

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 14日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21710098

研究課題名（和文）

光と物質波の理論研究：散逸量子多体系における微視・巨視のリンク

研究課題名（英文） Theoretical study on light and matter wave:

Micro-macro link in open quantum systems

研究代表者

金本 理奈 (KANAMOTO RINA)

お茶の水女子大学・お茶大アカデミック・プロダクション・特任助教

研究者番号：00382028

研究成果の概要（和文）：光の自由度を直接定式化に加えることによって物質波研究を新しい方向性へと発展させるため、本研究では相互作用する光と原子集団の系の記述法を探求し、また量子力学・統計力学における基礎的問題に切り込んだ。主要な成果は 1. 複合ボソン、特に光共振器中の縮退フェルミ原子気体のオプトメカニクス研究分野の開拓、2. 軌道角運動量を持つ光を用いた、非古典的な物質波の状態生成方法の開発、3. 厳密に解ける模型における準安定量子相転移の多角的な理論解析による解明である。

研究成果の概要（英文）：This theoretical work explored new possibilities of matter-wave quantum control with the use of light field, and paved the way for the understanding and description of fundamental aspect of coupled light-matter wave systems. The main results of this research are summarized as follows: 1. development of optomechanics of composite bosons; in particular, quantum-degenerate fermi gas trapped in a Fabry-Pérot cavity, 2. proposal of new techniques to generate nonclassical matter-wave states with the use of the optical angular momentum, and 3. understanding a metastable quantum phase transition in an exactly solvable system via several theoretical analyses.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：ナノ・マイクロ科学

キーワード：(ナノ構造物性、メゾスコピック物理、ナノプローブ、量子情報、原子・分子のボース・アインシュタイン凝縮)

1. 研究開始当初の背景

レーザー冷却を基にして中性ボース原子気体の凝縮、およびフェルミ原子気体の対凝縮を生成し、さらにこれらの物質波を意のままに制御する技術が急速に発展していた。また

粒子間相互作用や空間次元を調整することにより、原子の弱相関から強相関全領域をプローブできるようになったため、既存の様々な数理模型の検証も可能となりつつあった。また物質波を光共振器に閉じ込めることで、

cavity QED 研究の新しい方向性、即ち原子や共振器ミラーの振動モードを制御しようとする研究も現れてきた。研究開始当初ではこのように物質波の本質に迫ることができる実験技術が進歩する一方で、原子集団を N 体の量子多体系として捉え、多様な光との相互作用や散逸効果を取り入れることによって、ミクロな立場から新しい模型の構築をしようとする理論は僅かであった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、物質波の操作・状態評価・物性探求における既存の理論階層に、散逸と量子測定の効果を加えた微視的量子論を構築することによって、閉じた量子系から開いた量子系へのパラダイムシフトをはかることである。光と相互作用する物質波の系に対して、開いたミクロな量子論と、マクロな理論双方からの理論的解析を行ない、各記述から矛盾無く事象を理解するための理論を開発する。

3. 研究の方法

本研究では、物質波に対する巨視的理論と微視的理論双方からのアプローチを行ない、更に微視的理論に散逸と観測を加えることによって、第一原理のハミルトニアンと巨視世界とをリンクさせる。研究開始当初は未開発であった、環境と観測の効果を取り込んだ物質波の微視的量子多体論の定式化と状態評価理論の構築のため、このような解析をまず特定の系で行ない、さらにこれまでに確立されている現象論による結果とリンクさせる。本研究での具体的な研究対象は次の3つであり、それぞれの理論的手法は以下のように纏められる。

(1) 光共振器系：光共振器に量子縮退した原子を閉じ込める。これまでの cavity QED の研究では原子の内部自由度と光の相互作用に焦点が当てられていたが、本研究では原子の外部自由度、即ち運動自由度に焦点を当てた。また光共振器系のダイナミクスは共振器光子の減衰時間が重要な役割を担う。本研究では光-原子の運動自由度を記述するハミルトニアンから導出し、更に共振器光子の減衰を input-output 理論によって考慮に入れた。この定式化から原子-光の定常状態の性質と、観測量であるノイズスペクトルを調べた。

