様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 23 年 6 月 18 日現在

機関番号：金沢工業大学
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2009 ～ 2010
課題番号：21700020
研究課題名（和文）
変数間の相関を考慮した区間演算方式の計算コストの削減に関する研究
研究課題名（英文）
Research on reduction of calculation cost of Affine Arithmetic
研究代表者
宮田 孝富（MIYATA TAKATOMI）
金沢工業大学・情報学部・講師
研究者番号：30329114

研究成果の概要（和文）：

変数間の相関性を考慮する区間演算の変種であるアフィン演算で問題となる誤差項の増大に伴う計算コストの増大の抑制を目的として，アフィン演算の減次の方法について検討し，減次の方法をいくつか考え実装した．

初期値問題の解の包み込みにアフィン演算を用いる場合に区間評価の性能に関して本質的に問題となるのは，加減算の打ち消しが起きないことではなく，むしろ wrapping effect である．そのために，アフィン演算の効果的な減次の方法を考えることは役に立つ．

研究成果の概要（英文）：

In this research, I treated Affine Arithmetic. It is a hopeful variant of Interval Arithmetic, which can represent correlation among variables. But it costs much calculation time, because number of error term increases. To overcome this problem, I considered how to reduce error term.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2009 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
年度			
総　計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：総合領域
科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎
キーワード：計算理論・アフィン演算

１．研究開始当初の背景

微分方程式などの連続数学の問題を，計算機の有限桁の浮動小数点数を用いて数値的に解きながら，演算結果の数学的な正しさを実用的なレベルで保証する，精度保証付き数値計算と呼ばれる数値計算法に関する研究が近年盛んに行われている．

数値計算で生ずる誤差は，数値計算アルゴリズム由来の誤差と計算機の丸めの誤差に大別される．精度保証付き数値計算は，基本的には前者への対策としての不動点定理と後者への対策としての区間演算という２つの技術を組み合わせることで実現される．

そして，精度保証した結果の良し悪しを測

る尺度は，精度保証付き解の区間幅の大小である(区間幅が小さいほど良い結果である)．

しかるに，区間演算は「最悪値の保証」というその性質上，演算結果の過大評価による区間幅の増大が起きやすいという大きな欠点を持つ．この問題を克服するために通常取られる方法は，区間拡張する前の式を区間幅の増大が起きづらい形に変形する方法である．

２．研究の目的

これに対し，研究代表者らはこれまで，変数間の相関を表現できる区間演算の有力な変種としてアフィン演算を扱い，非線形方程式における全解探索問題の高速な求解や，初期値問題の精度保証付き解法に活用してきた．反面，アフィン演算には非線形演算の定義の仕方が難しい，丸め誤差の扱いが難しい，通常の区間演算を用いるより計算コストがかかるなどの課題がある．さて，本研究課題の目的は，アフィン演算のように通常の区間より工夫を凝らしたデータ構造を持ちながら，現状苦しめられている計算コストの問題を解決する方法を提案することである．

従来法との比較のポイントは同等の区間評価を得るのに要する時間である．ただし，よい区間評価と短い計算時間を両立させようとする過程で，区間のデータ構造を必ずしもアフィン演算のデータ構造(アフィン形式)に拘泥して考えない．(狭くても) ある特定の問題とそれに適した区間データ構造の組み合わせを提供できるのであれば，それも本研究課題のゴールとなる．

精度保証付き数値計算の分野で，方程式の解を含む区間の幅の増大を抑制することには大きな意義がある(たとえば演算結果の区間の下端と上端の小数第 8 位までが一致するということは，厳密解の小数第 8 位までが正確に求まったことを意味する)．ただ，そのアプローチとして，区間のデータ構造自体に手を加える研究は多くない．

３．研究の方法

アフィン演算をベースに検討を始める．その理由は区間演算と比較したときの２つの優位性(すなわち１点目は加減算において同類項のまとめが可能となる点２点目はwrapping effect の影響を完全に排除できる点) にある(図 1)．

一方，アフィン演算は変量をアフィン形式によって表すが，アフィン演算における非線形演算の定義は「像がアフィン形式を保つように」行われなければならない．そのため，アフィン演算では非線形演算のたびに変量に新たな誤差項が追加される．

研究代表者らはこれまで，いくつかの代表的な非線形演算に対して，追加する誤差項を最小化するような方法を提示してきたが，このように新たに追加された誤差項は，実際にはその後の計算で同類項として打ち消される可能性が非常に小さい．にもかかわらず，その後の計算では(打ち消される可能性の小さい) 誤差項との相関を演算のたびにチェックしてしまう．このチェックこそが，区間評価の性能を上げる可能性はほとんどない

