

機関番号：11601

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2010

課題番号：21700005

研究課題名（和文） 平面グラフの矩形勢力描画アルゴリズムに関する研究

研究課題名（英文） A study of rectangle-of-influence drawing algorithms of plane graphs

研究代表者

三浦 一之 (MIURA KAZUYUKI)

福島大学・共生システム理工学類・准教授

研究者番号：80333871

研究成果の概要（和文）：平面グラフ G の描画で、 G の各点が整数座標を持ち、 G の各辺が互いに交差しない直線分として描かれ、 G の任意の辺の両端点により定義される軸平行な長方形の内部に G の点が含まれないものを G の矩形勢力描画という。本研究において、任意の平面グラフが矩形勢力描画を持つための十分条件を改良するとともに、 G がその条件を満足するとき、 G を $(n-1) \times (n-1)$ の整数格子の上に線形時間で開矩形勢力描画するアルゴリズムを与えた。

研究成果の概要（英文）：A drawing of a plane graph G is called a rectangle-of-influence drawing if all vertices of G are put on plane grid points, all edges are drawn as straight line segments without any edge-intersection and there is no vertex in the proper inside of the axis-parallel rectangle defined by the two ends of every edge. In this study, I improve a sufficient condition for a plane graph G to have a rectangle-of-influence drawing, and present a linear time algorithm to construct a rectangle-of-influence drawing of G on $(n-1) \times (n-1)$ integer grid if G satisfies the condition.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論, グラフ理論

1. 研究開始当初の背景

いくつかの点とそれらを結ぶ辺の集合により構成されるものをグラフといい、様々な関係や構造を抽象的に表現するために広く使われている。グラフ、特に平面グラフを、“構造が理解しやすく”かつ“きれいに”描画する問題をグラフ描画問題といい、コンピューターネットワーク、VLSI フロアプラン、ビジュアル計算機言語等の様々な分野で極めて重要な役割を果たしている。そのため、様々な評価基準の下で最適にグラフを描画するアルゴリズムの開発と、その基となる理論の研究が多数行われている。

平面グラフ G の描画で、 G の各点が整数座標を持ち、 G の各辺が互いに交差しない直線分として描かれるものを G の直線描画といい、最も基本的な描画法として広く知られている。しかし、単なる直線描画では特定の箇所に点が密集してしまうことがあり、“構造が理解しやすく”かつ“きれいな”描画とは限らない。そのため、直線描画に様々な制約を加えた、より“きれいな”描画法が数多く研究されている。

G の直線描画で、 G の任意の辺の両端点により定義される軸平行な長方形の内部に G の点が含まれないものを G の矩形勢力描画とい

う。矩形勢力描画では、各辺の近傍にはその辺の端点以外の点が配置されないので、単なる直線描画に比べて点や辺同士の距離が離れることが多く、より“きれいな”描画となりやすい。したがって、G が矩形勢力描画を持つための必要十分条件を求めること、およびG の矩形勢力描画を求める効率のよいアルゴリズムの開発が望まれている。

矩形勢力描画で長方形の周上に点の存在を許すものを“開”矩形勢力描画といい、周上に点の存在を許さないものを“閉”矩形勢力描画という。1999年にBiedlらは、

(1) 平面グラフGが開矩形勢力描画を持つための必要十分条件、および

(2) Gを $(n-1) \times (n-1)$ の整数格子上に閉矩形勢力描画するアルゴリズム (n はGの点数)

