様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成２４年　６月１５日現在

機関番号：６２６１５
研究種目：若手研究（Ｂ）
研究期間：2009～2011
課題番号：２１７０００４６
研究課題名（和文）　確率的システムを対象とした高水準制約プログラミング言語

研究課題名（英文）　A High-Level Programming Language for Probabilistic Systems

研究代表者
細部　博史（HOSOBE HIROSHI）
国立情報学研究所・アーキテクチャ科学研究系・准教授
研究者番号：60321577

研究成果の概要（和文）：システムのモデル化，シミュレーション，推論を行うための制約プログラミング技術を構築した．主要な成果は，確率的システムのモデル化の枠組みとして確率的制約充足問題を定式化し，その性質を統計的に解析する手法を与えたことである．また副次的な成果として，半環に基づく制約充足問題に関する理論的結果と，優先度を伴った線形制約の高速処理手法，非線形制約と常微分方程式の連立処理手法を与えた．

研究成果の概要（英文）：We developed constraint programming technology for modeling, simulation, and reasoning of systems.　Our main contribution is that we formulated probabilistic constraint satisfaction problems as a framework for modeling probabilistic systems and also presented a technique for statistically analyzing their properties.　We also provided a theoretical result on semiring-based constraint satisfaction problems, a technique for efficiently solving linear constraints with preferences, and a technique for simultaneously solving nonlinear constraints and ordinary differential equations.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００９年度	1,300,000	390,000	1,690,000
２０１０年度	1,000,000	300,000	1,300,000
２０１１年度	900,000	270,000	1,170,000
総　計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：総合領域
科研費の分科・細目：情報学・ソフトウェア
キーワード：制約プログラミング，ソフト制約，確率的システム

１．研究開始当初の背景

確率的システムに関する研究は長年に渡り様々な分野で行われてきた．情報通信分野における待ち行列を用いた性能評価や，金融工学における確率微分方程式を用いた市場分析などはその典型例である．このような確率的システムの解析は一般に困難であり，数式の形で解析できるシステムは単純なものに限られる．このために確率的システムの数値シミュレーションが重要となる．シミュレーションの手法として通常使用されるのは，乱数を用いた，いわゆるランダムシミュレーションである．ただし，ランダムシミュレーションにおいて 1 回の実行からわかるのは，システムの特定の振舞いのみである．そのため，確率的システムの全体的な振舞いを把握

するためには，多数回のランダムシミュレーションによるモンテカルロ法を行った上で，統計処理や可視化などによって結果を検討する必要がある．

このようなシミュレーションのための処理系としては，各応用分野で開発されている専用のソフトウェアのほかに，MATLAB や Scilab などの汎用の処理系もあり，広く利用されている．これらの汎用処理系は，対象となるシステムの視覚的なモデル化や，シミュレーション結果の統計処理や可視化に有用な機能を備えているが，プログラミング言語としては通常の手続き型言語であり，シミュレーション手法としては通常のランダムシミュレーションを用いるものであるため，その意味では素朴な処理系であると言える．

２．研究の目的

本研究は確率的システムを対象とした高水準なプログラミング言語を構築することを目的とする．計算手順を記述する手続き型プログラミングとは対照的に，制約プログラミングには主に以下の 2 つの利点がある．

(a) 宣言的な論理式や数式を制約として記述できるため，論理的・数理的な問題の自然で容易なモデル化が可能となる．
(b) 対象となる問題が宣言的に記述されるため，実行方式の自由度が増し，シミュレーションだけでなく，問題の性質の推論や検証などの高度な処理を取り入れることが可能となる．

これらの制約プログラミングの利点を活かすことで，確率的システムのための高水準なプログラミング言語を構築することが本研究の目的である．ただし，これらの利点の一方で，制約プログラミングでは処理のアルゴリズムと処理系の実装が鍵となるため，本研究ではこれらを実現することが課題となる．

３．研究の方法

本研究の目的を達成するために，確率的システムのための制約プログラミングの枠組みを構築し，そのための制約処理アルゴリズムと処理系を開発する．本研究では，個々の制約に確率を付与することで確率的システムを表現する枠組みである確率的制約充足問題を基盤として採用し，さらにその統計的な性質を調べるための数値シミュレーション手法を開発する．具体的には，枠組みに関しては，Fargier と Lang による確率的制約充足問題の枠組みを拡張し，制約充足問題を解くという観点から，より直観的な確率の意味付けを与える．一方，数値シミュレーション手法に関しては，マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いる．

また，確率的制約充足問題における確率は制約の優先度として見なすことができることから，並行して制約の優先度に関するより一般的な考察を行い，制約プログラミング技術の開発に役立てる．

