

機関番号：62603

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009 ～ 2010

課題番号：21700320

研究課題名（和文） 尤度比統計量による非正則条件下の統計的推測とその応用

研究課題名（英文） Statistical inference under non-regular conditions by the likelihood ratio approach and its applications.

研究代表者

藤井 孝之 (FUJII TAKAYUKI)

統計数理研究所・リスク解析戦略研究センター・特任研究員

研究者番号：40530259

研究成果の概要（和文）：多くの統計的推測問題で通常仮定されている条件が成り立たない非正則条件下における母数推定問題を考察した。非正則モデルの一つである尖点母数の推定問題における尤度比統計量を用いた手法は古くから知られた手法であるが、我々は回帰モデル等の応用上重要である統計モデルにおいて新たな成果を得た。また非正則条件下における母数推定問題を確率過程母数モデルの枠組みまで拡張することに成功した。

研究成果の概要（英文）：Without regularity conditions which are often assumed in common statistical inference, several parametric estimation problems are considered. The likelihood ratio approach is well-known in singular estimation problems such as the cusp estimation. In this study, this method is applied in the regression model that is quite important in applied statistics. Also, some non-regular estimation problems are studied in parametric models of stochastic process.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計的推測、非正則モデル

## 1. 研究開始当初の背景

最尤推定量は正則条件下においては、漸近的に一致性・正規性・有効性を満たすことが多くの統計的母数モデルで論じられており、パラメータの推定・検定についての確かな理論が構築されていた。一方、標準的な仮定が破棄された非正則条件下での研究は、

Akahira and Takeuchi(1995)など既存研究はいくつか存在していたものの、一致推定量の収束オーダーや漸近分布のようすは限られた個別のモデルについてのみ知られているだけであった。また、Ibragimov, and Hasminskii (1981) などでは、尤度比統計量を用い非正則条件下での最尤推定量やベイ

ズ推定量の漸近的性質を統一的に議論する興味深い結果が得られていた。しかしながら、彼らの手法には確率過程の技法が不可欠であるが、当時統計学者の間に確率過程の知識が十分に浸透していなかったことなどから、彼らに続く研究はそれほど活発には行われなかった。近年、確率過程に対する統計的推測の研究が盛んに取り組み、Kutoyants (2004) では、拡散過程における変化点問題や尖点母数推定問題などの非正則母数の推定に尤度比統計量を用いた手法を適用し、その手法が注目されていた。

## 2. 研究の目的

本研究では、尤度比統計量を用い、非正則条件下での統計的推測に関する研究に取り組むことを目的とする。具体的研究課題は次に挙げる2点に縮約される。

### (1) 推定量の漸近有効性に関する検討

通常、正則条件下での議論においては最尤推定量が漸近有効な推定量となることが多いが、非正則条件下での先行研究によると、最尤推定量が漸近有効とはならず、ベイズ推定量が漸近有効推定量であるという結果が得られていた。Ibragimov, and Hasminskii の手法を用いる最大の利点は、非正則条件下での最尤推定量やベイズ推定量の漸近分布のようすが得られるだけでなく、それらのモーメントの収束までわかるため、これによって推定量の漸近有効性が議論可能となることである。

### (2) 確率過程への拡張

非正則条件下での母数推定の議論の多くは、独立同一分布の観測列に対するものであり、本研究ではこれらの議論を確率過程の範囲まで拡張することを第二の目的としている。環境統計や数理ファイナンスなど実際の応用の場では取り上げられる非正則母数推定問題のひとつである変化点問題についての先行研究は、回帰分析や時系列解析など離散データにおいてのものがほとんどであり、拡散過程や点過程といった連続時間確率過程における議論はあまりないため、変化点問題を連続時間確率過程にまで発展させ考察することは応用の点からも重要と考えている。

## 3. 研究の方法

尤度関数に対する微分可能性が約束された正則条件下において、一般的に最尤推定量やベイズ推定量の漸近的性質はテイラー展開を通して明らかにされるが、微分可能性が破棄された非正則条件下ではこの手法を適用できないことが大きな問題となる。

