

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 6 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2009～2013

課題番号：21680001

研究課題名(和文) 組合せ近傍探索アルゴリズムによる局所解近似スキーム

研究課題名(英文) Local Optima Approximation Scheme based on Combinatorial Local Search Algorithms

研究代表者

小野 廣隆(Ono, Hirotaka)

九州大学・経済学研究科(研究院)・准教授

研究者番号：00346826

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 8,800,000円、(間接経費) 2,640,000円

研究成果の概要(和文)：諸分野で頻繁に表れる組合せ最適化問題の多くは現実的な計算時間で(近似)最適性の保証のある解を求めることが困難であるNP困難と呼ばれるクラスに属することが知られている。一方、これらの困難性にもかかわらず、実用上は十分有効な解を得ることのできるメタ戦略も多く提案されており、実際に成果を上げている。本研究はメタ戦略の中でも特に、近傍探索型アルゴリズムの有用性に理論的な視点からアプローチするものであった。この視点から、本研究では、(1)グラフ最適化問題に対する局所型(近似)アルゴリズム設計、(2)グラフ最適化問題に対する解遷移問題の計算複雑度、(3)再最適化問題の計算複雑度に関する結果を得た。

研究成果の概要(英文)：Many useful combinatorial optimization problems are known to be NP-hard, which means that these problems are difficult (or probably impossible) to find solutions guaranteed to be (near-)optimal in reasonable computational time. On the other hand, in spite of the difficulty, metaheuristics algorithms are known to find "practically" good solutions (not necessarily in reasonable computational time). In this study, we investigated local-search type meta-heuristics from the "theoretical" viewpoints. We obtain several results:

(1) Design and analysis of (local-search type) approximation algorithms for graph optimization problems, (2) Computational complexity of the reconfiguration problems for graph optimization problems, (3) Computational complexity of the reoptimization of graph optimization problems.

研究分野：理論計算機科学

科研費の分科・細目：情報学基礎

キーワード：組合せ最適化 局所探索 解再構成 再最適化 近似アルゴリズム グラフアルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

生産計画、資源の最適利用、環境汚染の最小化、通信網の有効利用といった多くの社会的・工学的に重要な問題は、組合せ最適化問題としてモデル化されるが、同時に、現実的な時間で厳密最適解を導くのは不可能とされる NP 困難と呼ばれる計算困難なクラスに属することが知られている。さらにこれらの多くの問題では、理論的には厳密解の数倍程度の近似解を得ることですら難しい(近似困難)ことが知られている。一方、理論的な意味での解の精度保証は難しくとも、実用上は十分有益な解を得ることのできるメタヒューリスティクス解法(メタ戦略、タブー探索、アニーリング法、遺伝アルゴリズムなど)も多く提案されており、実用上は十分良い近似解を得ることができる問題も多い。しかしながら、なぜそのようなヒューリスティクス解法が成果を上げることができるのかは明らかではなく、理論と実際に大きなギャップが存在する。このため、メタ戦略の成功も研究者の職人技的なアルゴリズム設計に大きく依存しており、それぞれの問題への解法設計には大きな労力を要する。

本研究の目的は、メタ戦略の中でも特に、近傍探索パラダイムに基づくアルゴリズムの有用性に理論的裏づけを与えることにある。さらにはその理論を元に、これまで職人技に頼ってきた高性能アルゴリズムの設計に見通しの良い方法論を与えることにあった。

