

機関番号：27501

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2010

課題番号：21700319

研究課題名（和文）非定常マルコフ空間点過程モデルにおける統計的推測

研究課題名（英文）Statistical inference for inhomogeneous spatial Markov point processes

研究代表者

坂口 隆之（SAKAGUCHI TAKAYUKI）

大分県立看護科学大学・看護学部・助教

研究者番号：10436496

研究成果の概要（和文）：本研究は、空間点過程の代表的なモデルの1つである TIM モデルを取りあげ、その最尤推定量の漸近的性質について調査した。具体的には、どのような条件のもとで最尤推定量が一致性や漸近正規性を持つのかという点を追求した。本研究で扱った問題では、定常過程に対するエルゴード定理や中心極限定理をそのまま利用することができないため、適当な工夫が必要となる。このような状況下で、既存の定理の適用可能性について考察した。ただし、十分条件を与えるまでには至らなかったため、引き続き検討を要する。

研究成果の概要（英文）：In this research, we focused on TIM models for spatial point processes and studied asymptotic behavior of maximum likelihood estimators for model parameters. The purpose of this study is to investigate under which conditions consistency and asymptotic normality of the maximum likelihood estimators are assured. Ergodic theorems and central limit theorems for homogeneous spatial processes are keys for our problems. But these theorems cannot be applied directly. Therefore we discussed the applicability of the theorems. Unfortunately we failed to give precise conditions and further research will be needed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
21年度	1,100,000	330,000	1,430,000
22年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：空間・環境統計

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：非定常マルコフ空間点過程，TIM モデル，最尤推定，一致性，漸近正規性，エルゴード性

1. 研究開始当初の背景

空間点過程理論は、いわゆる空間統計学の代表的な一分野である。歴史的には、他分野と同様に、議論の比較的容易な定常過程における理論構築から行なわれた。しかし、空間点過程の定常性は、実データの解析を念頭に置いた場合にあまりにも強い仮定であり、柔軟なモデリングの障害となってしまう。そこで、1980年代頃より、非定常 Poisson 空間点過程による実データのモデリングや、そこから派生するモデルパラメータの推測理論などの研究が活発に行われるようになってきた。近年ではさらに、点間の相関を考慮した、より洗練された非定常マルコフ空間点過程と呼ばれるモデルの研究が増えてきつつある。

具体的には、これまでに提案された非定常空間点過程モデルの代表的なものとして、次の4通りが挙げられる:

- (1) 非定常 Poisson 点過程モデル. このクラスでは、点間に働く相互作用を考慮しない(Stoyan & Stoyan(1998)).
- (2) 定常マルコフ点過程の点を適当に間引くことで非定常過程にする (Baddeley et al.(2000)).
- (3) 定常マルコフ点過程に関数変換を施して、非定常過程にする. TIM モデルと呼ばれる. (Jensen & Nielsen (2000), Nielsen & Jensen (2004)).
- (4) 部分的に空間のスケール変換を施し、定常マルコフ過程を歪ませる. (Hahn, U. et. Al. (2003)).

一般に、数理統計学において、モデルパラメータに対する推測理論は、基礎的な研究である。ところが、上で挙げた非定常モデルでは、そのような基礎的な推測理論が十分になされているとは言えない状況にある。そこで、本研究では、代表的な非定常空間点過程モデ

ルのうち、(3)の TIM に焦点を当て、そのモデルパラメータに対する最尤推定量の漸近的性質を調査することにした。Jensen & Nielsen(2000)や Nielsen & Jensen(2004)では、この問題の重要性を指摘し、導入部分に取り組んではいるものの、明快な解答を与えるには至らず、Open question として広く解決を求めている。

2. 研究の目的

本研究は、上述の通り、主に (3)の TIM モデルに関する推測理論に取り組み、非定常空間点過程における推測理論構築の基礎を与えることを目的としている。具体的には、次のことを中心的な課題とした:TIM モデルのモデルパラメータに対する最尤推定量の漸近的性質、すなわち一致性と漸近正規性が成立するための条件を調べる。

3. 研究の方法

まずは、関連文献の徹底的なサーベイを行う。非定常プロセスに関して書かれた文献だけでなく、並行して定常プロセスにおける同種の議論をした文献をサーベイし、これらの結果についてもフォローする。また、Markov 空間点過程は、統計物理学においては Gibbs 点過程と呼ばれていることから、Gibbs 点過程について書かれた文献にも目を通す必要がある。代表的なものは、Gibbs 点過程の存在性や一意性などを、測度論的な立場から解説している Georgii(1988)である。こういった文献を通じて、モデル自体に対する理解を、抽象レベルでも十分に深いものにしていく。以上のことは、研究を進めていく上での土台となるものなので、日常的に行なう。

上記を踏まえた上で、Jensen & Nielsen (2000), Nielsen & Jensen(2004)の TIM モデルを採り上げ、モデルパラメータの最尤推定量の存在性と一意性も含めて、一致性と漸近