を与えている。しかし、Gが開矩形勢力描画を持つための必要十分条件は知られていなかった。

2006年に本研究者は、外面の形状にある種の制約を加えた“良”開矩形勢力描画を定義し、

(1) 内部三角化平面グラフGが良開矩形勢力描画を持つための必要十分条件、および

(2) Gを $(n-1) \times (n-1)$ の整数格子上に良開矩形勢力描画する多項式時間アルゴリズム

を与えている。しかし、制約を持たないより一般的な開矩形勢力描画を平面グラフGが持つための必要十分条件は知られていない。

2. 研究の目的

本研究の主な目的は以下の3つである。

(1) 平面グラフGが開矩形勢力描画を持つための必要十分条件を求める。

(2) Gの開矩形勢力描画に必要な格子の大きさについて解析を行う。

(3) Gの開矩形勢力描画を求める効率のよいアルゴリズムを開発する。

まず、一般的な平面グラフGが開矩形勢力描画を持つための必要十分条件を解析する。さらに、Gが開矩形勢力描画を持つために必要な格子の大きさについて解析する。以上の解析結果を基に、Gの開矩形勢力描画を求めるアルゴリズムの開発を目指す。可能であれば、矩形勢力描画以外の描画アルゴリズムについても開発を行う。

3. 研究の方法

(1) 平面グラフGが開矩形勢力描画を持つための必要十分条件の解析

本研究者は、これまでに平面グラフGの全ての角に対して、図1のように水平あるいは垂直な線分を何本含むかを意味する0~4のラベルを割り当てる手法を考案するとともに、全ての外角のラベルが2以上である

開矩形勢力描画を良開矩形勢力描画と定義した。さらに、このラベル付けが満たすべき条件を考察することにより、Gが良開矩形勢力描画を持つための必要十分条件を与えた。本研究では、このラベル付けの条件をより詳細に解析することにより、Gが一般的な開矩形勢力描画を持つ場合と持たない場合とでどのような違いがあるかを調査する。例えば、外角にラベル0が2つ連続して現れる場合には開矩形勢力描画は存在しない。したがって、Gがそのようなラベル付けを持たないことが、求めたい必要条件の1つであることは明らかである。このように、開矩形勢力描画が存在しないラベル付けの例を可能な限り列挙し、それらを一般化することにより、必要十分条件を導く。もし条件の一般化が難しい場合には、列挙できた条件を基にして、少なくとも既知の結果より改善された条件を与えることを目指す。

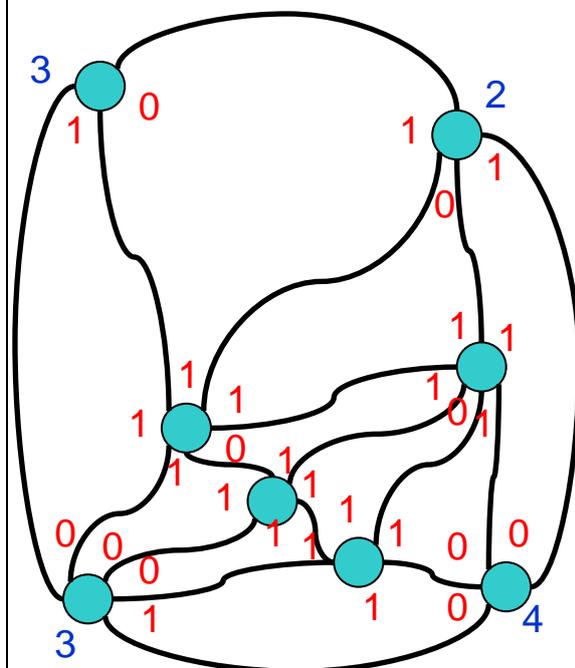


図1：ラベル付け。

(2) Gの開矩形勢力描画に必要な格子の大きさの解析

ワークステーションおよびグラフアルゴリズムシミュレーション用ソフトを用いて、既存の矩形勢力描画を求めるアルゴリズムをそれぞれ実装する。実装後、様々なグラフの描画シミュレーションを行うことにより、矩形勢力描画に必要な格子の大きさの解析を行う。その際、多数のグラフのシミュレーションを行う必要があると予想されるため、研究室の大学院生にシミュレーションの補助を担当してもらう予定である。得られた解析結果を基に、より小さな面積内に描画できる手法を検討する。

さらに、描画問題に関する文献の調査および関連する国内研究会、国際学会等への参加および関連研究者との議論を行い、既存の手法を見極め、矩形勢力描画に応用が可能かどうか考察・検討する。