(2) 軌道角運動量を持つ光と相互作用する原子系：光は線形運動量だけでなく、軌道角運動量も担う。角運動量を持つ光であるラゲール・ガウス光を用いることで、光と原子との相互作用の結果、原子の角運動量を変化さ

せることができる。

本研究では Λ 型三準位原子の集団にラゲール・ガウス光 2 本を照射したときに生じる二光子ラマン過程を利用して、初期時刻に静止状態にある原子を終状態には回転状態へと遷移させるという技術を基本に発展させた。特に、光の量子状態がコヒーレント状態やスクィーズド状態の重ねあわせ、所謂“光のシュレディンガー猫”状態のとき、原子の終状態に、光の状態をどれほど効率的に転送することができるかを調べた。

またこのような非古典的状态は一般に非常に脆いことが知られているため、原子ロスも考慮に入れて状態転送の忠実度を定量化した。

(3) 厳密に解ける模型：厳密に解ける模型(可解模型)は、これまでに数理物理の一分野として、主に熱力学極限の基底状態が詳しく研究されていた。しかしこれらの数理模型に近い状況が物質波をはじめとする系で実験室で生成できるようになったことから、熱力学極限ではなく有限サイズ系で、また、基底状態だけでなく、励起構造を調べることが必要となってくる。

本研究では接触型相互作用をする、周期的境界条件を課した一次元ボース気体の模型(Lieb-Liniger 模型)の励起状態に注目した。この模型の固有値・固有状態はベーテ仮説法を用いて厳密に求められることが知られていた。そこで本研究では、このベーテ仮説法、また数値厳密対角化、平均場理論と線形安定解析(Bogoliubov 理論)の、様々な手法で模型の性質を多角的に解析した。

4. 研究成果

研究の方法で述べた3つの研究テーマについての各々の成果は以下の通りである。

(1) 光共振器中のフェルミ原子気体のダイナミクス：量子縮退した原子として、スピン偏極したフェルミ原子気体を閉じ込めた場合を想定した。光共振器と原子気体を組み合わせた先行研究は、9割以上が原子はボソン統計に従う原子、或いは古典的な熱原子である。本研究では共振器-フェルミ原子気体の系において量子統計性を正しく反映させるためにハミルトニアンの根本的な見直しから行なう必要があった。

レーザー離調が充分大きい領域では、フェルミオンとしての性質は、「2つ以上の原子が同じ運動状態をとることができない」という点に現れる。さらに、光共振器中には光子数に比例した深さを持つ光学格子が形成される。この格子の波数に対応した光子をフェルミ原子が吸収・放出することによって、原子の運動自由度の低励起(フェルミ面近傍の粒子-正孔対励起)が生じる。このような対

励起はフェルミオン+フェルミオン=(複合)ボソンに相当し、密度揺らぎを表す。

この事実に着目して、低励起領域で密度揺らぎと共振器光子の有効ハミルトニアンを導いたところ、ある特徴的な形の相互作用で書けることが判明した。特徴的な形とは、光の放射圧と共振器ミラーの振動モードとのダイナミクスを記述する、所謂オプトメカニクス型の相互作用である。即ち、本研究の主要な一つの成果は、光共振器に閉じ込めた縮退フェルミ原子気体の集団的な低励起は、あたかも振動する共振器ミラーの扱うことができることを導いたことである。

この有効ハミルトニアンと、共振器光子の散逸を考慮したハイゼンベルグ-ランジュバン方程式において、光が準古典的であると仮定して、準古典解を調べた。その結果、ポンプ光強度が、ある閾値を超えた領域で、共振器内部の光子数とフェルミ原子の対励起数に二つの安定な点が生じることを見出した。このような双安定性を実験で確かめることができれば、フェルミ原子系が振動ミラー系と同等であることが確実に確認できることを指摘した。

また準古典解のまわりで線形化した方程式を解くことによって、量子揺らぎに対応するハイゼンベルグ演算子の解を求め、そこから直接の観測量である共振器のノイズスペクトルを計算した。結果、振動ミラー実験と同様に、このノイズスペクトルを測定することによって、直接アクセスできない共振器内部の情報を得ることができると確認できた。

