精度を評価している。そして、都市・建築の詳細な事象を表現する現実的な圏域分析モデルを提案し、その有効性を確かめている。この成果は、「障害物の配置された平面におけるボロノイ図に関する研究-ドロネ網における最短距離を用いた作図法の提案-」(今井公太郎・藤井明):日本都市計画学会、2007年11月。および、「AED Location in Public Space: A Case Study in Ueno Park Using Voronoi Diagrams with Obstacles」(今井公太郎・藤井明・鍋島憲司):2008年11月において、公表している。

(3) さらに、「重み付けられた領域における制限付きウェーバー問題の近似解法」(今井公太郎・藤井明):日本都市計画学会、2008年度11月では、この方法をさらに発展させて、圏域分析モデルを、配置モデルに展開し、距離が重み付けられた領域における制限付きウェーバー問題を一点問題に限って、近似解法を提案し評価している。

(4) 本研究では、次の段階の課題として、ランダムなドロネ網を用いて、単に最短経路距離を求めるだけでなく、ドロネ網が平面をまんべんなく被覆する性質を用いて、任意の点から他のすべての点への距離の分布を簡単に近似できると考え、障害付きの多点配置問題、すなわち、「複数の施設をどこに配置すればよいか」という一般的な問題の近似解法を提案することを考えた。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、施設配置問題の主要課題の一つである p -センター/メディアン問題において、一般的な“障害付きの空間”における解法を確立することである。都市・建築に存在している様々な障害物を考慮に入れ、適用条件の一般化を図り、距離にも重み付けをすることで、より現実に即した状況を想定したシミュレーション・モデルを構築したうえで、その有効性を検証しようとするものである。

(2) 例えば、AED など緊急的な施設を、公共的な領域に、 p 個配置することを考えるとき、最も不便な利用者の不利益を最小化するように、施設をどのように配置すればよいかという問題に対して、現実の都市空間における配置の提案と評価を行う。

3. 研究の方法

(1) 初年度(2009年度)は、障害付き p -セ

ンター/メディアン問題を解くアルゴリズムを開発している。アルゴリズムは、多くの点によるランダム・ドロネ網 (rDn) によって、平面を被覆した上で、ドロネ網上の点の隣接関係を探索の近傍点と仮定して、この問題を rDn 上の離散的な p -センター/メディアン問題に変換して解く方法としている。

① rDn を用いることによって、平面上の任意の最短経路を簡単に求めることができる。これは、すでに、「都市・建築空間における障害付きボロノイ問題に関する研究」課題番号:1860592により明らかになった成果である。本研究では、この性質を二点間のものと考えず、任意の点から他のすべての間の距離を計量することによって、距離の分布として捉える方法に用いている。この方法についての妥当性は、基本的なモデル上で評価し、良好な結果を得ている。

② p -センター/メディアン問題における解の探索において、焼きなまし法を導入することにより、局所最適解に陥らない工夫を提案している。ボロノイ領域内のメディアン点を探索するために、近傍点における距離の分布を求めている。焼きなまし法における近傍の設定を rDn の隣接関係とみなすことによって、直感的にも分かりやすい探索方法としている。以上の方法は、「障害付多点ウェーバー問題の近似解法 - 大学キャンパスにおける AED 配置のスタディ -」, 都市計画論文集, 2009, pp. 805~810 にて、公表している。

(2) 次年度(2010年度)は、前年度の障害付き p -センター問題を解くアルゴリズムを用いて、大学キャンパス(東京大学駒場 II キャンパス)における AED の最適配置問題をケーススタディとして、検討している。最終年度(2011年度)では、ケーススタディの結果を受けて、アルゴリズムを改善している。

4. 研究成果

(1) 基本的な障害物配置のモデル問題について、開発したアルゴリズムによって、シミュレーションを行い、厳密解と近似解を比較することで、アルゴリズムの有効性を検証している。以下にその結果を示す。