正規性の十分条件について調査する。

一般に、空間統計学における漸近理論では、(1) 観測領域を拡大していく、(2) 観測領域は固定しておき観測地点の数を増やしていく、など、漸近論の設定がいくつかある。本研究では、定常な空間点過程における先行研究に習い、(1)のフレームワークに基づいた漸近論を展開する。

また、一般的な非定常マルコフ点過程のクラスでの証明が困難な場合、もう少し点過程のクラスを狭めて、より具体的なプロセスについて調査することも視野に入れておく。

4. 研究成果

3で述べた通り、本研究では観測領域を拡大させるという設定を採用することにした。この設定の下でパラメータの最尤推定量の一致性を証明するために、空間エルゴード定理の適用を検討した。

注意すべきは、TIM モデルが定常プロセスに適当な変換を施して得られる非定常なモデルであるということ、そして、エルゴード定理は定常プロセスにおけるパラメータ推定量の一致性を示すための道具ということである。定常プロセスを適当な変換で歪めて非定常にした TIM モデルにおける最尤推定量の一致性は、変換に適当な制約を持たせることによって保存されるであろう、という方針に基づいて調査をおこなった。

漸近正規性の議論では、まず対数尤度を真のパラメータの周りで Taylor 展開することで、最尤推定量をある2つの統計量の比として表現した。さらに、その比に対して、delta method を用いて2変数の同時分布を求める問題に帰着させた。

ここでキーとなるのが、定常な空間モデルに対する中心極限定理の適用である。本研究では、非定常な空間点過程を扱っており、この方針に従うと、問題を一旦定常モデルの枠

組みに戻した上で中心極限定理を適用する必要がある。このような方針で、その適用可能性について検討した。

以上に基づき最尤推定量の一致性と漸近正規性について子細に検討をおこなった。残念ながら、現段階では明快な解答を与えるまでには至っていない。一致性および漸近正規性に対するより厳密な十分条件を与えるため、これらの点について今後も検討を要する。空間エルゴード定理、および空間プロセスに対する中心極限定理を改めて徹底的に精査し、定理が成立するためには TIM モデルにどのような条件を課せば良いか、そして、その条件は現実的にはどのような意味合いを持つのかを考察する。区切りがついた時点で論文としてまとめ、学術雑誌に投稿する。

実際に観測される点パターンデータでは、(1)定常性、(2)点間の無相関性、を共に仮定することはほぼ困難であると言ってよい。(1)の仮定をはずしたモデル、および(2)の仮定をはずしたモデルに関しては研究の歴史が古い (Ogata, Y. (1999), van Lieshout, M.N.M.(2000)). しかし、(1)と(2)の仮定を同時に外したモデルは2000年頃ようやく提案されており、関連研究の歴史は浅い。本研究は、上記2つの仮定を外した空間点過程のクラスにおいて統計的推測理論の構築を試みるものである。特に、TIM モデルにおける最尤推定量の漸近正規性に関しては、モデルの提案者である Jensen & Nielsen(2000), Nielsen & Jensen(2004)が Open question として広く解決を募っており、学術的な意義の深さを窺い知ることができる。したがって、残された課題を解決し、学術論文として発表することは、空間点過程の分野における世界的な貢献となる。

より長期的な展望として、定常性検定に関する研究が考えられる。Jensen &

Nielsen(2000)では、TIM モデルにおける尤度比検定統計量に対して、MCMC によって帰無分布を与えることを提案している。もし最尤推定量の漸近正規性が示せたならば、この結果を利用して、尤度比検定統計量の漸近帰無分布や、対立仮説（非定常性）の下での統計量の漸近分布を Le Cam's third lemma や LAN などの理論を用いることで導出できるのではないかと考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

①Umemori, J., Nishi, A., Lionikas, A., Sakaguchi, T., Kuriki, S., Blizard, D.A. and Koide, T., QTL analyses of temporal and intensity components of home-cage activity in KJR and C57BL/6J strains, *BMC Genetics*, 査読有, vol.10, 2009.

②Fujisawa, H., Horiuchi, Y., Harushima, Y., Takada, T., Eguchi, S., Mochizuki, T., Sakaguchi, T., Shiroishi, T. and Kurata, N., SNEP: Simultaneous detection of nucleotide and expression polymorphisms using Affymetrix GeneChip, *BMC Bioinformatics*, 査読有, vol.10, 2009.

③Youko Horiuchi, Yoshiaki Harushima, Hironori Fujisawa, Takako Mochizuki, Masanori Kawakita, Takayuki Sakaguchi and Nori Kurata, A simple optimization can improve the performance of single feature polymorphism detection by Affymetrix expression arrays, *BMC Genomics*, 査読有, vol.11, 2010.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坂口 隆之 (SAKAGUCHI TAKAYUKI)
大分県立看護科学大学・看護学部・助教
研究者番号：10436496

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：