(3) G の開矩形勢力描画を求める効率のよいアルゴリズムの開発

(1), (2) の結果を基に、G の開矩形勢力描画を求めるアルゴリズムの開発を行う。本研究において、既存の結果と同様に必要十分条件をラベル付けを用いて与えることができれば、既存のアルゴリズムと同様の手法を用いることが可能となる。

4. 研究成果

本研究の主な成果は以下の通りである。

(1) 任意の平面グラフが開矩形勢力描画を持つための十分条件の拡張

従来知られていた十分条件は、図1のように、

- ・ G の全ての外角のラベルは 2, 3 あるいは 4 である。

という条件が含まれていた。本研究ではこの条件を改良し、

- ・ G の全ての外角のラベルは 1, 2, 3 あるいは 4 である。

と拡張した。(図2参照。)

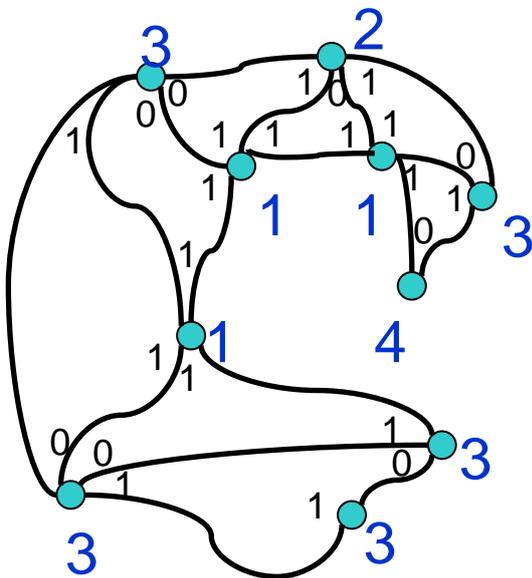


図2：本研究で与えたラベル付け。

このように条件を拡張したことにより、従来描くことができなかった、外角のラベルに 1 を持つ平面グラフを開矩形勢力描画できることが証明され、描画可能なグラフのクラスを拡張することができた。

(2) G を $(n-1) \times (n-1)$ の整数格子上に線形時間で開矩形勢力描画するアルゴリズムの開発

(1) で与えた条件を満足する平面グラフ G が与えられたとする。このとき、もし外角のラベルが全て 2 以上であれば、従来のアルゴリズムを用いて開矩形勢力描画できる。本研究では、G に対して、図3のように、いくつかのダミー辺を追加するとともに、ラベルを適宜変更し、最終的に外角のラベルを全て 2 以上にする手法を考案した。

