

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 8日現在

機関番号：14401  
 研究種目：若手研究(B)  
 研究期間：2009～2011  
 課題番号：21700252  
 研究課題名（和文）  
 カオスダイナミクスを用いたパーティクルスウォーム最適化法  
 研究課題名（英文）Particle Swarm Optimization using Chaotic Dynamical System  
 研究代表者  
 巽 啓司（TATSUMI KEIJI）  
 大阪大学・大学院工学研究科・准教授  
 研究者番号：30304017

研究成果の概要（和文）：本研究では、カオスを用いた最適化問題の求解に使用可能な、摂動型勾配モデルのカオス性を、従来より弱い仮定のもとで理論的に示した。さらに、このモデルを利用して、停滞したパーティクルの再スタートや、最良解の距離に応じてパーティクルの位置更新に使用する新しいパーティクル・スウォーム最適化法を提案し、その有効性を確認した。さらに、両モデルについて、その構造を利用することで、一般モデルに対するよりも有用性の高いカオス生成条件を示した。

研究成果の概要（英文）：In this research, the chaoticness of the perturbation-based gradient model was shown under weaker assumptions, which can be used to solve the optimization problem. In addition, new particle swarm optimization (PSO) models were proposed, in which the perturbation-based model is exploited to restart stagnated particles or to update particles' positions according to the distances between their two best solutions, and their effectiveness were shown by the numerical experiments. Moreover, sufficient conditions of chaoticness of the both models were derived by making use of the structure of the PSOs, which is more useful than the conditions for the general metaheuristics.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,200,000	660,000	2,860,000

研究分野：最適化，群知能，カオス力学系，  
 科研費の分科・細目：情報学，感性情報学・ソフトコンピューティング  
 キーワード：大域的最適化，カオスダイナミクス，メタヒューリスティックス，パーティクル・スウォーム最適化法

## 1. 研究開始当初の背景

大域的最適化問題に対するメタヒューリスティック解法の大域的探索能力を向上させるため、カオス力学系を利用する研究は、

様々に進められている。単純なモデルでありながら求解能力の高いパーティクル・スウォーム最適化法(PSO)においても、その大域的探索能力を向上させるためにカオス力学系

を導入するモデルが提案されているが、多くの場合、求解対象の問題と無関係な、既存のカオス生成関数を用いるのみであり、問題の性質を有効に利用する方法は、研究されてきていない。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、局所解を多数もつ  $f(x)$  を目的関数とする最適化問題

$$\min\{f(x) | x \in \mathcal{R}^n\}$$

が与えられたときに、その良質な局所解を現実的な時間内に求めるメタヒューリスティック手法の開発である。その求解モデルとして近年着目されている多点探索型の解法である、パーティクル・スウォーム最適化法 (PSO) モデルに着目し、その探索時の多様性を改善することで求解能力の向上を目指す。そのために、決定論的でありながら初期値鋭敏性によりランダムな点列を生成するカオス力学系を利用することを考える。

異らは、一般的なメタヒューリスティック解法に組み込み可能な、求解対象の問題の情報を生かして探索を行う、摂動型勾配モデルを用いたカオス生成法を提案している。このモデルは、現在の暫定解  $x(t)$  から、

$$x(t+1) := x(t) - \alpha \nabla f(x(t)) - s(x(t)),$$

$$s(x(t)) := \beta \omega \begin{pmatrix} \sin(\omega x_1(t)) \\ \vdots \\ \sin(\omega x_n(t)) \end{pmatrix}$$

という形で、次の解  $x(t+1)$  を、目的関数の最急降下方向にステップ幅  $\alpha$  だけ移動しつつ、摂動項  $s(x(t))$  を追加した点に選ぶ更新方法である。

この方法を、効率的に PSO に導入するため、以下の課題に取り組む。

- (1) カオス生成モデルの理論的な究明：上記摂動型モデルのカオス生成条件では、従来の研究においては、局所解付近において  $\|\nabla f(x)\| \cong 0$  となるといった仮定が必要であった。局所解付近の目的関数の情報を条件に組み入れることで、より有用なカオス生成条件について理論的に検討する。
- (2) PSO に適したカオス生成方法：PSO では、各パーティクルは、既知の2つの暫定解を用いる探索を行うため、その情報を利用した摂動カオス生成法を提案し、このモデルについてのカオス生成条件を検討する。
- (3) 使用する PSO モデルの検討：PSO にカオスを導入する際の、パーティクルの使用方法や、暫定解の情報の共有方法を検討し、さらに、マルチスウォームやパーテ

