

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 4月23日現在

機関番号：17102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2009～2011

課題番号：21650065

研究課題名（和文） 統計的リサンプリング法と高次漸近理論の融合による実用的な高精度推測法の開発

研究課題名（英文） Improvement of practical inference using statistical resampling method and higher order asymptotic theory

研究代表者

前園 宜彦 (MAESONO YOSHIHIKO)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：30173701

研究成果の概要（和文）：

本研究において滑らかな統計的推測結果が得られるカーネル型統計量の理論的な性質を高精度で求めて、その上でデータを繰り返し利用することによって汎用的に広く適用できるリサンプリング法による未知母数の有効推定と結び付けて、新しい高精度の統計的推測法を構成することができた。これらの成果は世界に先駆けての理論的結果であり、今後この分野でのさらなる発展の礎になるものである。

研究成果の概要（英文）：

We obtain new precise methods for statistical inference, using higher order properties of kernel type estimator and statistical resampling. These results are all new and very useful to make a decision based on data. Also the new methods give us basic tool for theoretical study of nonparametric inference.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	0	900,000
2010年度	800,000	0	800,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,500,000	240,000	2,740,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：ノンパラメトリック推測、カーネル法、高次漸近理論、リサンプリング法

1. 研究開始当初の背景

(1) 統計的推測では、統計量の分布が求まらない場合や母集団分布を特定しないノンパラメトリックな設定の下で、分布の近似による推測を行う必要が出てくる。そのために中心極限定理、エッジワース展開やサドルポイ

ント近似などの高次の漸近理論が構築されている。しかし理論的には推測の精度が上がることは分かっているが、得られた近似式は複雑で、場合によっては2ページに及ぶ式も提案されている。

(2) これらの解析的な方法に対して、1980年

代から統計的リサンプリング法、特にブートストラップ法が汎用性の高い手法として、精力的に研究され普及してきている。研究代表者・前園は科学研究費 基盤研究(B) (平成 11 年度～平成 13 年度) の研究補助を受けて、統計的リサンプリング法について研究した。その成果として、メルボルン大学の Peter Hall 教授と共同で、反復ブートストラップ法と同等である重み付きブートストラップ法を利用して、区間推定の被覆確率の近似精度を上げ、計算負荷も大きくない新しい方法を求めた(Hall and Maesono(2000, J. Roy. Stat. Soc. pp.137-144))。またジャックナイフ分散推定量の漸近表現を求めることにも成功し、その理論的性質を明らかにした(Fujioka and Maesono (2000, J. Stat. Plan. Inf. pp.47-74)、Maesono (2004, Bull. Inf. Cyber. pp.91-104)、Maesono (2005, J. Stat. Plan. Inf. pp.359-379)。しかしリサンプリングデータに基づく推測では再現性がないことや、複雑な統計モデルでは有効に働かないという問題も抱えている。

(3) 以上の問題を解決すべく様々な取り組みがなされてきたが、シミュレーションや個々の問題に対する研究が主で、理論的に改良を目指す研究はあまり行われてこなかった。個々の問題だけに特化するのではなく、統一的な理論を構築する必要性があった。

## 2. 研究の目的

(1) 本研究では高次の漸近理論とリサンプリング法を融合させて、高精度の近似を保ちながらも簡便で実用的な再現性のある推測法の開発を目指した。

(2) 条件付期待値で射影する Hoeffding 分解を使って、リサンプリング法に基づく統計量の漸近的な表現を求め、その成果を利用して近似の精度の改良を目指した。具体的にはリサンプリング法に基づく高次のキュムラ

ント推定量の漸近表現を求め、リサンプリング法を利用したものと、これまで得られている高次漸近理論との関連を明らかにし、またジャックナイフ法の近年の研究成果をレビューし、ブートストラップ法との関連を調べ、精度の高い簡便な推測法の構築を図った。

(3) 確率方程式で定義される統計量の漸近展開と、フォンミーゼス展開と呼ばれる確率展開との関連を明らかにするとともに Hoeffding 分解との対応を研究し、これらの成果を元に、高次の漸近理論の精度を実現する簡便で実用的な統計手法の開発を目指した。

## 3. 研究の方法

(1) 分散及びキュムラントの推定としてジャックナイフ型の推定量の利用をまず考え、これまで得られている Hoeffding 分解に基づく漸近展開を利用し、一貫性及び 2 次のオーダーまでの漸近的性質を明らかにし、それらの推定量の高次のオーダーの漸近的性質を求める。その上で、簡便さを保ちながら推測精度の損失を少なくする推測法を提案する。

(2) リサンプリング法の組み合わせにより、精度の高いノンパラメトリックな推測法の構成を目指す。特に確率点推定量の一貫性を持たないジャックナイフ分散推定について一貫性を持つように修正する。

(3) Hoeffding 分解を用いて、ブートストラップ推定の理論値についての漸近表現を求める。この表現を利用して高次の漸近理論と漸近的に同等な簡便推測法の可能性を様々な観点から検討する。また複雑な統計モデルでの確率方程式及びフォンミーゼス展開に基づく統計量の漸近表現を求め、Hoeffding 分解との関連を明確にする。

(4) パーセント点のカーネル型推定量のエッジワース展開を求め、新しい信頼区間の構成法を導出し、金融工学におけるリスク管理への応用を目指す。また同等な精度を保障する

簡便法の可能性を吟味する。さらにカーネル法に基づく確率密度関数の推測の改善法を求め、同等な精度を保障する簡便法を構築する。

(5) ロバストな統計推測法とリサンプリング法の関係を明確にし、両者を融合させたハイブリッドな推測法を研究する。

(6) 上記の研究遂行のために、国内の他の研究機関を訪問し、情報交換及び資料収集を行う。同時に海外の研究者からレビューを受けるために、外国出張する。また高性能のパソコンを使って、計算ソフトによる研究成果の実用性のチェックを行うと同時に、計算機上でのシミュレーションを効率良く行い、様々な観点から高精度の簡便法の確立を目指す。

