

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 31 日現在

機関番号：14301
 研究種目：若手研究（A）
 研究期間：2009～2011
 課題番号：21680003
 研究課題名（和文）ペタスケールシミュレーションのための高性能な並列線形ソルバ
 研究課題名（英文）High Performance Parallel Linear Solver for Peta-scale Simulation
 研究代表者
 岩下 武史（IWASHITA TAKESHI）
 京都大学・学術情報メディアセンター・准教授
 研究者番号：30324685

研究成果の概要（和文）：ペタスケールシミュレーションに向けた線形ソルバのために、大規模問題を含む悪条件問題に対する対応技術、高い並列性能を実現する並列化技術に関する研究を行った。悪条件問題に対する処置として、陰的マルチグリッド法や EEC/IEC 法と呼ばれる誤差修正法を活用し、多様なマルチグリッドソルバを簡便に構築する技術の開発や具体的な応用分野（計算電磁気学）における収束性の改善法を提案した。また、開発した並列化線形ソルバの性能評価試験として、大規模高周波電磁場解析において生ずる 8 億自由度の問題を 1024 コアにより 250 秒以内で求解することに成功した。

研究成果の概要（英文）：The research work for a linear solver for peta-scale simulation has been conducted. A technique to improve convergence for ill-conditioned problems including very large-scale problems and a parallelization technique getting high parallel speedups in the solver have been investigated. An implicit correction multigrid method and EEC/IEC methods were efficiently utilized to deal with the ill-conditioned problem. I and my co-workers have developed a technique which makes it easy to develop various multilevel solvers, and also proposed a convergence acceleration technique in a practical simulation area (computational electromagnetism). In a performance evaluation test for developed solvers, we successfully solved an about 800 million DOF problem by 1024 processor cores in less than 250 s.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	2,400,000	720,000	3,120,000
2010 年度	3,200,000	960,000	4,160,000
2011 年度	3,000,000	900,000	3,900,000
年度			
年度			
総計	8,600,000	2,580,000	11,180,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・計算機システム・ネットワーク

キーワード：ハイパフォーマンスコンピューティング、線形反復法

1. 研究開始当初の背景

数値シミュレーションは産官学の全ての分野において、重要な役割を果たすようになってきており、特に学術・産業応用分野では

新たな学問的発見やイノベーション創出、また高い競争力を維持する為に、高精度かつ高速なシミュレーションを可能とする技術が求められていた。これらの高性能なシミュレ

ーションを実現するために、以下の二つの技術要素がある。即ち、シミュレーションを行う計算機を効率的に活用するための計算機工学技術とシミュレーションに用いる解法等の解析技術である。以下に、これらの技術に関する研究開始当初の動向について述べる。

まず、計算環境に関する動向では、既に単体のプロセッサの動作周波数の向上は頭打ちとなり、パーソナルコンピュータにおいてもマルチコアプロセッサが使用される状況となっていた。即ち、ほぼ全てのシミュレーションが並列計算環境で行われる時代が到来しつつあった。一方、これらの計算機を結合するネットワーク技術については継続的に進展がみられ、例えば 2008 年に京都大学に導入された T2K オープンスーパーコンピュータでは、InfiniBand を利用して、ノードあたり 8GB/s のバンド幅とフルバイセクションバンド幅を実現する高性能な計算ノード結合網が実現されていた。即ち、多くの研究者、技術者にとって、比較的安価に複数の計算ノードから構成される分散並列計算環境を利用可能な状況となりつつあった。また、スーパーコンピュータに代表されるハイエンドなシミュレーション基盤としては、国内において 10PFlops の演算性能を持つ次世代スーパーコンピュータ（「京」）の開発計画が推進され、アメリカでは 2008 年 11 月の Top500 リストにおいて 2 台のペタフロップス級システムが既に登場し、ペタフロップス級の計算機が国内外で次々に開発されつつある状況にあった。これらのペタフロップス級スーパーコンピュータは例外なく大規模な並列計算機であり、10 万個以上のコアを備えるシステムが利用される状況が生じつつあった。