(1) 尤度比統計量が、このような非正則モデルにおける最尤推定量・ベイズ推定量の漸近的性質を明らかにしていく上際に極めて重要なツールとなる。その際尤度比統計量を確率過程としてとらえることにより、その確率過程が最大値をとる変位の分布と基準化された最尤推定量の分布が一一対対応にあるということを利用すると、最尤推定量の漸近分布を調べることが可能となる。この手法は正則条件下で最尤推定量の局所漸近正規性 (LAN) を導出する手法として古くから知られたものである。

(2) 更に推定量の漸近分布だけでなく、前述の Ibragimov and Hasminskii の手法を用いれば、尤度比統計量に関する大偏差不等式を証明することで、推定量のモーメントの収束まで得られ、漸近有効性の議論が可能となる。

(3) 上述の議論を展開していくうえで、確率過程における結果は大変重要である。

## 4. 研究成果

非正則条件下での統計的推測問題を幾つかの統計モデルにおいて検討した。具体的成果は次のとおりである。

### (1) 回帰モデルにおける尖点母数推定

回帰関数に微分不可能な“尖った点” (尖点) を有する非線形回帰モデルを考え、尖点母数と係数母数の同時推定問題を考え、尖点位置パラメータに関する尤度比統計量の弱極限がドリフトを伴うフラクショナルブラウン運動と関連し、正則条件を満たす係数母数についての尤度比統計量が退化したガウス過程と関連していることを示し、ベイズ推定量の漸近的性質はそれらを通して説明されることを明らかにした。(Fuji(2009))

(2) 非有界なドリフト関数をもつ拡散過程の母数推定

ドリフト関数が尖点を有する拡散過程の尖点位置母数の漸近的性質に関する研究は、**Dachian and Kutoyants (2003)**によってすでに得られていた。本成果はこの結果をドリフト関数が非有界となる場合に拡張したもので、その位置母数は局所漸近正規性が成り立たず、ベイズ推定量の漸近分布がフラクショナルブラウン運動に関連していること、さらにはそれが漸近有効推定量であることを証明した。(Fuji(2010))

(3) 点過程母数モデルの閾値推定

**Inagaki and Hayashi (1990)** によって提案された、変化点構造を有する点過程の一つである単純自己修正点過程についての変化点推定問題に取り組んだ。この取り組みの中で副次的に、地震を記述するモデルとして盛んに利用されているストレス解放モデルに対する局所時間の数学的構造を明らかにし、またストレス解放モデルの定常密度関数や強度関数の一様一致推定量を構築することに成功した。この成果は研究代表者と西山陽一氏との共著論文として現在投稿中である。そしてこの結果に基づき、単純自己修正点過程の母数推定問題に取り組み、変化点母数に対する尤度比統計量の弱極限がポアソン過程と関連していることを証明し、さらにより一般化した自己修正点過程についての変化点問題までを考察しまとめた成果を、次年度以降に論文として投稿する予定である。

(4) ストレス解放過程の構造変化の検定

研究代表者と西山陽一氏との共同研究として、ストレス解放過程のジャンプの発生を制御する強度関数における変化点の有無に関する検定問題を考えた。我々が提案する検定統計量は変化点構造を有さないという帰無仮説のもとでは漸近的に分布不変であり、一方変化点が存在するという対立仮説のもとでは漸近的に一致性を有するという結果が得られた。この結果に係る論文は報告書作成時で論文投稿中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件) 査読有

① Fujii Takayuki. An extension of cusp estimation problem in ergodic diffusion processes. *Statistics and Probability Letters* 80 (2010) no. 9-10, 779-783.

② Fujii Takayuki. Cusp estimation in random design regression models. *Statistics and Decisions* 27 (2009), no. 3, 235-248.

[学会発表] (計 3 件)

① 藤井 孝之, 拡散過程の非正則な母数推定, 日本数学会 2010 年度秋季総合分科会, 名古屋大学, 2010 年 9 月 25 日.

② 藤井 孝之, 単純自己修正点過程における閾値母数の推定について, 2010 年度統計関連学会連合大会, 早稲田大学, 2010 年 9 月 7 日.

③ 藤井 孝之, 非正則な回帰モデルにおける推定量の漸近的性質について, 2009 年度統計関連学会連合大会, 同志社大学, 2009 年 9 月 7 日.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤井 孝之 (FUJII TAKAYUKI)

統計数理研究所

リスク解析戦略研究センター・特任研究員

研究者番号：40530259