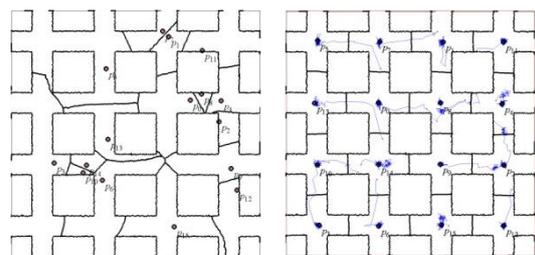


図1 街区型障害物における初期値(左)と解(右)

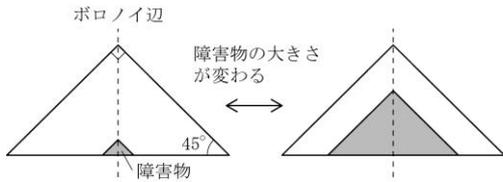


図 2-1 直角二等辺三角形 供給点数 2

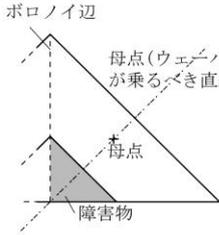


図 2-2 母点の位置

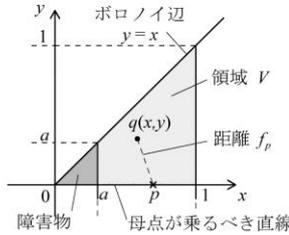


図 2-3 ボロノイ領域の半分

図 1 は結果が自明なものである。障害物として、正方形の街区ブロックが規則的に配置された例(図 1)で、街区の交差点の数と供給点の数と同じであれば、交差点にあたる部分に、供給点を配置するのが最適解である。交差点の中央から、すべての需要点までの、障害付距離が直線距離に一致するためである。実験の結果、図 1 のように、予想された通りの結果が確認できる。

図 2-1~図 2-3 は、直角二等辺三角形の領域に同形の障害物を線対象に設置し大きさを変化させながら、ここに 2 点の供給点を配置する問題である。障害物を大きくすると、供給点の位置(解)がどのように移動するかを解析的に求め、実験による近似解との比較を行っている。

まず厳密解では、供給点を母点とし、需要点が割当てられるボロノイ領域の境界線は、図の対象性から、障害物の大きさが変化しても図の点線の位置に固定される。そして、各ボロノイ領域がさらに線対称であることから、母点(ウェーバー点) p は、図 2-2 の鎖線上にあることが自明である。ここで、この鎖線を x 軸とし、ボロノイ領域の半分を取り出し、図 2-3 を得る。領域 V における点 p から需要点 $q(x, y)$ までの距離を f_p 、目的関数である距離の総和(需要が連続分布なので、距離の期待値×面積)を F とすれば、

$$f_p = \{(x-p)^2 + y^2\}^{\frac{1}{2}}$$

$$F = \iint_V f_p dx dy = \int_0^a \int_a^1 f_p dx dy + \int_a^1 \int_y^1 f_p dx dy$$

と表される。 F を最小化する p が解なので、

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dp} &= \int_0^a \int_a^1 \frac{\partial f_p}{\partial p} dx dy + \int_a^1 \int_y^1 \frac{\partial f_p}{\partial p} dx dy \\ &= -\int_0^a [f_p]_a^1 dy - \int_a^1 [f_p]_y^1 dy = 0 \end{aligned}$$

を解けばよい。計算すると、

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \log \left\{ \left(\frac{1-p}{1+g_2} \right)^{(1-p)^2} \left(\frac{a+g_1}{p-a} \right)^{(p-a)^2} \left(\frac{2-p+\sqrt{2}g_2}{2a-p+\sqrt{2}g_1} \right)^{\frac{\sqrt{2}}{4} p^2} \right\} \\ &+ \frac{p}{4} (g_1 - g_2) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{ただし、 } g_1 = \sqrt{p^2 - 2ap + 2a^2}, g_2 = \sqrt{p^2 - 2p + 2}$$