(2) 非古典的ラゲール・ガウス光と物質波：巨視的量子現象を観測することを目指して、物質波に量子力学的重ね合わせなどの、非古典的な状態を生成しようとする理論・実験的研究はこれまでも存在していたが、本研究では非古典的な状態の中でも、物質波の区別できる回転状態の重ね合わせを光で生成する新しい方法の提唱を行なった。軌道角運動量を持つ2本のラゲール・ガウス光を物質波に照射した際に生じる(i)二光子ラマン過程を利用して動的に、或いは(ii)電磁誘導透明化の原理を利用して静的に、生成するプロセスを以下のように解析し結果を得た。

(i) 動的生成：物質波の角運動量がゼロの状態を初期状態とし、2本のうちひとつのレーザーがコヒーレント光或いはスクィーズド光の重ね合わせとした時、光の離調を調整することにより、光のエンタングルドの性質が原子集団に高い忠実度で移ることを示した。

原子の数統計をカウンすることで、物質波が古典的な一つの波なのか、或いは非古典的な重ね合わせ状態になっているかが判断さ

れる。本研究では動的過程の終状態で、角運動量がゼロの状態にとどまっている原子数と、角運動量が有限の状態にラマン遷移した原子数とがほぼ同数の、所謂“NOON状態”となっていることが確認された。

一方で、このハミルトンダイナミクスだけではなく、更に系全体のロスを考慮に入れると、状況は劇的に変わることが明らかになった。NOON状態から原子が1個失われた場合には原子数統計の二つのピークは途端に失われ、古典的な状態へと変化してしまうことが判明した。

この動的生成法の主要な結論を纏めると、物質波に光を用いて非古典的な状態を生成する際、ハミルトンダイナミクスの範囲では高い忠実度でそれが実現すると予測されるが、現実的なロス過程を考慮すると、その忠実度は突如低くなってしまふということである。

そこでよりロスに強い非古典的な状態を生成すべく、以下の静的生成法を考案した。

(ii) 静的生成：ロスの典型的な原因として、励起状態からの自然放出による原子の損失が考えられる。そこで、本研究では(i)と同様に Λ 型三準位原子と2本のレーザーを使い、電磁誘導透明化の原理を利用することを利用すれば、原子の基底状態が非古典的な状態となることを示した。

原子の内部状態の固有状態の一つに“暗状態”と呼ばれる、内部基底状態が内部励起状態とデカップルする固有状態が存在する。この暗状態にある原子の運動状態に非古典的な状態を生成できれば、励起状態からの自然放出に起因する原子ロスが抑えられ、(i)の欠点を克服できることが期待される。光を有効磁場として扱い、原子の運動状態の固有値問題を解いた結果、原子の基底状態は、励起状態と有意なエネルギー幅をもった非古典的な状態であることが判明した。

(3) 厳密に解ける模型の準安定量子相転移と緩和過程：本研究ではLieb-Liniger模型の励起状態に注目して研究を行った。我々の先行研究で、このような周期的境界条件を課したリングトラップ中の原子に対して外的に回転を与えると、原子集団の励起状態の異なる相、即ち一様な定常流と、位相欠陥を持つソリトンとの間で、連続的な“相転移”が生じることが分かっていた。

この研究では、そのような励起状態の相転移をマイクロにもマクロにも理解するため、模型を様々な方法で調べた。まず模型に平均場近似を施した結果得られる非線形シュレディンガー方程式の解を、位相も含めて全て解析的に導き、これらの解の線形安定性を調べた。これによって、励起状態の相転移という、他の物質ではやや困難と思われる現象が物

質波では準安定（現象を観測するのに充分長い時間保持される）に生じることを確認した。

一方、このような並進対称性の破れを伴う相転移を多体論の立場から理解するために、弱相互作用領域では模型の厳密対角化を行い、強相互作用領域ではペーテ仮説法に基づいてエネルギー構造を徹底的に調べた。その結果、長年物理的意味が明確にわかっていなかった“LiebのタイプII励起”という励起スペクトルが、数多くの擬縮退した励起スペクトルの中でも、角運動量の変化に対してエネルギーの極値に対応していることを明示した。またこの準安定相転移は弱相互作用領域だけでなく強相互作用極限（Tonks-Girardeau極限）においても連続的に存在することが判明した。