以上の計算機に関する技術動向から、研究開始時のシミュレーションでは、あらゆる規模の解析において逐次計算よりも並列計算環境で有効な解析手法、アルゴリズム、実装技術が求められ、特にペタフロップス級の計算機を活用する大規模シミュレーション（ペタスケールシミュレーション）では、10 万以上の並列度を効果的に活用する技術が求められる状況にあった。

次に、解析手法に関する技術動向について述べる。本研究では、シミュレーションにおける基盤技術として、大規模な連立一次方程式の求解法（線形ソルバ）を対象とした研究を行う。これは、数値シミュレーションの多くは物理的な現象を扱っており、この場合、現象を記述する基礎方程式（多くの場合、偏微分方程式で与えられる）は、有限要素法や有限差分法といった離散化手法により、大規模な連立一次方程式に帰着するためである。本連立一次方程式の求解は、多くの場合シミュレーション全体の計算時間の大部分を占

め、90%以上に至ることも珍しくない。そこで、これらの連立一次方程式を効率的に解く高性能な線形ソルバはあらゆる規模のシミュレーションにおいて常に求められているものである。

上記の状況下で、研究開始時点においては、計算機に関する技術動向も踏まえて以下のような線形ソルバ、特に計算時間とメモリ使用量の点で有利な反復型ソルバが求められていた。即ち、高い並列性能を有し、大規模問題においても高い収束性を維持する線形反復ソルバである。また、その他にも、線形反復ソルバに常に求められる要求として、悪条件な問題に対して良好な収束性を維持する手法に対する要求があった。

2. 研究の目的

前節で述べた研究背景の下、様々な数値シミュレーションにおいてペタフロップス級の計算環境を効率的に活用するための線形ソルバに関する研究・開発を行う。より具体的に、以下の二つの要件を備えた線形ソルバに関する研究を行う。[要求要件 1] 対象とする問題の自由度（サイズともいう）を n とした場合、 $O(n)$ の計算量で求解できること（これは事実上問題サイズに依存しない収束性をもつ反復法であることを意味する）。[要求要件 2] 高並列計算環境において高いスケーラビリティを実現できること。本研究ではこれらの二つの要求要件を満たす線形ソルバの研究開発を目的とする。

3. 研究の方法

前節で述べた要求要件を備える線形ソルバに必要な諸技術に関する研究を行った。具体的な研究方法を以下に述べる。

(1) 本研究では、研究目的の要求要件 1 に対応し、線形反復法の悪条件問題に対する収束性改善に関する研究を行う。これは、問題サイズの増加に伴う問題の悪条件化への対応を含む。仮に問題サイズの増加に対して、固定回の反復回数で問題を解くことができれば、一反復あたりの計算量は疎行列を係数とする問題では問題サイズに比例するため、 $O(n)$ の計算量で求解が可能となることになる。

問題サイズの増加に対する係数行列の条件数悪化の対処法として優れたものとして、マルチグリッド法が知られている。マルチグリッド法は問題が定義されたグリッド（メッシュ、格子）に対してそれよりも粗いグリッドを用意し、グリッド間を推移しながら近似解の更新を効率的に行う手法である。マルチグリッド法には差分法等の幾何的な格子情報を利用する幾何マルチグリッド法と与えられた連立一次方程式の係数行列から抽出した未知変数間の依存関係から粗い格子に

相当する情報を生成する代数マルチグリッド法がある。例えば、ポアソン方程式の差分解析において幾何マルチグリッド法を利用した場合、問題サイズの増加に対して固定回のサイクル数で求解が可能であることが知られており、 $O(n)$ の計算量での求解が実現できる。このような背景から、特に問題サイズの増加に対する条件数悪化に対しては、マルチグリッド法を利用することが極めて有効である。しかしながら、実応用上の様々な問題にマルチグリッド法を適用した場合、問題固有の性質、例えば特殊な境界条件を用いた場合や有限要素解析においてアスペクト比の低い要素を使用した場合等において、良好な収束性や問題サイズに対して不変の収束性を得られない場合があることが知られている。ペタスケールシミュレーションでは非常に大規模な連立一次方程式が解かれることが想定されるため、これを現実的な時間で解くためにはこれらの悪条件問題に対する収束性の改善が不可欠である。そこで、本研究では、以下に詳細を述べる線形反復法における高速な誤差修正法に基づき、その解決を図った。