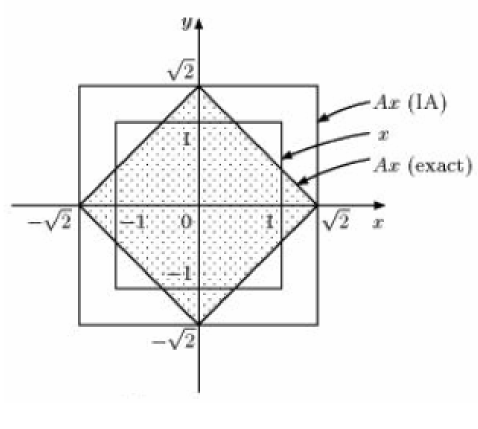

図 1 wrapping effect の例

のに計算時間だけを消費する元凶であると考えた．そのため，本研究ではこのように非線形演算の結果として新たに追加された誤差項同士をまとめて，アフィン形式の項数を減少させる方法を検討する．当然，まとめられた項はもはや打ち消し(同類項のまとめ) がきかなくなるが，打ち消される可能性が非常に小さいため，この操作が区間評価の性能を落とす可能性はごく小さいと判断した．

４．研究成果

アフィン演算における減次の方法が複数考えうることがわかった．非線形演算で生じる誤差項をすべてひとつの項にまとめてしまう単純な方法を含め，いくつかの方法を考えた．そのうちの１つを以下に述べる(方法に対して適切な命名がなされていない)．

簡単のため，2 次元空間において各成分が 4 つの ε を持つアフィン形式を減次することを考える．すなわち，v0，v1，v2，v3，v4∈ R^2 として v0+v1ε1+ v2ε2+ v3ε3+ v4ε4 を減次する方法を考える．

ここでもし，$v1\times v2\neq 0$，すなわち v1 と v2 が一次独立であれば，

$v4=\alpha v1+\beta v2$

をみたすようなα，βが存在する．ただし，$\times$は外積を表す．すなわち，

$v1\times v2 = v11v22-v12v21$

そして，

$$
\begin{aligned}
&v0+v1\varepsilon 1+ v2\varepsilon 2+ v3\varepsilon 3+ v4\varepsilon 4\\
&=v0+v1\varepsilon 1+ v2\varepsilon 2\\
&\quad + v3\varepsilon 3+ (\alpha v1+\beta v2)\varepsilon 4\\
&\subseteq v0+(1+|\alpha|)v1\varepsilon 1+(1+|\beta|) v2\varepsilon 2\\
&\quad + v3\varepsilon 3
\end{aligned}
$$

このようなα，βは

$(\alpha v1+\beta v2)\times v2=\alpha(v1\times v2)=v4\times v2$

$(\alpha v1+\beta v2)\times v1=\beta(v2\times v1)=v4\times v1$

を解くことによって得られる．

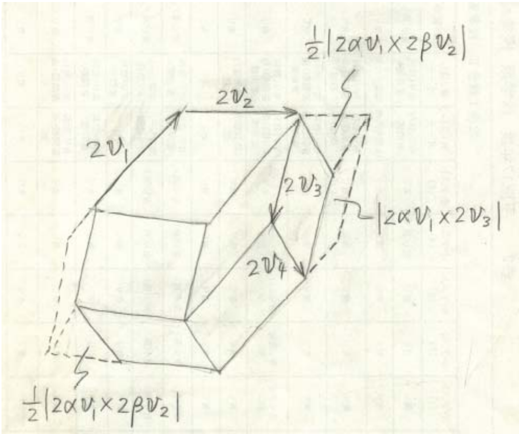

図２　減次により$\varepsilon 4$の項を消去した場合

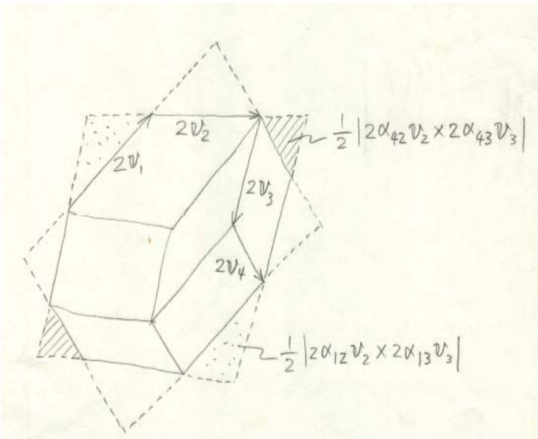

図３　減次により$\varepsilon 1$の項を消去した場合

減次の際，どの項を消去するのかのよって減次したあとのアフィン形式が表す領域(joint range)は変わってくる（図2,3)．

ただし，どの項を残すかを判定するのにあまり手間をかけてしまうと，計算コストを削減したいという減次のそもそもの趣旨に反してしまうジレンマがある．

このような方法をとることによって，加減算で起きるべき打消し（同類項のまとめ）が起きなくなってしまう点には注意する．これは，アフィン演算における丸め誤差の取り扱いに関しても同じことが言える（丸め誤差のための誤差項は加減算においても打消しが起きない)．

２次元の場合について説明したが，これにより２階の常微分方程式の初期値問題の解の包み込みにアフィン演算を用いる場合についての議論が可能となる．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　０件）

〔学会発表〕（計　０件）

〔図書〕（計　０件）
〔産業財産権〕
○出願状況（計　０件）
名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計　０件）
名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者

宮田孝富（MIYATA TAKATOMI)
金沢工業大学・情報学部・講師

研究者番号：30329114

(2)研究分担者

(　　)

研究者番号：

(3)連携研究者

(　　)

研究者番号：