ィクルの再稼動モデルなど、PSO の様々なバリエーションの求解能力を検討する。

## 3. 研究の方法

研究の目的の(1)や(2)での提案モデルでのカオス生成条件の検討については、従来のカオス理論・最適化・数理計画法等の研究成果を参考にしながら、理論的な条件導出を検討する。特に、カオス生成条件の鍵となる、局所解（もしくはその近傍の点）がスナップバックリペラーとなる条件について検討する。また、数値実験により、そのモデルの分岐図、リアプノフ指数等を求め、解析を行う。

(2)に基づいたカオス生成法を利用して、(3)で考案した様々なモデルの様々なモデルについては、カオス生成条件やモデルの解析結果も参考にしながら、種々のベンチマーク問題を求解するコンピュータ上での数値実験を行い、その能力を検証する。得られた結果をフィードバックし、(2)のカオス生成法、(3)の PSO モデルのさらなる改良をはかる。

## 4. 研究成果

- (1) 一般的な解法に対する摂動型勾配モデルのカオス生成十分条件を、従来の「局所解付近で  $\|\nabla f(x)\| \cong 0$ 」という厳しい仮定なしに、局所解付近の目的関数の凸性等の自然な仮定のもとで、以下のような不等式で表せることを示した。

$$\alpha \lambda \sqrt{n} \leq \frac{1}{3\pi^2} \beta \omega^2,$$

$$2\pi \leq \beta \omega^2$$

ただし、 $\lambda$  は、目的関数の局所解周辺でのヘッセ行列  $\nabla^2 f(x)$  の固有値の最大値、 $n$  は、求解を行う問題の次元を表す。リアプノフ指数や分岐図により、この条件のもとで摂動型勾配モデルが実際にカオスとなることを確認した。図1の灰色部分は、理論的な十分条件を満たす

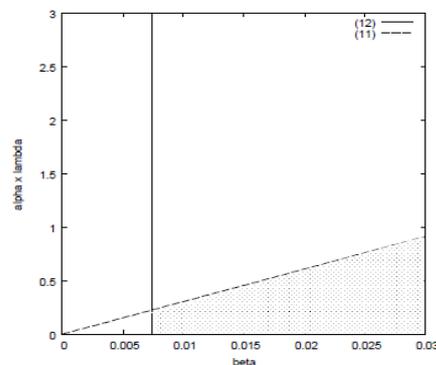


図 1

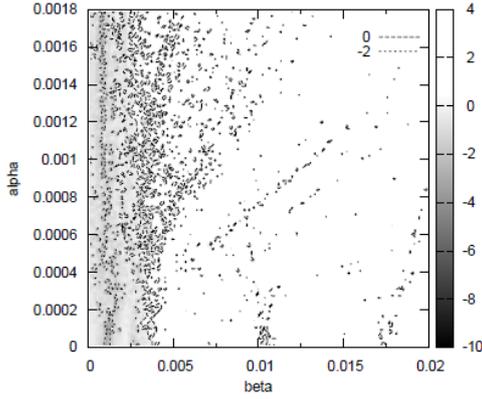


図 2

$(\alpha, \beta)$ の領域を表し、図 2 は、各 $(\alpha, \beta)$ のもとで、3つの局所解を持つ問題に摂動型勾配法を適用した際に生成された点列のリアプノフ指数を、等高線を用いて示したものである。指数が負の領域を灰色で、正の領域を白で表し、指数が正のときシステムはカオスであることを示している。これらの結果からも、カオス生成の十分条件が導出できていることが分かる。

さらに、このモデルを、カオス多点探索法に組み合わせてベンチマーク問題に適用した結果、カオス生成条件が等式で成立するパラメータ付近の領域において、求解効率が高いことを確認し、実際の求解時のパラメータチューニングにこの条件を使用できることも確認した。