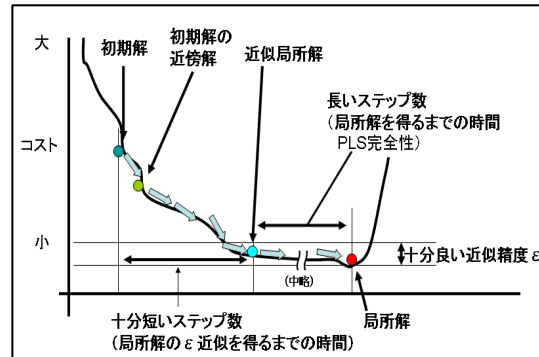
2. 研究の目的

本研究では近傍探索パラダイムのとる、解の局所変形に基づく探索戦略(近傍探索アルゴリズム)を、局所解発見の「近似」解法とみなすスキームを提案することを目標とする。近傍探索に基づくアルゴリズムの計算複雑度を測る研究としては、1990 年ごろにすでに Papadimitriou, Yannakakis らなどにより、PLS の概念が導入されているが、残念ながら、多くの実用的な近傍探索系が、局所解発見に入力サイズの指数ステップ数を要する(PLS 完全性)、という否定的な結果が得られた。これに対し本研究は局所解発見ではなく近似局所解発見に着目することを考える。

研究代表者らのこれまでの計算機実験からの考察では、PLS 完全な近傍探索系の指数ステップ数を要する例は、すでに十分良い近似解が得られているにもかかわらず、多くの微小な改善が起こっていると予想される。さらに、そのような改善の系列は適当なランダム性を導入することにより容易に回避できると予想される。つまり PLS の概念だけでは、近傍探索戦略の近似アルゴリズムとしての特性を評価しきれない。

本研究では、この現象の理論的な裏づけのため、局所解に対する 近似の概念と乱択性

(ランダム性)を導入し、PLS ではすくいきれなかった近傍探索戦略の性質を「近似局所解発見のためのアルゴリズム」の観点から捉えなおし、評価する。



3. 研究の方法

まず研究開始時点、想定していた研究方法は以下のとおりであった：

本研究の大目標は、近傍探索パラダイムに基づくアルゴリズムの有用性に理論的裏づけを与えることである。このため、大きく以下の3つをサブテーマとし、研究に取り組む：

- A) 近傍探索アルゴリズムによる局所解近似(スキーム構築)
- B) 近傍探索アルゴリズムにおける乱択性と確率的解析(ランダムネス)
- C) 実用的な近傍探索アルゴリズム設計(評価と実証)

A) スキーム構築. 前節で述べたように、近傍探索アルゴリズムを局所解に対する近似アルゴリズムとみなすことによる設計と解析を考える。申請者はこれまで NP 困難な組合せ最適化問題(主にグラフ最適化問題)に対する近似アルゴリズム設計と解析に取り組んできており、この際の経験が役立つものと考えている。さらに、もう一点考察中の概念として「解の再構成(reconfiguration)」がある。これは与えられた解の対に対し、一方の解から他方の解へと局所変形を繰り返すことにより到達できるかどうか、というものである。この問いに対し、いくつかの代表的な問題に対する計算複雑度が知られており、その多くが PSPACE 完全である(ちなみに、SAT(充足可能性判定)においては、P と NP 完全の両断論理(dichotomy)性に対応する形で P と PSPACE 完全の両断論理性が示されている)。これは PLS 完全な近傍探索系における解の連結性と大きな共通点を持つことから、見通しの良い議論の可能性を期待している。