これを (a, p) について陽に解くのは難しいので、数値解を求め、近似解との比較に用いる。近似解は、提案する方法 (rDn 点数 100,000) で a の値を 0 から 1 まで 0.05 ずつ大きくしながら、計算機実験を 20 回反復して行って求める(図 2-4, 5 はその一例)。数値解を示す曲線に近似解を重ねてプロットしたものを示す(図 2-6)。実線が、数値解を示す曲線で、破線は p の誤差が値域の $\pm 2.5\%$ の曲線である。

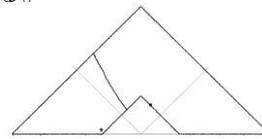


図 2-4 初期値 ($a = 0.3$)

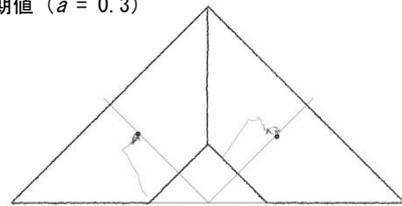


図 2-5 $a = 0.3$ のときの実験結果

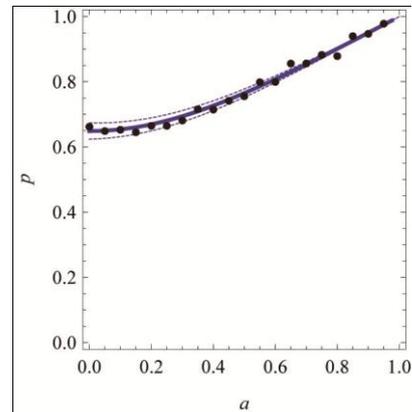


図 2-6 理論値と実験結果の比較

(2) この方法を用いて、現実の空間を対象に、AED の最適配置について、ケーススタディを行っている。東京大学駒場 2 キャンパスに現状配置された 5 台の AED を母点とする障害付ボロノイ図を、敷地境界内の rDn 点数 100,000 点、建物外の需要点数は 65,087 点(灰色の部分)で求めた(図 3-1)。現状は、建物のエントランスロビーや守衛所など、管理上都合のよい場所に設置されている。各ボロノイ領域における需要点までの距離の分布を

ヒストグラムとして集計したのが図 3-2 である。また、すべての需要点までの結果が図 3-3 である。これによれば、全体的には、平均距離 72m で、AED までの距離は近く、図 3-4 により、生存成功率 $P=74.24\%$ と最大が 80.0% であることを考慮すれば、満足の行く数値になっている。ところが、最大距離では、212m ($P=63.04\%$) になっている。

次に、今回提案する方法を適用した。図 3-5 は、その結果で、各ボロノイ領域の距離分布 (図 3-6) と全体の距離分布 (図 3-7) 目的関数の推移 (図 3-8) である。実験の結果、 $t = 364$ 回の反復で結果に収束した。

これによれば、平均距離が 54m ($P=75.68\%$) に、比較的早い段階で収束し、最大距離が、199m ($P=64.08\%$) まで減少する。平均距離で見れば、25% も小さくなる。ただし生存成功率の観点では、あまり、改善されたとは言えない。むしろ、最大が 80.0% であることを考えれば、駒場 II には十分な数の AED が配置されていると考えることもできるであろう。

(3) 次に AED の台数を供給点として、AED の数量の変化に応じて、キャンパス内における AED までの障害付き距離の平均値を目的関数として、これに対応する生存成功率がどのように変化するかを調べている。(図 4-1~図 4-4) 100,000 点の rDn 上に、ランダムな初期条件で、1 台から 10 台までの供給点を与え、多点ウェーバー問題の近似解を求めている。実験の結果、現状の AED 配置による 5 台の AED による平均距離 72m という値なら、このアルゴリズムによって 3 台の AED の最適配置により実現できることが明らかになっている。供給点数を増すと、距離の平均値、最大値共に、徐々に減少するのは明らかで、その減少の幅も徐々に小さくなる。一つの施設に割り当てられる需要点数は、施設数を増せばそれに反比例して減少するので、各施設に割り当てられた領域の面積と需要点の総数が一定で、局所最適解ではおよそ一様に供給点が配置されるとすれば、障害物の有無に関わらず、目的関数 (平均距離) の 2 乗は、ひとつのボロノイ領域の面積におよそ比例すると考えられる。そこで、供給点の数と平均距離の関係を回帰分析し、障害物が配置された状況においても、このアルゴリズムで求めた最適配置において、供給点密度と平均距離にこの関係が成立することを明らかにしている。(図 4-5)