４．研究成果

(1) 確率的システムをモデル化するための枠組みとして，確率的制約充足問題を定式化した．本枠組みは，有限領域上の制約充足問題で個々の制約に対して確率を割り当てることで，制約の柔らかさを表現することができる．本枠組みは，Hélène Fargier と Jérôme Lang による確率的制約充足問題の枠組みを基礎とするものである．

Fargier と Lang の枠組みでは，確率的制約充足問題から確率を取り除いた部分問題に対して存在確率が定められている．形式的にこれは以下のように表される．n 個の変数

$$X=\left(X_1,X_2,\ldots,X_n\right),$$

変数の有限領域

$$D=D_1\times D_2\times\cdots\times D_n,$$

m 個の制約

$$C=\left\{R_1,R_2,\ldots,R_m\right\}\ (R_i\subseteq D),$$

制約の確率

$$Q=\left\{q_1,q_2,\ldots,q_m\right\}\ (0\le q_i\le 1)$$

が与えられたとき，確率的制約充足問題 P は 4 つ組

$$P=\left(X,D,C,Q\right)$$

として定められる．このとき，

$$C_k\subseteq C$$

であるような部分問題

$$P_k=\left(X,D,C_k\right)$$

の確率 $p\left(P_k\right)$ が以下で定められる．

$$p\left(P_k\right)=\left(\prod_{R_i\in C_k}q_i\right)\left(\prod_{R_i\notin C_k}\left(1-q_i\right)\right)$$

P_k の解 $S\left(P_k\right)$ は以下で定められる．

$$S\left(P_k\right)=\bigcap_{R_i\in C_k}R_i$$

$S(P_k)$の定義は通常の制約充足問題の解の定義と同様である．

以上の定義により，確率的制約充足問題は1種のソフト制約の枠組みとなる．すなわち，制約の存在確率q_iは制約の柔らかさを示しており，$q_i=1$であれば固い制約であり，q_iが小さいほど柔らかい制約となる．部分問題の存在確率は，元の問題における各制約が部分問題に含まれるかどうかに応じて確率を掛け合わせることで計算されるようになっており，この枠組みには，制約の確率と部分問題の確率の間の対応が明確であるという利点がある．しかしながら，この枠組みでは，制約充足問題の個々の解に対する確率の概念が与えられていない．言い換えれば，制約充足問題を解くという観点からの確率の意味付けがなされていないという問題があった．

本研究では，Fargier と Lang の枠組みにおける部分問題の確率の概念を変えることなく新たな拡張を行い，個々の解に対しても存在確率を与えている．これは，各部分問題の確率をその全ての解に均等に分配し，各解に関してそのような確率を足し合わせるようにすることで行う．形式的には各解$x \in D$の確率$p(x)$は以下で定められる．

$$p(x) = \sum_{P_k \text{ s.t. } x \in S(P_k)} \left(\frac{p(P_k)}{|S(P_k)|} \right)$$

この定義により，同程度に良い解は同じ確率を持ち，より良い解はより高い確率を持つようになる．このため，本研究の枠組みでは，制約充足問題を解くという観点から，より直観的な確率の意味付けを与えることができている．

(2) 確率的制約充足問題の個々の解の存在確率を推定することを可能にするために，統計的手法であるマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いる方法を構築した．

研究成果(1)の定式化によって，個々の解の存在確率が理論的には一意に定まるが，それを正確に計算するためには全ての部分問題P_kの全ての解$S(P_k)$を求める必要が生じる．このため，解の存在確率を正確に計算できるのは現実的には小規模な問題の場合に限られることになる．

これに対処するために，本研究では，ある程度大きい部分問題P_kについて，その解の個数$|S(P_k)|$を推定し，その結果を利用して確率的制約充足問題の解の存在確率を推定できるようにしている．$|S(P_k)|$を計算する問題(#CSP とも言う)は，#P 完全と呼ばれる問題クラスに属し，この場合も正確に計算できるのは現実的には小規模な問題の場合に限られる．

このため，本研究では，マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いた#CSP の推定手法を利用することで，より大規模な確率的制約充足問題に対応できるようにしている．マルコフ連鎖モンテカルロ法は主に統計物理学の分野で発展してきた手法であるが，近年は計算機科学の問題への応用が盛んに研究されるようになっている．マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いることで，対象とする問題の統計量を推定することができる．制約充足問題を扱う場合，問題を確率的問題に変換した上で，マルコフ連鎖モンテカルロ法を適用することで，元の制約充足問題の解の個数を統計的に推定することができる．

本研究では，確率的制約充足問題Pの部分問題P_kのうちのある程度大きいものについて，その解の個数$|S(P_k)|$を事前に推定しておくようにすることで，解xが与えられたときに確率$p(x)$を推定できるようにしている．