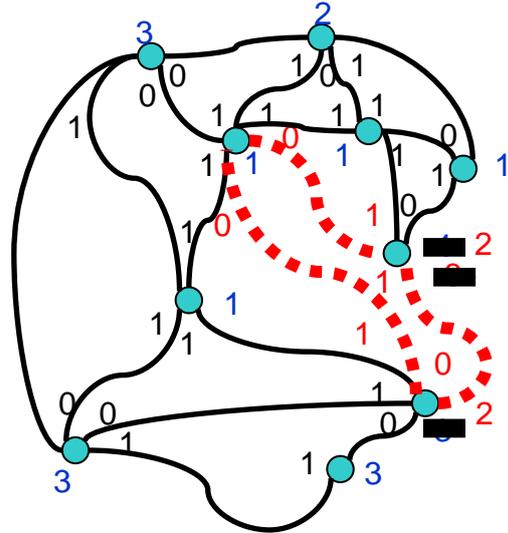


図3：ダミー辺の追加。

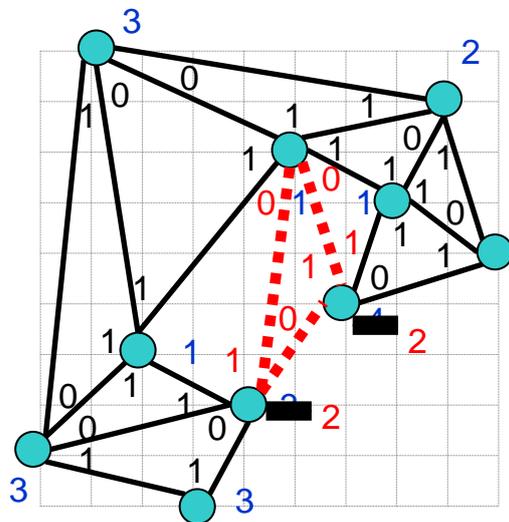


図4：ダミー辺を追加したグラフの開矩形勢力描画。

この手法により、図4のように、従来のアルゴリズムを用いて $(n-1) \times (n-1)$ の整数格子上に線形時間で開矩形勢力描画することができる。さらに図5のように追加したダミー辺を除去することにより、入力グラフの開矩形勢力描画を得ることができる。この結果により、(1) で拡張した条件を満足する全

てのグラフを、従来と同じ大きさの格子内に線形時間で開矩形勢力描画できることが解明された。

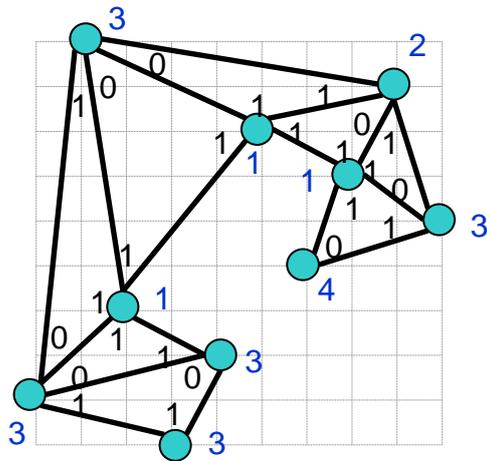


図5 : Gの開矩形勢力描画.

(3) 内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木の葉の数が5枚のとき,Gを大きさ $10n \times n^2$ の整数格子内に格子凸描画する線形時間アルゴリズムの開発.

平面グラフGの描画で,Gの各点が整数座標を持ち,Gの各辺が互いに交差しない直線分として描かれ,各面が全て凸多角形で描かれる描画をGの格子凸描画という.Gの3連結成分分解木の葉の数が4枚以下ならば,Gは点数nの多項式の大きさの格子内に格子凸描画できることが知られていた.しかし,葉の数が5枚以上のときnの多項式の大きさの格子内に格子凸描画できるかどうかは知られていなかった.

本研究では,内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木の葉の数が5枚のとき,Gは大きさ $10n \times n^2$ の整数格子内に格子凸描画できることを証明するとともに,そのような描画を求める線形時間アルゴリズムを与えた.この結果により,開矩形勢力描画とは別の描画法である格子凸描画に関して,内部3連結平面グラフGの分解木の葉の数が5個のときに,Gの点数nの多項式の大きさの格子内にGを線形時間で格子凸描画できることを世界で初めて証明した.さらに,本結果は,格子サイズの改良や,葉の数が6枚以上の場合への拡張の可能性も秘めており,今後の研究の更なる発展が大いに期待される.

5. 主な発表論文等

[学会発表](計3件)

①木村 文也, 三浦 一之

内部三角化平面グラフの開矩形勢力描画
情報処理学会東北支部研究会, 2010. 2. 6, 日本大学.

②Kazuyuki Miura, and Fumiya Kimura,
Sufficient Condition for Open
Rectangle-of-Influence Drawings of Inner
Triangulated Plane Graphs,
FIT2010 第9回情報科学技術フォーラム,
2010. 9. 9 九州大学.

③千葉 智子, 三浦一之

内部3連結グラフの外5角格子凸描画,
情報処理学会東北支部研究会, 2011. 2. 15,
東北学院大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三浦 一之 (MIURA KAZUYUKI)

福島大学・共生システム理工学類・准教授

研究者番号: 80333871