(4) さらに、以上のように、仮に全ての施設を動くようにして最適な配置を求めることができたとしても、現実の施設配置を改善できるとは限らない。現実的な施設の改善案を考える場合、例えば、複数台ある AED のうち、



図 3-1 現状の AED 配置による障害付ボロノイ図の近似解と生存成功率の分布

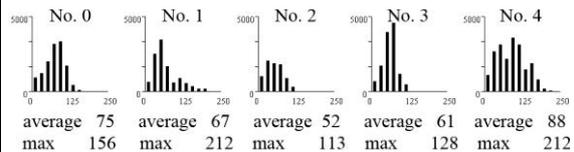


図 3-2 現状の各ボロノイ領域における供給点から需要点までの d_B の頻度と平均値・最大値 (横軸単位: m)

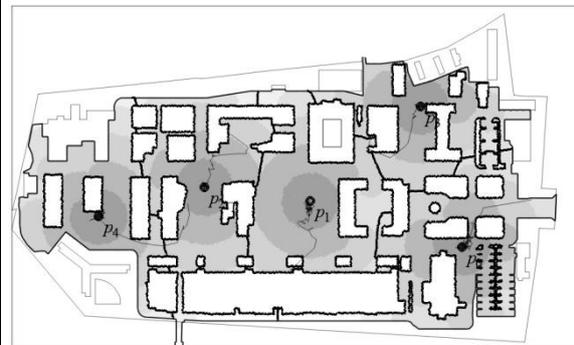


図 3-5 AED の障害付多点ウェーバー問題の近似解と計算過程における供給点の移動軌跡 (供給点数 5、需要点数: 65,087 点 障害物数 95 個、最大反復回数 $T=500$ 回)

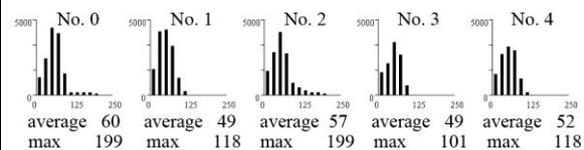


図 3-6 各ボロノイ領域における供給点から需要点までの d_B の頻度とその平均値・最大値 (単位: m)

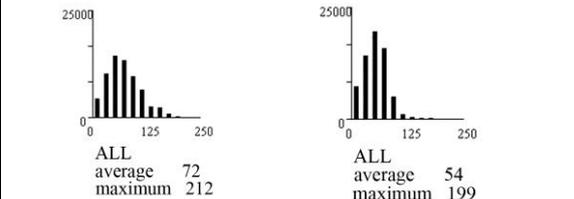


図 3-3 d_B の頻度 (現状) と 図 3-7 d_B の頻度 (結果) と平均値と最大値 (m)

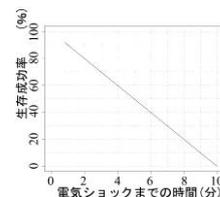


図 3-4 生存成功率

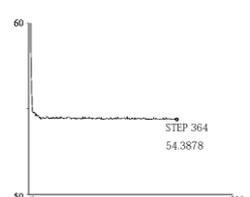


図 3-8 目的関数の推移 (単位: m)