#### 4. 研究成果

(1) ノンパラメトリックな設定の下で様々な統計量のクラスについて、これまでに得られている漸近理論を利用した具体的な統計量についての適用とその修正を行った。特に標本相関係数に対するスチューデント化統計量の漸近展開について考察し、フィッシャーの $z$ -変換の一般化を含むいくつかの同値な推測法を提案するとともに、その比較を行った。具体的には元に高次モーメントのジャックナイフ型推定量の漸近表現を求め、一致性などの漸近的性質を示すことができた。これらの一致性を統一的に求めたのは初めてで、この成果は世界で最先端の研究をリードしている研究者の投稿論文からなる *International Encyclopedia of Statistical Science* に掲載された。

(2) スチューデント化カーネル型確率点推定量のバンド幅に依存したエッジワース展開を求め、理論的に妥当性を証明するとともに、シミュレーションにより検証を行った。またこの結果を利用して確率点推定量に基づくノンパラメトリックな信頼区間の構成法を導出した。さらにこれまでに得られていたエッジワース展開に基づく信頼区間の構成法

と同等の精度を持つが簡便である方法を提案し、その妥当性を示した。この成果は世界に先駆けてのもので、この分野の今後の発展に大いに貢献することが期待できる。

(3) 比の形で表せる統計量のエッジワース展開を求め、それを元に理論的に近似を改善する正規化変換を構成した。その中で展開に現れるモーメントのジャックナイフ型推定量を提案し、緩やかな条件の下でそれらの推定量の一致性を示した。また複雑な統計量の各要素にブートストラップ法を適応するものと、全体の統計量について適用するものが理論的に同値であることを示した。さらに複雑な統計量をもとに統計的リサンプリング法を使って未知の母数を推定するときには、個々の母数の推定量を使うことなく、全体の統計量をもとにした場合でも理論的には推測の精度は落ちないことを示した。これらの比較を統一的に行ったのは世界で初めての研究である。

(4) 統計的リサンプリング法の主な手法であるブートストラップ分散推定量とジャックナイフ分散推定量の理論的な表現を求め、平均二乗誤差の高次の比較を可能にした。この成果に基づき、2つの推定量の比較を行い、ブートストラップ分散推定量の方が平均二乗誤差の意味で多くの場合優れていることを示した。カーネル法に基づく統計量に対するジャックナイフ型分散推定量の漸近表現を求め、一致性を示すとともに、それを利用して、スチューデント化統計量の分布近似の精密化を求めた。またカーネル型推定量の高次モーメントに対するジャックナイフ型推定量の理論的性質を明らかにし、一致性を持つことを示した。これにより実用的な意味での近似の精度を改善することができた。この新しい推測法を使えば、データの持つ情報を十分生かし、取り組んでいる問題を高精度で

解決することが可能となる。これは世界で初めて得られた成果である。

(5) 確率密度関数のカーネル型推定量について研究し、正規近似の精密化を世界で初めて求めた。また精密化の公式が数学的に正しいものであるという有効性の証明も与えることができた。これを利用することにより、パラメトリックなモデルを仮定することなく、提案されている分布関数や確率密度関数のカーネル型推定量に基づく高精度の新しい推測法の構成が可能になった。

(6) ジャックナイフ法とブートストラップ法の融合により高精度の統計的推測法の構成法を研究し、その実用化の目途をつけることができた。これは新しい研究の方向性を示唆するもので、現在一段落ついた感じのある統計的リサンプリング法に新たな刺激を与えることが期待できる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① 前園宜彦、高次モーメントのノンパラメトリック推定、日本統計学会誌、査読有、39 巻、2010、pp. 355-367、
- ② Yoshihiko Maesono, Edgeworth Expansion and Normalizing Transformation of Ratio Statistics and their Application, Communications in Statistics-Theory and Methods, 査読有, Vol. 39, 2010, pp. 1344-1358.
- ③ Yoshihiko Maesono, Spiridon Penev, Edgeworth expansion for the kernel quantile estimator, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 査読有, Vol. 63, 2011, pp. 617-644.
- ④ Masayuki Mizuno, Yoshihiko Maesono, Mean squared errors of bootstrap variance estimators for U-statistics, Bulletin of Informatics and Cybernetics, 査読有, Vol. 43, 2011, pp. 67-82.
- ⑤ Yoshihiko Maesono, The jackknife, International Encyclopedia of Statistical Science, Ed. Miodrag Lovric, Springer, 査読無, 2011,

pp. 697-699.

- ⑥ Yoshihiko Maesono, Spiridon Penev, Improved confidence intervals for quantiles, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 査読有, 掲載決定

[学会発表] (計 4 件)

- ① Yoshihiko Maesono, Spiridon Penev, Edgeworth expansion for a studentized kernel quantile estimator, 日本数学会総合分科会 (大阪大学)、2009.
- ② 前園宜彦、高次モーメントのノンパラメトリック推定、日本数学会年会 (慶應大学)、2010.
- ③ 前園宜彦、モーメントのジャックナイフ推定について、統計関連学会連合大会 (早稲田大学)、2010.
- ④ 梅野翔太、前園宜彦、密度関数に対するカーネル型推定量の正規近似の改良、日本数学会総合分科会 (信州大学)、2011.

[図書] (計 1 件)

- ① 前園宜彦、詳解演習確率統計、サイエンス社、2010.

[その他]

ホームページ等  
なし

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

前園 宜彦 (MAESONO YOSHIHIKO)  
九州大学・大学院数理学研究院・教授  
研究者番号：30173701