B) ランダムネス. この項目は II-1) アルゴリズム設計におけるランダム性の利用、

11-2) アルゴリズムの動作(性能)解析におけるランダム性の利用, の二つに分けられる. 前者について説明する. 動作中でランダム性を採用したアルゴリズムを乱択アルゴリズムと呼ばれ, 実用的なアルゴリズムの多くが乱択アルゴリズムの一種とみなせる. 例えば近傍探索系アルゴリズムの一種であるアニーリング法(焼きなまし法)は典型的な乱択アルゴリズムであり, 温度と呼ばれるパラメータに従い近傍解への遷移を確率的に決定する. またマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)は, 解空間が定義する状態空間上をマルコフ連鎖の形で遷移する形で探索を行うアルゴリズムである. いずれも興味深い結果が(最近も)多く得られているアルゴリズムであり, これらのアルゴリズムを 1) で構築したスキームの上で評価・解析を行う. 後者(11-2))に関しては, 現在のところ, 平滑化解析(smoothed analysis)を軸としたものを考えている. 平滑化解析とは Spielman と Teng により提唱されたアルゴリズムの最悪計算時間と平均時間の不一致を説明するための概念であり, 最悪時間を与える入力にランダムな部分摂動を行うことによる影響を解析するものである. この手法により, 彼らは線形計画問題に対するシンプレックス法が最悪時には指数ステップ数を要するがほとんどの場合, 高速に終了する理由を説明した*(彼らはこの概念 2008 年にゲーデル賞を受賞している). この関係は PLS 完全の近傍探索系が, 多くの場合高速に局所解に到達するのに対し最悪時には指数ステップ数を要する, という構図に類似するため, 手法の適用が可能ではないかと考えている.

* D.A. Spielman, S.H. Teng, Smoothed analysis of algorithms: Why the simplex algorithm usually takes polynomial time. JACM, Vol51(3) (2004) 385-463.

C) 評価と実証. 近傍探索系アルゴリズムに関する理論と実際のギャップを埋めるのが本研究の目的である. このため設計したアルゴリズムを計算機上で実装, 実行することによる評価は不可欠である. その評価を通して本研究の構築するスキームの有用性を実証したい

以上の方針は途中, A) 部分に当初の予定より重点が置かれる(特に解の再構成問題)などにより, 必ずしも予定通りに進んだものばかりではないが, 後述のように成果自体は上がったものと考えている.

4. 研究成果

本研究課題によって得られた研究成果は上述の研究手法の項において複数にまたがるもの, またその準備として役割を果たすもの

等, 多岐にわたるため, その分類は容易ではないが, 大きく(1) 近似アルゴリズム設計・近似保証限界の解明, (2) 解再構成問題に対する計算複雑度解明, (3) ランダムネスの利用による見積もり, の3つに分類される. これらの成果に関して, 以下順に述べる.

- (1) 代表的な組合せ最適化問題である, 一般化割り当て問題の局所探索法の計算複雑度について考察を行い, その結果, 実験により有用性が示されている排除連鎖近傍の PLS 完全性を示した. これはこの近傍系が他のより広い近傍と同等の計算能力を本質的に持つことを示唆しており, その有用性を理論的に支える結果であると言える. この他に本研究の対象となる, 組合せ最適化問題であるグラフ最適化問題に関して, 近似可能/不可能性について結果を得た.
- (2) グラフラベリングにおける解再構成問題について計算困難性, (性質を仮定した場合の) 計算容易性の解析を行った. ここでは特に, 2つのグラフラベリングを, ラベルの実行可能条件を保ちつつ一部を変化させていく設定の計算複雑度解明を対象としており, 一般にはこれが PSPACE 完全であること, また限定した設定では多項式時間でこれが可能であることが判明した. このことはこの種の問題に対して自然な局所探索アルゴリズムが対象とする解空間が非常に複雑な構造を持つことを示唆するものといえる.
- (3) 有限グラフ上のランダムウォーク(アニーリング法は遷移確率を温度パラメータで変更しながら探索を行うランダムウォークである)に関する性能解析, またアルゴリズムデザインの観点からの, ランダムウォークデザインに取り組んだ. その仮定で, ランダムウォークの速度尺度である全訪問時間・到達時間の最適化に取り組み, その限界を一部明らかにした.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 33 件)

1. Yuichi Asahiro, Eiji Miyano, Toshihide Murata, Hiroataka Ono: Optimal approximability of bookmark assignments. Discrete Applied Mathematics 161(16-17): 2361-2366 (2013) (査読有)
DOI: 10.1016/j.dam.2013.05.018
2. Jinhee Chun, Takashi Horiyama, Takehiro Ito, Natsuda Kaothanthong, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Takeshi Tokuyama, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno: Base Location Problems for Base-Monotone Regions.