本研究では、研究代表者が考案した陽的/陰的誤差修正法 (EEC 法、IEC 法) に基づいた研究を行う。まず、マルチグリッド法を幅広い問題に対して良好に機能させる技術として、IEC 法の一つである陰的マルチグリッド法を用い、これと既存の線形反復法ライブラリを連携することにより、簡便に多くのマルチグリッド型解法を適用することを可能とした。

また、応用分野における悪条件問題の具体的な事例として、商用の三相交流で駆動された電気モータの非線形有限要素解析を取り上げ、その高速化について研究を行った。同解析では、従来定常周期解を得るために多くのタイムステップを要し、収束までに多大な計算時間を要していた。このような周期性を有する時間発展問題は時間周期有限要素法の定式化によれば、各タイムステップの式を統合化した拡大連立一次方程式の求解により記述することができる。本方程式に対して、徳増 (東芝)、高橋 (同志社大) と協力し、収束性の遅い低周波数の成分に着目した EEC 法による高速化に取り組んだ。

(2) 本研究では、研究目的の要求要件 2 に対応し、高並列計算環境において良好な性能を有する線形反復ソルバの開発に関する研究を行った。

① 前項(1)で述べた陰的マルチグリッド法の定式化で得られる拡大連立一次方程式の持つ性質について調査し、これを並列ソルバで解くための技術について研究を行った。

② 一般に線形反復ソルバの性能評価においては、フロリダ大学のマトリックスコレ

クシオン等の行列データベースを用いる場合が多い。しかしながら、大規模並列計算環境を想定した研究開発では、行列データのメモリ分散を考慮する必要があり、またそもそも非常に大きなサイズのデータが必要となるため、これらのデータベースが提供する行列データは不適當である。そこで、具体的な応用分野での解析と連携した研究が求められることになる。そこで、本研究では、多くの数値解析で解かれ、近年のマルチフィジックスシミュレーションではその高速化が求められている 3 次元ポアソン方程式の差分解析と EMC 問題を対象とした高周波電磁場有限要素解析を対象とし、これらの解析において生ずる連立一次方程式の求解法について研究を行った。いずれの場合においても、大規模問題での収束性に優れるマルチグリッド法を利用し、SMP クラスタ型の計算機を対象として、MPI によるプロセス並列と OpenMP によるスレッド並列を併用するハイブリッド並列処理による高速化を行った。

4. 研究成果

(1) 一般の疎行列を対象とした連立一次方程式に対して、代数マルチグリッド法に基づいて本方程式を陰的マルチグリッド化し、拡大連立一次方程式を得るプログラムを開発した。係数行列の入力には、標準の疎行列データフォーマットである CRS 形式を用い、同形式の拡大係数行列と拡大右辺ベクトルを出力する。得られた拡大連立一次方程式には各種の線形反復法ライブラリの任意のルーチンを適用可能で、このことにより多様なマルチグリッド解法プログラムを簡便に生成、適用することが可能となった。

また、拡大連立一次方程式は非正則な係数行列を有するため、不完全分解系の前処理付き反復法については一般のライブラリルーチンをそのまま適用することができないことが判明した。そこで、シフト処理を伴う不完全 LU 分解前処理の並列化ルーチンを開発し、これらの解法を拡大連立一次方程式に適用可能とした。

(2) 陰的マルチグリッド法の定式化により得られる拡大連立一次方程式の性質に関して調査を行った。その結果、同方程式に前処理付き反復法を適用する場合、係数行列の非対角成分が収束性に与える影響が相対的に小さく、これらの項を無視する加法シュワルツ型前処理で十分であることが判明した。同様の知見は東京大学の研究グループからも報告されている(塚本昌也, 中島研吾, 杉原正顯, 「局所的な不完全コレスキー分解前処理を用いた陰的マルチグリッド法」, HPCS2011)。本知見に基づいた場合、大規模問題では、非対角成分に多くの非ゼロ要素を持つ可能性がある拡大方程式をそのまま解

くよりも、従来のマルチグリッド法の定式化を用いる実装法が有利であるといえる。そこで、大規模問題では上記(1)で述べた手順により、最も性能のよい(加法シュワルツ型)の解法を見出し、これを通常のマルチグリッド法と同様の実装法によって実現することで高性能なソルバを得られることが分かった。