- (2) PSO に適したカオス生成方法：(1)の結果を参照しながら、PSO の通常モデルでのパーティクル  $k \in P$  の位置・速度  $x^k(t)$ ,  $v^k(t) \in \mathcal{R}^n$  の更新式

$$\begin{aligned} x^k(t+1) &:= x^k(t) + v^k(t+1), \\ v^k(t+1) &:= wv^k(t) + c_1 r^1 \otimes (p^k(t) - x^k(t)) \\ &\quad + c_2 r^2 \otimes (g(t) - x^k(t)) \end{aligned}$$

にカオス力学系の導入を考えた。ここで、 $w, c_1, c_2$  は、定数パラメータを、 $r^1, r^2$  は、 $(0,1)^n$  からの一様乱数ベクトル、演算  $\otimes$  は、 $(u \otimes v)_i = u_i v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  を表し、 $p^k(t)$  は、パーティクル  $k$  がそれまでに見つけた最良解、 $g(t)$  は、全パーティクルが見つけた最良解を表す。

**モデル(2A)**：従来型の PSO が 2 つの最良解の midpoint を最適解とする 2 次関数に対する確率的最急降下法とみなせることを利用して、その 2 次関数に摂動型勾配法を適用する方法。上記の更新式に、摂動項を追加することで実現可能である。

**モデル(2B)**：PSO のパーティクルによる探索の目的は、各パーティクルのもつ 2 つの最良解付近の探索であることに着目し、その 2 つを最適解に持つ 4 次関数

$$f_v^{(k,t)}(x) = \frac{1}{4\|r^k(t)\|^2} \|x - g(t)\|^2 \|x - p^k(t)\|^2$$

を考案し (1 次元の場合の関数の概形を図 3 に示す)、その関数に対する摂動型勾配法を提案した。ここで  $r^k(t)$  は、2 つの最良解の距離ベクトルの要素で、十分に小さい正の定数より大きいものからなるベクトルを表し、その要素は、

$$r_j^k(t) := \frac{1}{2} (g_j(t) - p_j^k(t))$$

で与えられる。以下に示すベクトルは、 $r_j^k(t)$  の値が、定数以上を満たす要素  $j$  からなるベクトルとする。

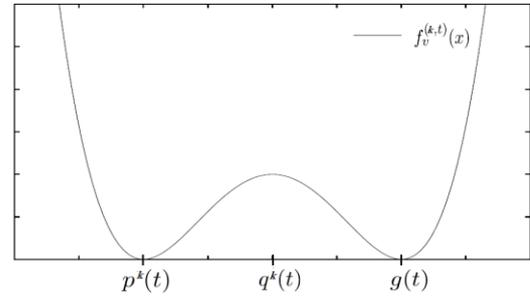


図 3

このときパーティクル  $k$  の更新式は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} v^k(t+1) &:= wv^k(t) - \alpha Q^{(k,t)}(x(t))(x(t) - q(t)) \\ &\quad - \beta s^\omega(x^k(t)), \end{aligned}$$

$$x^k(t+1) := x^k(t) + v^k(t+1),$$

$$q^k(t) := \frac{1}{2} (p^k(t) + g(t)),$$

$$s_j^\omega(x) := \omega_j^k(t) \sin(\omega_j^k(t)(x_j - q_j^k(t))),$$

$$Q^{(k,t)}(x) := \frac{\left( \|x - q^k(t)\|^2 + \|r^k(t)\|^2 \right) I - 2r^k(t)r^k(t)^T}{\|r^k(t)\|^2}$$

このとき、基本的には、関数  $f_v^k$  の最急降下方向へ点は更新されるため、2 つの最良解に向かう探索が行われる一方で、摂動項により更新式はカオスであるため、2 つの局所解にトラップされることなくその周辺を重点的に探索は続けられる。

この両モデルについて、関数が既知であることを利用し、(1)よりも扱いやすいカオス生成条件を導出した。以下は、(2B) モデルのカオス生成条件である。

$$\alpha\lambda(m) \leq \frac{1}{2\pi^2} \beta \underline{\omega}^2,$$

$$2\pi \leq \beta \underline{\omega}^2$$

ここで、 $\underline{\omega}$  は、 $\omega \leq \omega_j^k < 2\omega$  を満たす基本各周波数であり、 $\lambda(m)$  は、 $\omega$  の設定に用いる正の整数  $m$  と次元  $n$  により

$$\lambda(m) = 2 + \frac{2}{m} + \frac{1}{m^2} + \sqrt{n} \left( \frac{4}{m} + \frac{2}{m^2} \right)$$