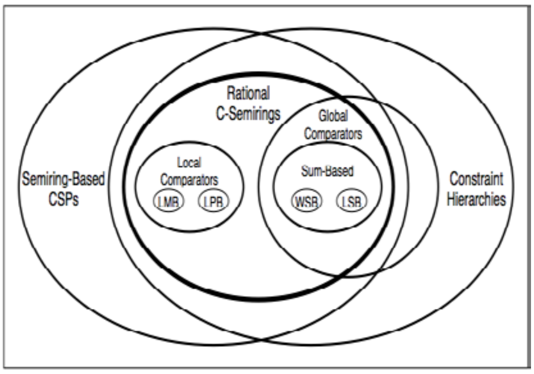
この方法を用いれば，対象領域における確率的制約充足問題の解の確率的な分布を可視化することなども可能である．このようにして，本研究では，確率的制約充足問題をより直観的に把握できるようにしている．

(3) 確率を扱う制約プログラミングの基盤として，Stefano Bistarelli によって提案された半環に基づく制約充足問題に注目し，その性質を調べた．

Bistarelli の枠組みでは，加法と乗法からなる基本的な数理構造である半環を用い，乗法によって制約の結合を，加法によって解の最適化を表現することで制約解消の過程を抽象化する．この枠組みは一般性が高く，確率的制約充足問題を含む種々のソフト制約のための制約充足問題の枠組みを表現できることが知られている．

本研究では特に半環に基づく制約充足問題において，制約に階層的な優先度を与えた場合の性質を調べた．より具体的には，半環に基づく制約充足問題を階層的に組み合わせる方法を与えた上で，それによって構成される問題が半環に基づく制約充足問題に帰着されるかどうかを調べた．階層的に組み合わせるための方法は，Alan Borning らが提案した制約階層と呼ばれる枠組みと本質的に同等なものである．

その結果，非階層的な場合に制約充足問題を表現できる半環であっても，その演算を階層的に組み合わせると半環ではなくなる場合があることを明らかにした．さらに本研究では，階層的に組み合わせることが可能な半環についての十分条件を与えた．この関係は次のように図示することができる．



(4) 優先度を伴った線形制約からなる制約充足問題を処理するための手法を構築した．本手法では，個々の制約に対して階層的な優先度を割り当てることで，制約の柔らかさを表現することができる．これは，研究成果(3)で検討した，半環に基づく制約充足問題において制約に階層的な優先度を与えた場合に相当する枠組みを用いたものである．本研究では，特に線形制約を対象として効率的な制約処理手法を構築し，さらに制約処理系として本手法を実装した．

(5) シミュレーション手法における区間制約伝播技術の導入に関する研究を行った．より具体的には，非線形制約および常微分方程式が連立された数値的制約充足問題を対象として，区間制約伝播の適用について研究した．

本研究では，常微分方程式をそのまま制約として扱うのではなく，解オペレータと呼ばれる関数として表現する方法を採用している．このような解オペレータは非線形制約に埋め込むことができ，これによって非線形制約と常微分方程式が連立された問題を数値的制約充足問題として表現することが可能となる．

本研究では，このようにして得られた数値的制約充足問題に対して区間制約伝播を適用することで制約充足を行うようにしている．数値的制約充足問題の観点からは解オペレータを通常の関数と同様に扱うことができ，常微分方程式の計算をブラックボックス化できるため，本研究では，区間解析に基づく既存の常微分方程式処理系を利用することで解オペレータの計算を行うようにしている．区間制約伝播においては，区間 Newton 法をはじめとする通常の数値的制約充足問題のための効率化手法を取り入れることが可能である．また本研究では，このような常微分方程式の解オペレータを処理する上での効率化手法についても検討した．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計３件）
① Hiroshi Hosobe, A Simplex-Based Scalable Linear Constraint Solver for User Interface Applications, Proceedings of the 23rd IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, 査読有, 2011, 793-798, DOI: 10.1109/ICTAI.2011.124
② Alexandre Goldsztejn, Olivier Mullier, Damien Eveillard, and Hiroshi Hosobe, Including Ordinary Differential Equations Based Constraints in the Standard CP Framework, Lecture Notes in Computer Science, 査読有, Vol. 6308, 2010, 221-235, DOI: 10.1007/978-3-642-15396-9_20
③ Hiroshi Hosobe, Constraint Hierarchies as Semiring-Based CSPs, Proceedings of the 21st IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence, 査読有, 2009, 176-183, DOI: 10.1109/ICTAI.2009.43

〔学会発表〕（計１件）
① 細部博史, 確率的制約充足問題への統計的アプローチ, 第 12 回 CSPSAT 研究会, 2012 年 3 月 19 日, 湯布院公民館（大分県）

６．研究組織
(1)研究代表者
細部　博史（HOSOBE HIROSHI）
国立情報学研究所・アーキテクチャ科学研究系・准教授
研究者番号：60321577

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
なし