(3) 大規模な3次元ポアソン方程式の差分解析を対象とした幾何マルチグリッド法の並列処理に関する研究を行った。収束性に優れるが、逐次性を有するガウス=ザイデルスムーザに対して、ブロック化赤-黒順序付け法を適用し、既存の標準解法である赤-黒順序付け法に基づいた並列化スムーザと比べて良好な性能を実現した。さらに、マルチグリッドサイクルのキャッシュブロッキング手法を考案し、最終的に改良型ブロック化赤-黒ガウス=ザイデルスムーザと呼ぶ、乗法シュワルツ型の並列化スムーザを提案した。京都大学学術情報メディアセンターのT2Kオープンスーパーコンピュータを利用した数値実験により、スレッド並列処理の場合で既存解法(赤-黒順序付けガウス=ザイデルスムーザ)と比べて、2.22倍の性能向上を実現し、プロセス並列(216コア使用)時において同比1.8倍の性能向上を実現した。本成果に関する発表論文は、2012年ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム(HPCS2012)において最優秀論文賞を受賞した。

(4) 大規模高周波電磁場有限要素解析をSMPクラスタ型のスーパーコンピュータ上で効率的に実行するための並列化線形ソルバを開発した。大規模問題への対応のために幾何マルチグリッド法を用い、電磁場解析に特有の離散回転演算子のゼロ空間に対応する誤差成分への対処として、乗法シュワルツスムーザの一種であるAFWスムーザを使用した。分散メモリ環境への対応には標準的な領域分割アプローチを採用した。本解析における最大の技術課題はAFWスムーザの並列化にあるが、これをスレッド並列処理、プロセス並列処理の各階層において異なる並列オーダリング法を適用するハイブリッド並列オーダリング法を提案することにより解決した。なお、スレッド並列処理の階層にはブロック化多色順序付け法を応用した。本解析を前述のT2Kオープンスーパーコンピュータ64ノード(1024コア)上で実行し、約8億自由度の問題を250秒以内で求解する高い並列実行性能を実現した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計11件)

[1] Y. Takahashi, H. Kaimori, A. Kameari, T. Tokumasu, M. Fujita, S. Wakao, T. Iwashita, K. Fujiwara and Y. Ishihara, “Convergence Acceleration in Steady State Analysis of Synchronous Machines Using Time-Periodic Explicit Error Correction Method”, IEEE Trans. Magn., Vol. 47, No. 5, (2011), pp. 1422-1425 (査読有) .

[2] Yasuhito Takahashi, Takeshi Mifune, Takeshi Iwashita, Koji Fujiwara and Yoshiyuki Ishihara, “Folded IC Preconditioning in Quasi-Static Field Analysis Taking Account of Both Tree-Cotree and $\phi=0$ Gauge Conditions”, IEEE Trans. Magn., Vol. 47, No. 5, (2011), pp. 1342-1345 (査読有) .

[3] 美船健, 廣谷迪, 岩下武史, 村山敏夫, 大谷秀樹; 「マルチコアプロセッサシステムによる高速有限要素電磁界解析」, 情報処理学会論文誌: コンピューティングシステム (ACS), Vol. 3, No. 3, (2010), pp. 189-198 (査読有) .

[4] 廣谷迪, 美船健, 岩下武史, 村山敏夫, 大谷秀樹; 「並列幾何マルチグリッド法による大規模高周波電磁場有限要素解析」, 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J93-B, No. 9, (2010), pp. 1331-1341 (査読有) .

[5] Y. Takahashi, T. Tokumasu, A. Kameari, H. Kaimori, M. Fujita, T. Iwashita, and S. Wakao, “Convergence Acceleration of Time-Periodic Electromagnetic Field Analysis by Singularity Decomposition-Explicit Error Correction Method”, IEEE Trans. Magn., Vol. 46, No. 8, (2010), pp. 2947-2950 (査読有) .

[6] Takeshi Mifune, Yasuhito Takahashi, and Takeshi Iwashita, “New Preconditioning Technique to Avoid Convergence Deterioration due to the Zero-Tree Gauge Condition in Magnetostatic Analysis”, IEEE Trans. Magn., Vol. 46, No. 7, (2010), pp. 2579-2584 (査読有) .