何台かは、固定してそれを与条件とし、他の AED の配置を改善できるように出来た方が望ましい場合が考えられる。そこで、こうした問題を固定供給点の含まれた制約条件付きの多点ウェーバー問題と位置づけて、この問題に答えられるようにアルゴリズムを改良している。固定供給点を設けると、その供給点による障害付きボロノイ領域そのものが、障害になって、解の探索アルゴリズムによる、供給点のスムーズな移動が阻まれ、これらに挟まれた供給点がスタックして、局所最適解に陥る問題が生じる。そこで、最適解は障害付きボロノイ領域の面積をある程度、均等にしている性質があることを用いて、解が収束した結果、ある供給点のボロノイ領域が特に狭い場合に、その供給点を、広いボロノイ領域の内部に突然変異的に移動するアルゴリズムを組み込むことによって、局所最適解からの脱出を図っている。欠点としては、得られた結果が不安定で、結果がいつまでも収束しない方法である。また、最適解であるかどうかの判断は、現実的に難しい方法ではあるが、試行回数を確保し、結果があまり改善されなかった場合、探索を打ち切る必要がある。しかし、最良の結果が得られることは、現実的な配置の改善に対しては有用なツールとなっている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

① 今井 公太郎, 藤井 明, 松田聡平, 新井崇俊, 上杉昌史, 障害付き距離に関する研究 (その 3) 障害付き多点ウェーバー問題の近似解法, 日本建築学会大会 (北陸) 学術講演梗概集, 査読無, 2010, pp.1021~1022
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110008113099/>

② 今井 公太郎・藤井 明, 障害付多点ウェーバー問題の近似解法 - 大学キャンパスにおける AED 配置のスタディ -, 都市計画論文集, 査読有, 44 巻, 2009, pp. 805~810
<http://ci.nii.ac.jp/naid/10025845269/>

[学会発表] (計 2 件)

① 今井 公太郎, 藤井 明, 松田聡平, 新井崇俊, 上杉昌史, 障害付き距離に関する研究 (その 3) 障害付き多点ウェーバー問題の近似解法, 日本建築学会大会 (北陸), 2010 年 9 月 11 日, 富山大学

② 今井 公太郎・藤井 明, 障害付多点ウェーバー問題の近似解法 - 大学キャンパスにおける AED 配置のスタディ -, 都市計画学会, 2009 年 11 月 15 日, 長岡技術科学大学



図 4-1 近似解 設置台数 1 台 障害付距離 129m(平均)

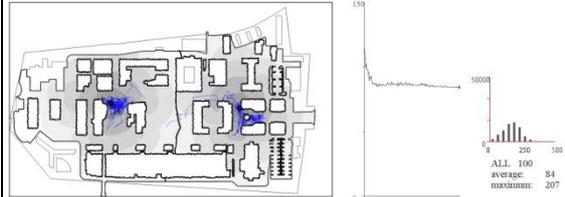


図 4-2 近似解 設置台数 2 台 障害付距離 84m(平均)

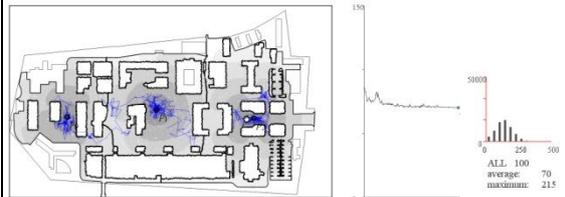


図 4-3 近似解 設置台数 3 台 障害付距離 70m(平均)



図 4-4 近似解 設置台数 4 台 障害付距離 62m(平均)

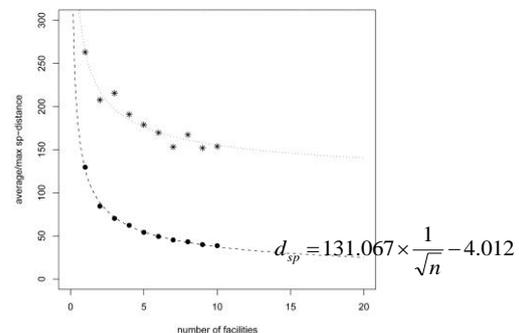


図 4-5 供給点数と目的函数の変化 (・平均距離 *最大距離)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

今井 公太郎 (IMAI KOTARO)
 東京大学・生産技術研究所・准教授
 研究者番号: 20262123

(2) 連携研究者

藤井 明 (FUJII AKIRA)
 東京大学・生産技術研究所・教授
 研究者番号: 20126155

橋本 憲一郎 (HASHIMOTO KENICHIRO)
 東京大学・生産技術研究所・助手
 研究者番号: 40361646