と定まる。この  $\lambda(m)$  が既知である点が、「未知の目的関数のヘッセ行列の最大固有値  $\lambda$ 」が不等式に含まれる(1)のケースと大きく異なる。

また、これらの条件においてカオスが生成されることを、(1)の場合と同様に、リアプノフ指数や分枝図により確認し、実際にカオス生成の十分条件として使用できることも確認した。

- (3) カオスを用いる PSO モデルの検討：(2)で考案したモデルを、その構造に適合した様々な PSO と組み合わせる数値実験を行い、有効な PSO 構造を調べた。その結果、(2A)モデルについては、従来型 PSO のパーティクル更新を行うモデルにおいて、停滞した各パーティクルの再スタート時に摂動型勾配法を用いたカオスによりパーティクル更新を行うモデルが、(2B)モデルについては、パーティクルの最良解間の距離に基づいて、パーティクルの各位置ベクトルの要素ごとに、カオス更新もしくは通常 PSO のパーティクル更新を行うかを決定するモデルが有効であることが分かった。

数値実験による検証により、両手法が、従来型モデルより求解能力が高いことを確認した。表 1 は、(2B)モデルと通常 PSO の代表的な改良法である PSO-IWA とカオス力学系を用いた代表的なモデル CEPSOA を比較した結果である。ここで、すべてのモデルのパーティクル数は 30 とした。

それぞれの手法を、10, 50, 100 もしくは 200 次元の 5 つのベンチマーク問題に適用した際に得られた 50 試行での平均目的関数値を表す（値が小さいほど最適解に近い）。10, 50 次元の低次元の問題に対しては、最良の平均目的関数値を求めたモデルは、3 つの中でも様々であるが、100, 200 次元の高次元の問題に対しては、提案モデルにより、3 つの中で目的関数値が最小である解が求まっていることが分かる。

表 1

Benchmark Problem	dim.	PSO-IWA	CEPSOA	Proposed PSO
Rastrigin	10	2.77	6.19	3.06
	50	117.82	112.24	53.48
	100	332.22	290.65	130.56
Rosenbrock	10	912.25	677.88	335.96
	50	3.27	1.84	0.10
	100	54.82	49.23	44.68
Griewank	100	123.06	104.91	92.42
	200	433.06	370.42	236.84
	10	0.0782	0.0768	0.0849
Levy	50	0.0158	0.0155	0.3711
	100	3.6306	1.8439	0.8980
	200	34.7819	3.8960	3.0555
2n-minima	10	0.0000	0.0062	0.0062
	50	0.1587	0.3699	0.1630
	100	1.6074	0.2698	0.1214
2n-minima	200	7.8197	1.9039	0.9994
	10	-704.16	-695.68	-745.62
	50	-3409.39	-3370.37	-3465.24
2n-minima	100	-6741.88	-6651.40	-6793.87
	200	-13237.93	-13243.43	-13258.95

図 4 は、3 つの PSO モデルを、200 次元 Rastrigin 関数に適用した際の、ある 1 試行での各反復の最良解  $g(t)$  の目的関数値をプロットしたものであり、図 5 は、その同じ試行における、(2B)モデルにより更新されたパーティクルの位置ベクトルの各反復での要素数（最大で 8000 個）を示している。