[7] 岩下武史, 美船健, 高橋康人; 「有限要素電磁場解析における反復法とその周辺技術」, 応用数理, Vol. 20, No. 1, (2010), pp. 12-24 (査読有) .

[8] 高橋康人, 徳増正, 藤田真史, 若尾真治, 岩下武史, 金澤正憲; 「時間周期有限要

素法と EEC 法に基づく非線形過渡電磁場解析における時間積分の収束性改善」, 電気学会論文誌, Vol. 129-B, No. 6, (2009), pp. 791-798 (査読有) .

[9] Takeshi Mifune, Yasuhito Takahashi and Takeshi Iwashita, “Folded Preconditioner: a New Class of Preconditioners for Krylov Subspace Methods to Solve Redundancy-Reduced Linear Systems of Equations”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 45, No. 5, (2009), pp. 2068-2075 (査読有) .

[10] Takeshi Iwashita, Takeshi Mifune, Soichi Moriguchi and Masaaki Shimasaki, “Physical Meaning of the Advantage of A-phi Method in Convergence”, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 45, No. 3, (2009), pp. 1424-1427 (査読有) .

[11] Takeshi Mifune, Soichi Moriguchi, Takeshi Iwashita and Masaaki Shimasaki, “Convergence Acceleration of Iterative Solvers for the Finite Element Analysis Using the Implicit and Explicit Error Correction Methods”, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 45, No. 3, (2009), pp. 1104-1107 (査読有) .

[学会発表] (計 35 件)

[1] Takeshi Iwashita, Algebraic block multi-color ordering method for parallel multi-threaded sparse triangular solver in ICCG method, 26th IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium (IPDPS 2012), Shanghai, China, 2012/5/25.

[2] 河合直聡, ブロック化赤-黒順序付け法に基づく並列マルチグリッドポアソンソルバ, ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム (HPCS2012), 名古屋大, 2012 年 1 月 26 日.

[3] 高橋康人, 時間領域並列化有限要素法を用いた誘導機の高速度電磁界解析, 平成 24 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 関西大, 2012 年 1 月 26 日.

[4] Ryosuke Namba, A Use of Classical Algebraic Multigrid Method in Finite Edge-Element Analysis, The 20th MAGDA Conference in Pacific Asia (MAGDA2011) Conference Proceedings, Kaohsiung, Taiwan, 2011/11/15.

[5] Takeshi Iwashita, Parallel Geometric Multigrid Solver for Fast Electromagnetic Wave Analysis, International Workshop on application of iterative methods to engineering and its mathematical element, Kyoto, Japan, 2011/10/24.

[6] Junji Kitao, Automatic Determination of Acceleration Factor in Shifted ICCG Method for Edge-Based Finite Element Analysis, International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics (ISEM 2011), Naples, Italy, 2011/9/9.

[7] 北尾純士, 残差および汎関数に着目した shifted ICCG 法における加速係数の自動決定法, 平成 23 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 新潟大, 2011 年 8 月 25 日.

[8] 美船健, A 法による辺要素磁界解析への代数マルチグリッド法の応用に関する一検討, 平成 23 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 新潟大, 2011 年 8 月 25 日.

[9] Masatoshi Kawai, Parallel Multigrid Poisson Solver based on Block Red-Black Ordering, The 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2011), Vancouver, Canada, 2011/7/20.

[10] Yasuhito Takahashi, Parallel Time-Periodic Finite-Element Method for Steady-State Analysis of Rotating Machines, the 18th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG 2011), Sydney, Australia, 2011/7/12.

[11] 河合直聡, ブロック化赤-黒順序付け法による並列マルチグリッドポアソンソルバの開発とその評価, 先進的計算基盤システムシンポジウム (SACSIS2011), 東京都, 2011 年 5 月 26 日.

[12] 北尾純士, 辺要素有限要素法を用いた磁界解析に対する自動加速機能付 ICCG 法の有効性検証, 第 14 回 環瀬戸内応用数理研究部会 シンポジウム, 岡山理科大学, 2011 年 1 月 23 日.

[13] 高橋康人, 並列化時間周期有限要素法を用いた回転機の磁界解析, 第 14 回 環瀬戸内応用数理研究部会シンポジウム, 岡山理科大学 2011 年 1 月 23 日.