- WALCOM 2013: 53-64 (査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-36065-7_7
3. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: A Linear Time Algorithm for $L(2, 1)$ -Labeling of Trees. *Algorithmica* 66(3): 654-681 (2013) (査読有)
DOI: 10.1007/s00453-012-9657-z
 4. Kazuya Haraguchi, Hiroataka Ono: BLOCKSUM is NP-Complete. *IEICE Transactions* 96-D(3): 481-488 (2013) (査読有)
DOI:10.1007/978-3-319-07890-8_19
 5. Takehiro Ito, Yuichiro Miyamoto, Hiroataka Ono, Hisao Tamaki, Ryuhei Uehara: Route-Enabling Graph Orientation Problems. *Algorithmica* 65(2): 317-338 (2013) (査読有)
DOI: 10.1007/s00453-011-9589-z
 6. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: The (p, q) -total labeling problem for trees. *Discrete Mathematics* 312(8): 1407-1420 (2012)(査読有)
DOI: 10.1016/j.disc.2012.01.007
 7. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: A tight upper bound on the $(2, 1)$ -total labeling number of outerplanar graphs. *J. Discrete Algorithms* 14: 189-206 (2012) (査読有)
DOI: 10.1016/j.jda.2011.12.020
 8. Kazuhisa Makino, Hiroataka Ono: Deductive inference for the interiors and exteriors of horn theories. *ACM Trans. Comput. Log.* 13(3): 23 (2012) (査読有)
DOI: 10.1145/2287718.2287723
 9. Yen Kaow Ng, Hiroataka Ono, Ling Ge, Shuai Cheng Li: Finding Longest Common Segments in Protein Structures in Nearly Linear Time. *CPM 2012*: 334-348(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-31265-6_27
 10. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura, Hiroataka Ono, Xiao Zhou: Reconfiguration of List $L(2, 1)$ -Labelings in a Graph. *ISAAC 2012*: 34-43(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-35261-4_7
 11. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph Orientations Optimizing the Number of Light or Heavy Vertices. *ISCO 2012*: 332-343(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-32147-4_30
 12. Taisuke Izumi, Tomoko Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Minimum Certificate Dispersal with Tree Structures. *TAMC 2012*: 548-559(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-29952-0_51
 13. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Upper and Lower Degree Bounded Graph Orientation with Minimum Penalty. *CATS 2012*: 139-146 (査読有)
<http://crpit.com/abstracts/CRPITV128Asahiro.html>
 14. Jun Hosoda, Juraj Hromkovic, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono, Monika Steinová, Koichi Wada: On the Approximability of Minimum Topic Connected Overlay and Its Special Instances. *MFCS 2011*: 376-387(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-22993-0_35
 15. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono, Kouhei Zenmyo: Approximation algorithms for the graph orientation minimizing the maximum weighted outdegree. *J. Comb. Optim.* 22(1): 78-96 (2011) (査読有)
DOI: 10.1007/s10878-009-9276-z
 16. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph Orientation to Maximize the Minimum Weighted Outdegree. *Int. J. Found. Comput. Sci.* 22(3): 583-601 (2011) (査読有)
DOI: 10.1142/S0129054111008246
 17. Yuichi Asahiro, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph classes and the complexity of the graph orientation minimizing the maximum weighted outdegree. *Discrete Applied Mathematics* 159(7): 498-508 (2011) (査読有)
DOI: 10.1016/j.dam.2010.11.003
 18. Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Maximum Domination Problem. *CATS 2011*: 55-62(査読有)
<http://crpit.com/abstracts/CRPITV119Miyano.html>
 19. Ryotaro Okazaki, Hiroataka Ono, Taizo Sadahiro, Masafumi Yamashita: Broadcastings and digit tilings on three-dimensional torus networks. *Theor. Comput. Sci.* 412(4-5): 307-319 (2011) (査読有)
DOI: 10.1016/j.tcs.2010.09.028
 20. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: The (p, q) -total Labeling Problem for Trees. *ISAAC (2) 2010*: 49-60(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-19222-7_11
 21. Ryu Mizoguchi, Hiroataka Ono, Shuji Kijima, Masafumi Yamashita: Upper and Lower Bounds of Space Complexity of Self-Stabilizing Leader Election in Mediated Population Protocol. *OPODIS 2010*: 491-503(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-17653-1_35
 22. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: The $(2, 1)$ -Total Labeling Number of Outerplanar Graphs Is at Most $\Delta + 2$. *IWOCA 2010*: 103-106 (査読有)