一方、研究開始当初、物質波研究においては、散逸量子系のダイナミクスと、閉じた系のハミルトンダイナミクスのアナロジーが注目を集めていた。即ち、開いた量子系ではなく、完全に閉じた系で“緩和”という現象がどのように生じるかという、統計力学の見解決問題を物質波で検証しようとする動きがあった。

そこで本研究では上のLiebのタイプIIブランチに相当する量子状態を重ねあわせた量子波束を生成し、その長時間発展を調べた。その結果、初期時刻で局在していた波束は時間発展させると一様な波へと拡散していくが、弱相互作用領域ではその拡散時間が有意に長く、系のコヒーレンス、即ちボース凝縮の鍵となる非対角長距離秩序の存在を示す結果が得られた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計9件）

- ① Jun Sato, Rina Kanamoto, Eriko Kaminishi, Tetsuo Deguchi, “Exact relaxation dynamics of a localized many-body state in the 1D bose gas” Physical Review Letters, 査読有, Vol.108, 2012, 110401
- ② Jean-Pierre Gazeau and Rina Kanamoto “Quantization with Action-Angle Coherent States” Journal of Physics: Conference Series, 査読有, Vol. 343, 2012, 012038
- ③ Rina Kanamoto and Ewan M. Wright “Quantum superpositions of flow states on a Ring” Journal of Optics, 査読有, Vol. 13, 2011, 064011
- ④ Eriko Kaminishi, Rina Kanamoto, Jun Sato, Tetsuo Deguchi, “Exact Yrast

Spectra of Cold Atoms on a Ring” Physical Review A, 査読有, Vol. 83, 2011, 031601(R)

- ⑤ R. Kanamoto and P. Meystre, “Optomechanics of ultracold atomic gases” Physica Scripta, 査読有, Vol. 82, 2010, 038111
- ⑥ R. Kanamoto, L.D. Carr, M. Ueda, “Erratum: Metastable quantum phase transitions in a periodic one-dimensional Bose gas:: II. Many-body theory” Physical Review A, 査読有, Vol. 81, 2010, 049903(E)
- ⑦ R. Kanamoto, L.D. Carr, M. Ueda, “Metastable quantum phase transitions in a periodic one-dimensional Bose gas:: II. Many-body theory” Physical Review A, 査読有, Vol. 81, 2010, 023625
- ⑧ R. Kanamoto and P. Meystre “Optomechanics of a Quantum-Degenerate Fermi Gas” Physical Review Letters, 査読有, Vol. 104, 2010, 063601
- ⑨ R. Kanamoto, L.D. Carr, and M. Ueda “Metastable quantum phase transitions in a periodic one-dimensional Bose gas: Mean-field and Bogoliubov analyses” Physical Review A, 査読有, Vol. 79, 2009, 063616

〔学会発表〕（計21件）

- ① 金本理奈, Ewan M. Wright 「EITによる有効磁場下での一原子渦状態の重ね合わせ」日本物理学会第67回年次大会2012.3 関西学院大学
- ② 佐藤純, 金本理奈, 上西慧理子, 出口哲生, 「一次元ボース気体における量子波束の厳密な緩和ダイナミクス」日本物理学会第67回年次大会2012.3 関西学院大学
- ③ 上西慧理子, 佐藤純, 金本理奈, 出口哲生, 「一次元ボース気体の量子波束崩壊ダイナミクスにおける再帰時間」日本物理学会第67回年次大会2012.3 関西学院大学
- ④ 上西慧理子, 金本理奈, 佐藤純, 出口哲生, 「有限サイズ Lieb-Liniger 模型におけるホール励起の積分方程式を用いた数値解析」2011.9 富山大学