[14] 佐藤翔士, 静磁界辺要素解析における折畳み前処理の OpenMP による並列化, 第 19 回 MAGDA コンファレンス, 北海道大学, 2010 年 11 月 23 日.

[15] 佐藤翔士, 静磁場解析における折畳み前処理の並列化に関する検討, 平成 22 年電気関係学会関西支部連合大会, 立命館大学, 2010 年 11 月 14 日.

[16] 美船健, マルチコアプロセッサシステムによる高速有限要素電磁界解析, 先進的計算基盤システムシンポジウム (SACSIS 2010), 奈良市, 2010 年 5 月 28 日.

[17] Yasuhito Takahashi, Convergence Acceleration in Transient Analysis of Rotating Machines Using Time-Periodic Explicit Error Correction Method, The 14th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (IEEE-CEFC2010), Chicago, USA, 2010/5/12.

[18] Takeshi Iwashita, Algebraic Block Multi-Color Ordering Method for Parallel ICCG Solver in Unstructured Mesh Analyses, 2nd International Workshops on Advances in Computational Mechanics (IWACOM-II), Yokohama, Japan, 2010/3/30.

[19] Takeshi Iwashita, Performance Evaluation of Parallel ICCG Solver Based on Algebraic Block Multi-Color Ordering Method, 2nd International Kyoto-Forum on Krylov Subspace method, Kyoto, Japan, 2010/3/25.

[20] Yasuhito Takahashi, Performance Evaluation of Additive Schwarz Type Folded IC Preconditioner in Electromagnetic Field Computation Using Edge-Based FEM, 2nd International Kyoto-Forum on Krylov Subspace method, Kyoto, Japan, 2010/3/25.

[21] 高橋康人, 簡易多相交流 TP-EEC 法による回転機の過渡解析における収束性改善, 平成 22 年電気学会全国大会, 明治大, 2010 年 3 月 17 日.

[22] 難波亮介, AC-AT block IC 前処理による辺要素静磁界解析の高速化に関する検討, 平成 22 年電気学会全国大会, 明治大, 2010 年 3 月 17 日.

[23] Takeshi Iwashita, Parallel Incomplete Factorization Preconditioning based on Algebraic Block Multi-Color

Ordering Method, SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing, Seattle, USA, 2010/2/25.

[24] 高橋康人, 静磁場・渦電流場解析における Additive Schwarz 型 Folded IC 前処理の有効性に関する検討, 平成 22 年電気学会マグネティックス・静止器・回転機合同研究会, 豊田市, 2010 年 1 月 28 日.

[25] 廣谷迪, 大規模高周波電磁場問題に対する幾何マルチグリッド法を用いた並列有限要素解析, 平成 22 年電気学会マグネティックス・静止器・回転機合同研究会, 豊田市, 2010 年 1 月 28 日.

[26] 廣谷迪, 幾何マルチグリッド法を用いた有限要素電磁波解析の並列化に関する検討, 平成 21 年電気関係学会関西支部連合大会, 大阪大, 2009 年 11 月 7 日.

[27] 福原敏行, Localized IC 分解と多色順序付けを併用したハイブリッド型並列 ICCG 法に関する検討, 情報処理学会 第 122 回ハイパフォーマンスコンピューティング研究発表会, 東京都 2009 年 10 月 9 日.

[28] 高橋康人, 回転機の電磁界解析における並列化時間周期有限要素法の有効性に関する検討, 平成 21 年電気学会静止器・回転機合同研究会, 北見工業大学, 2009 年 9 月 17 日.

[29] Takeshi Mifune, "A New Preconditioning Technique for Linear Equations Derived from the Elimination of Redundant Unknowns in Singular Systems", International Conference on Preconditioning Techniques for Scientific and Industrial Applications (Preconditioning 2009), 2009/8/24, Hong Kong, China.

[30] 岩下武史, 代数ブロック化多色順序付け法による並列化 ICCG ソルバの性能評価, 2009 年並列/分散/協調処理に関する『仙台』サマー・ワークショップ, 仙台市, 2009 年 8 月 4 日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岩下 武史 (IWASHITA TAKESHI)
京都大学・学術情報メディアセンター・
准教授
研究者番号 : 30324685