図 4 より、3 つのモデルの中で、提案モデルが目的関数値を効率よく減少させることができおり、図 4 より、各パーティクルの各次元の更新時に、カオスもしくは

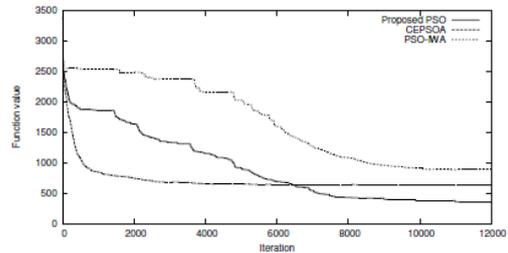


図 4

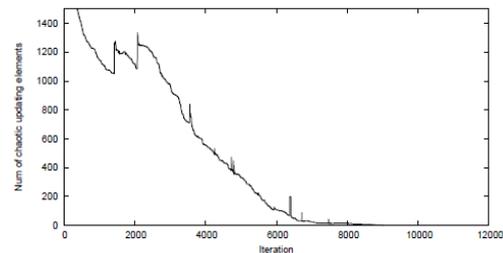


図 5

通常パーティクル更新式のどちらを用いるかが、適応的に定まっていることも分かる。

特に(2B)モデルは、(2A)よりも求解能力

が高いだけでなく、より複雑なモデルでパラメータ数も多いにもかかわらず、カオス生成条件や分岐図の情報を用いることで、求解に有効と考えられるパラメータ値の選択がより容易であることも確認した。

さらに、カオス力学系を導入可能なモデルである、マルチスウォーム PSO において、そのパラメータの適用的な更新により求解能力を更新させるモデルを提案し、数値実験によりその有効性を検証した。

これらの結果より、大域的最適化問題に対するメタヒューリスティック手法として、求解対象の目的関数の情報を生かした摂動型勾配モデルによるカオスを組み込んだ PSO の求解能力の高さが確認できる。また、この方法は、理論的にカオス生成条件等が得られているため、パラメータ値の選択が容易であることが分かった。

このことは、「求解対象の目的関数の情報を生かすカオス生成モデル」の最適化問題の求解における有効性を示しており、PSO 以外にも、各々の最適化問題に適したメタヒューリスティックモデルとの組み合わせにより、より求解能力を向上させたモデルを構築できる可能性も高く、今後、検討していく必要がある。

また、PSO モデルの検討で得た、マルチスウォームモデルや再スタートモデルを利用して PSO の求解能力の向上を図る知見を生かして、摂動項勾配モデルをより効率的に組み込む PSO モデルについても更なる研究が必要であると考えられる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- 1) 再スタートパーティクルの適応的タイプ選択を行う Multi-Swarm Particle Swarm Optimization, 巽 啓司, 由上隆士, 谷野哲三, システム制御情報学会論文集, 査読有, Vol. 25, No. 5, pp. 105–116 (2012)
- 2) Perturbation Based Chaotic Generator for Metaheuristic Methods of Solving Global Optimization, Keiji Tatsumi and Tetsuzo Tanino, Proceedings of the Sixth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 査読有, pp. 365–375, (2010)
- 3) Chaos Generator Exploiting a Gradient Model with Sinusoidal Perturbations for Global Optimization, Keiji Tatsumi, Yoshinori Obita and Tetsuzo Tanino, Chaos, Solitons and Fractals, 査読有,

Vol. 42, pp. 1705–1723 (2009)

[学会発表] (計 5 件)

- 1) A Sufficient Condition for Chaos in a Steepest Decent System with Sinusoidal Perturbation for Global Optimization, Keiji Tatsumi and Tetsuzo Tanino, The 5th Sino-Japanese Optimization Meeting, Beijing, China, 2011 年 9 月 27 日.
- 2) パーティクルタイプの変更とリスタート法を用いたマルチタイプ PSO, 巽 啓司, 海老田 祐司, 谷野 哲三, 計測自動制御学会, 第 38 回知能システムシンポジウム, 2011 年 3 月, (東日本大震災のため神戸大学の会場での講演は中止, ただし予稿集は出版され配布, また, web 上での Wiki 討論 (3 月 23 日~25 日) に参加)
- 3) カオス力学系を用いた大域的最適化問題に対するメタヒューリスティック解法, 巽啓司, RAMP シンポジウム論文集, 松江, pp. 39–53, 2009 年 9 月 24 日.
- 4) Restarting Multi-type Particle Swarm Optimization Using an Adaptive Selection of Particle Type, Keiji Tatsumi, Takashi Yukami and Tetsuzo Tanino, Proceedings of IEEE SMC 2009, San Antonio, USA, pp. 949–954, 2009 年 10 月 11 日.
- 5) Particle Swarm Optimization Using a Chaotic Restarting Method, Keiji Tatsumi and Tetsuzo Tanino, Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, NOLTA2009, Sapporo, pp. 623–626, 2009 年 10 月 21 日.

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

巽 啓司 (TATSUMI KEIJI)

大阪大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号: 30304017