- ⑤ 佐藤純, 金本理奈, 上西慧理子, 出口哲生, 「Lieb-Liniger 模型におけるホール励起の二体密度動的相関関数」日本物理学会第 66 回年次大会 2011.3 震災により紙面上の発表
- ⑥ 上西慧理子, 金本理奈, 佐藤純, 出口哲生, 「Lieb-Liniger 模型のホール励起における有限サイズスケーリング」日本物理学会第 66 回年次大会 2011.3 震災により紙面上の発表
- ⑦ Rina Kanamoto “Optomechanics of a quantum-degenerate Fermi gas” Optomechanics and Macroscopic Cooling Workshop, 2011.2, Boston (USA)
- ⑧ Rina Kanamoto, Pierre Meystre, “Optomechanics of a quantum-degenerate Fermi gas”, Ultracold Atoms and Molecules (UCAM2011), 2011.1, Tokyo
- ⑨ Rina Kanamoto, Jean-Pierre Gazeau, “A coherent-state approach to the quantum pendulum” Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, 2010.12, Kolkata (India)
- ⑩ 金本理奈, Ewan M. Wright, 「軌道角運動量を持つエンタングル度光を用いた原子ガス永久流の量子力学的重ね合わせの生成」日本物理学会秋季大会 2010.9 大阪府立大学
- ⑪ 佐藤純, 上西慧理子, 金本理奈, 出口哲生, 「リング上で回転するボソン系のスペクトル関数のベータ仮設による解析」日本物理学会秋季大会 2010.9 大阪府立大学
- ⑫ 上西慧理子, 金本理奈, 出口哲生, 「リング植の冷却原子系の厳密な Yrast スペクトル」日本物理学会秋季大会 2010.9 大阪府立大学
- ⑬ Rina Kanamoto, Ewan M. Wright, “Macroscopic superpositions of persistent flows on a ring”, 19th International Laser Physics Workshop, 2010.7, Foz do Iguassu (Brazil)
- ⑭ Rina Kanamoto, Ewan M. Wright, “Macroscopic superpositions of persistent flows on a ring”, International Conference on Optical Angular Momentum, 2010.3, York (UK)
- ⑮ 上西慧理子, 出口哲生, 金本理奈, 「1次元ベータ仮設方を用いた Yrast 励起状態の解析」日本物理学会第 65 回年次大会 2010.3 岡山大学
- ⑯ Rina Kanamoto, Pierre Meystre, “Fermionic Optomechanics” Workshop

- on Quantum Nonstationary Systems, 2009.10, Brasilia (Brazil)
- ⑰ 上西慧理子, 出口哲生, 金本理奈, 「トラスに閉じ込められた冷却原子気体の厳密解と固有スペクトル」日本物理学会秋季大会 2009.9 熊本大学
- ⑱ 上西慧理子, 出口哲生, 金本理奈, 「トラスに閉じ込められた冷却原子気体のベータ仮設解」日本物理学会秋季大会 2009.9 熊本大学
- ⑲ 金本理奈 「Fabry-Pérot cavity 中の冷却原子の重心運動による光力学」2009.9 日本物理学会秋季大会 2009.9 熊本大学
- ⑳ Eriko Kaminishi, Tetsuo Deguchi, Rina Kanamoto, “The Bethe ansatz solution of low-lying excitation spectrum of rotating cold atoms trapped in a narrow torus potential”, Infinite Analysis 09, New Trends in Quantum Integrable Systems, 2009.7 Kyoto
- ㉑ Rina Kanamoto, Pierre Meystre, “Fermionic Optomechanics”, 18th International Laser Physics Workshop 2009.7, Barcelona (Spain)

〔図書〕 (計 1 件)

- ① Lincoln D. Carr, Rina Kanamoto, Masahito Ueda, Taylor & Francis, Boca & Raton, Florida, Chapter 13 “Metastable Quantum Phase Transitions in a One-Dimensional Bose Gas”, 2010

6. 研究組織

(1) 研究代表者

金本 理奈 (KANAMOTO RINA)
お茶の水女子大学・お茶大アカデミック・
プロダクション・特任助教
研究者番号：00382028

(2) 研究分担者

無し

(3) 連携研究者

無し