

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年3月31日現在

機関番号：32612

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21710157

研究課題名（和文） 効率的な計算ファイナンス技術の開発とその適用

研究課題名（英文） Efficient numerical methods in the computational finance

研究代表者

今井 潤一（IMAI JUNICHI）

慶應義塾大学・理工学部・准教授

研究者番号：10293078

研究成果の概要（和文）：

本研究においては、ブラウン運動ベースの実質次元減少法の考え方を拡張し、広く一般的な確率過程においても適用できる **generalized linear transformation (GLT)** の手法を確立した。具体的には、無限分解可能分布の確率密度関数を利用した方法、同分布の級数表現を利用した方法、逆レヴィ測度法を用いたもの、特性関数を **DFT** によって変換する方法を提案した。

研究成果の概要（英文）：

In this research project, I have proposed so called “Generalized Linear Transformation Method” that is proposed under Levy models. To be explicit, we develop new methods that are based on the explicit form of probability density function, series representation of the infinitely divisible distribution, using inverse Levy measure method, and using characteristic functions via discrete Fourier transformation. These methods enables us enhance the numerical efficiency of QMC method by minimizing the effective dimensions of the problems.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	1,300,000	390,000	1,690,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会システム工学・安全システム

キーワード：ファイナンス

## 1. 研究開始当初の背景

計算ファイナンス(**computational finance**)は、金融オプションをはじめとするデリバティブなどの金融資産の価格推定や非金融資産であるリアルオプション価値の推定、市場のリスクを逆算するボラティリティの推定、さらにはリスク管理指標の計算など、金融・非金融実務に直結する様々な定量評価技術を

支える学問として発展してきている。

本研究者は、一貫して格子法、モンテカルロ法、偏微分方程式の数値解法といった計算ファイナンス技術の開発・効率化に関する研究を継続している。

近年の金融市場に関する実証分析の結果より、これまでファイナンスの世界で想定されていたブラウン運動を基本とする連続的

な伊藤過程は、証券価格の動きを正しく表しきれないことが明らかになってきた。そして、レヴィ過程、安定過程といった、ファットテイルやジャンプといった現実市場の現象をより正確に記述できる確率過程を使ったモデル化を行う必要性が明確となった。

## 2. 研究の目的

本研究は、レヴィ過程や安定過程に代表される、より現実的な状況のモデル化が可能な確率過程の想定の下、効率的な準モンテカルロ法(quasi-Monte Carlo Method)をはじめとする新しい計算ファイナンス技術を開発・実装し、それを実際の金融諸問題に適用することを目的とする。

本研究の具体的内容は、以下のように分類できる。

### (1) 準モンテカルロ法を効率化する一般的な分散減少法の GLT 理論の開発とその実装

本研究者は原資産が伊藤過程に従う場合に LT 法と呼ぶ分散減少法を開発、提案している。このアイデアを拡張し、より一般的な確率過程の下でも利用できる generalized Linear Transformation(GLT)の理論を開発、実装する。この手法が完成すれば、多種多様なエキゾチック・オプションや保険商品などのプライシングの問題だけでなく、リスク管理への利用、ファイナンス以外への適用可能性が開ける。

### (2) レヴィ過程、安定過程下での GLT のオプション評価問題への適用

現在のところ、一般のレヴィ過程や安定過程に対する単純なモンテカルロ法ですら、確率過程の複雑性ゆえに、十分には開発されていない。そこで、本研究では、実証分析の結果から有望と目される generalized hyperbolic (GH)過程、variance gamma(VG)過程などに従う資産に依存するオプションの評価が可能な準モンテカルロ法を開発する。これによりルックバック・オプションやエイジアン・オプションのような現実の金融市場で重要な役割を果たしているオプションの評価手法を提供できる。さらに、デジタル・オプションに代表される非連続なペイオフをもつオプションや、計算機科学の観点から重要な mathematical test function の分析にも応用できる。

### (3) リスク管理問題への応用

レヴィ過程に代表される新しい確率過程が現実の金融ビジネスの世界で注目されるようになった理由の一つは、従来想定していた確率過程では暴落の危機をうまく管理できなかったことによる。実務においては、VaR(Value at Risk)や Conditional VaR, copula といったリスク管理を行う上で必須となる指標の計算は、たいてい単純なモンテカルロ法によって行われている。したがって、これら