- DOI: 10.1007/978-3-642-19222-7_11
23. Fuminiko Nakano, Hiroataka Ono, Taizo Sadahiro: Local move connectedness of domino tilings with diagonal impurities. *Discrete Mathematics* 310(13-14): 1918-1931 (2010) (査読有)
DOI: 10.1016/j.disc.2010.02.015
 24. Ei Ando, Hiroataka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamashita: The Space Complexity of Leader Election in Anonymous Networks. *Int. J. Found. Comput. Sci.* 21(3): 427-440 (2010) (査読有)
DOI: 10.1142/S0129054110007349
 25. Tomoko Izumi, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Approximability and inapproximability of the minimum certificate dispersal problem. *Theor. Comput. Sci.* 411(31-33): 2773-2783 (2010) (査読有)
DOI: 10.1016/j.tcs.2010.03.029
 26. Takehiro Ito, Yuichiro Miyamoto, Hiroataka Ono, Hisao Tamaki, Ryuhei Uehara: Route-Enabling Graph Orientation Problems. *ISAAC 2009*: 403-412(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-10631-6_42
 27. Ei Ando, Hiroataka Ono, Masafumi Yamashita: A Generic Algorithm for Approximately Solving Stochastic Graph Optimization Problems. *SAGA 2009*: 89-103(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-04944-6_8
 28. Yoshiaki Nonaka, Hiroataka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamashita: How to Design a Linear Cover Time Random Walk on a Finite Graph. *SAGA 2009*: 104-116(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-04944-6_9
 29. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: A Linear Time Algorithm for $L(2, 1)$ -Labeling of Trees. *ESA 2009*: 35-46(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-04128-0_4
 30. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: An $O(n^{1.75})$ algorithm for $L(2, 1)$ -labeling of trees. *Theor. Comput. Sci.* 410(38-40): 3702-3710 (2009) (査読有)
DOI: 10.1016/j.tcs.2009.04.025
 31. Tomoko Izumi, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Relationship between Approximability and Request Structures in the Minimum Certificate Dispersal Problem. *COCOON 2009*: 56-65(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-02882-3_7
 32. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph orientation to maximize the minimum weighted outdegree. *IPDPS 2009*: 1-8(査読有)
DOI: 10.1109/IPDPS.2009.5160872
 33. Ei Ando, Hiroataka Ono, Kunihiko

Sadakane, Masafumi Yamashita: Computing the Exact Distribution Function of the Stochastic Longest Path Length in a DAG. *TAMC 2009*: 98-107(査読有)
DOI: 10.1007/978-3-642-02017-9_13

[学会発表](計 18 件)

1. Jinhee Chun, Takashi Horiyama, Takehiro Ito, Natsuda Kaothanthong, Hiroataka Ono, Yota Otachi, Takeshi Tokuyama, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno: Base Location Problems for Base-Monotone Regions. *WALCOM 2013*: 53-64 (査読有), 2013年2月14-16日, Kharagpur, India
2. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura, Hiroataka Ono, Xiao Zhou: Reconfiguration of List $L(2, 1)$ -Labelings in a Graph. *ISAAC 2012*: 34-43(査読有), 2012年12月19-21日, Taipei, Taiwan.
3. Yen Kaow Ng, Hiroataka Ono, Ling Ge, Shuai Cheng Li: Finding Longest Common Segments in Protein Structures in Nearly Linear Time. *CPM 2012*: 334-348 (査読有), 2012年7月3-5日, Helsinki, Finland.
4. Taisuke Izumi, Tomoko Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Minimum Certificate Dispersal with Tree Structures. *TAMC 2012*: 548-559(査読有), 2012年5月16-21日, Beijing, China
5. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph Orientations Optimizing the Number of Light or Heavy Vertices. *ISCO 2012*: 332-343(査読有), 2012年4月19-21日, Athens, Greece.
6. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Upper and Lower Degree Bounded Graph Orientation with Minimum Penalty. *CATS 2012*: 139-146 (査読有), 2012年1月30日-2月2日, Melbourne, Australia
7. Jun Hosoda, Juraj Hromkovic, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono, Monika Steinová, Koichi Wada: On the Approximability of Minimum Topic Connected Overlay and Its Special Instances. *MFCS 2011*: 376-387(査読有), 2011年8月22-26日, Warsaw, Poland,
8. Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Maximum Domination Problem. *CATS 2011*: 55-62(査読有), 2011年1月17-20日, Perth, Australia
9. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: The (p, q) -total Labeling Problem for Trees. *ISAAC (2) 2010*: 49-60(査読有), 2010年12月15-17日, Jeju Island, Korea.
10. Ryu Mizoguchi, Hiroataka Ono, Shuji Kijima, Masafumi Yamashita: Upper and

Lower Bounds of Space Complexity of Self-Stabilizing Leader Election in Mediated Population Protocol. OPODIS 2010: 491-503(査読有), 2010年12月14-17日, Tozeur, Tunisia.

11. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: The (2, 1)-Total Labeling Number of Outerplanar Graphs Is at Most $\Delta + 2$. IWOCA 2010: 103-106(査読有), 2010年7月26-28日, London, United Kingdom
12. Takehiro Ito, Yuichiro Miyamoto, Hiroataka Ono, Hisao Tamaki, Ryuhei Uehara: Route-Enabling Graph Orientation Problems. ISAAC 2009: 403-412(査読有), 2009年12月16-18日, Honolulu, Hawaii, USA.
13. Ei Ando, Hiroataka Ono, Masafumi Yamashita: A Generic Algorithm for Approximately Solving Stochastic Graph Optimization Problems. SAGA 2009: 89-103(査読有), 2009年10月26-28日 Sapporo, Japan
14. Yoshiaki Nonaka, Hiroataka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamashita: How to Design a Linear Cover Time Random Walk on a Finite Graph. SAGA 2009: 104-116(査読有), 2009年10月26-28日 Sapporo, Japan
15. Toru Hasunuma, Toshimasa Ishii, Hiroataka Ono, Yushi Uno: A Linear Time Algorithm for L(2, 1)-Labeling of Trees. ESA 2009: 35-46(査読有), 2009年9月7-9日, Copenhagen, Denmark,
16. Tomoko Izumi, Taisuke Izumi, Hiroataka Ono, Koichi Wada: Relationship between Approximability and Request Structures in the Minimum Certificate Dispersal Problem. COCOON 2009: 56-65(査読有), 2009年7月13-15日, Niagara Falls, NY, USA Sapporo, Japan
17. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hiroataka Ono: Graph orientation to maximize the minimum weighted outdegree. IPDPS 2009: 1-8(査読有), 2009年5月23-29日, Rome, Italy
18. Ei Ando, Hiroataka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamashita: Computing the Exact Distribution Function of the Stochastic Longest Path Length in a DAG. TAMC 2009: 98-107(査読有), 2009年5月18-22日, Changsha, China

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

〔その他〕
ホームページ等

<http://www.econ.kyushu-u.ac.jp/~hirotaka/>

6 . 研究組織

(1) 小野 廣隆 (ONO HIROTAKA)

九州大学・大学院経済学研究院・准教授
研究者番号：00346826