の指標を実際に計算するときの精度向上や計算時間の短縮は大きな課題となっている。本研究では、GLT を利用してこの分野への貢献も果たす。

### (4) 競合・協働を考慮したリアルオプション定量評価

競争相手が存在する下での実物投資の意思決定を扱うリアルオプションや、相対契約のような他のプレーヤーとの関係を厳密に分析するためには、リアルオプション論に加えて、ゲーム理論を用いた定量的な分析(Real Option and Game)を行う必要がある。本研究者はこれらの研究も継続して行っており、この分野の持つ可能性と現在の問題点を熟知している。ゲーム理論は理論経済学において現在も発展が進んではいないが、工学的な意味での定量分析はこの分野の今後の課題の一つと指摘されている。本研究で取り組む計算ファイナンスの技術とナッシュ均衡解の概念を組み合わせることで、特に実物投資の研究に関して新たな方向への貢献が可能と考えられる。

## 3. 研究の方法

本研究は、LT 法やゲーム理論、リアルオプション論といった本研究申請者の過去の研究蓄積を利用して、

(1) 効率的な数値計算手法の開発と実装という seeds 面からのアプローチ

(2) ファイナンス問題への実際の適用という needs 面からのアプローチ

を併せて、その両面から研究を遂行していく。

## 4. 研究成果

本研究による成果をまとめると、次の2点に集約される。

(1) 一般の確率分布の下での準モンテカルロ法の実装方法の確立：

広く一般的な、レヴィ過程、安定課程の準モンテカルロ法によるシミュレーション手法の確立したこと。最初は、無限分解可能分布の密度関数が陽に与えられる場合の準モンテカルロ法の実装について研究成果を出した後、series representation を利用した方法、Inverse Levy measure method を利用した方法、特性関数から逆フーリエ変換を用いた方法まで拡張された。また、重要な金融派生商品であるアメリカンオプションの評価に関する数値計算手法の開発に関しても研究成果を挙げた。

(2) 実質次元減少法の一般化：

幾何ブラウン運動の下での実質次元減少法である Linear Transformation method の提案に始まり、より一般的なレヴィ過程のもとでの実質次元減少法である Generalized Linear Transformation method の提案、さらには、非連続関数への適用

を目指した、Orthogonal Transformation と実質次元減少法である Linear Transformation のとの関連研究などが挙げられる。

- (3) リアルオプション, 契約問題  
実物資産の投資評価問題であるリアルオプションアプローチとゲーム理論を用いたナッシュ均衡の考え方を融合し, 様々な事業の評価, 契約, 最適戦略の問題についての分析を行った。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件, すべて査読あり)

- (1) 青木, 今井 (2011) ゲーム理論的リアルオプションアプローチによる中小企業と大企業の特許権取得競争分析, リアルオプション研究, 4(2), 169-206.

- (2) 川地, 今井 (2011) フランチャイズビジネスにおける最適契約～商品の廃棄を考慮したロイヤルティ形態の比較～, リアルオプション研究, 4(1), 1-32.

- (3) R.Kawai and J. Imai (2011), On Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods for Series Representation of Infinitely Divisible Laws, Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 2010, forthcoming.

- (4) J. Imai and R. Kawai (2011), On finite truncation of infinite shot noise series representation of tempered stable laws, Physica A: Statistical Mechanics and Applications, 390(23-24), 4411-4425.

- (5) J. Imai and R. Kawai (2010), Quasi-Monte Carlo method for infinitely divisible random vectors via series representations, SIAM Journal on Scientific Computing, 32, 265-275.

- (6) 今井 (2009), マルコフ完全均衡と離散選択モデルを用いたイノベーションのジレンマの分析, リアルオプション研究, 2, 151-172.

- (7) J. Imai and K. S. Tan (2009), Dimension Reduction Approach To Simulating Exotic Options In A Meixner Levy Market, IAENG International Journal of Applied Mathematics, 39(4), 265-275.

- (8) J. Imai and K. S. Tan (2009), A Generalized Linear Transformation Method for Simulating Meixner Levy Process, Proceedings of the World Congress on Engineering 2009, II, 1406-1411.

- (9) J. Imai and K. S. Tan (2009), An accelerating quasi-Monte Carlo method for option pricing under the generalized hyperbolic Levy process, SIAM Journal on Scientific Computing, 31(3), 2282-2302.

[学会発表] (計 10 件)

- (1) 青木, 今井 (2012) レジームスイッチする金利のもとでの生命保険負債の経済価値評価, JAFEE 2011 冬季大会, 筑波大学, 2012 年 3 月 12 日.

- (2) 宗, 今井 (2012) 裾従属情報を考慮した分布境界によるポートフォリオリスクの評価, JAFEE 2011 冬季大会, 筑波大学, 2012 年 3 月 12 日.

- (3) 寺本, 今井 (2011), Optimal Cash Holdings with Dynamic Capital Structure, 日本リアルオプション学会(JAROS2011), 青山学院大学, 2011 年 11 月 6 日.

- (4) J. Imai (2011), Quasi-Monte Carlo method for simulating multi-dimensional Levy process, The Annual Conference of Asia-Pacific Risk and Insurance Association(APRIA), Meiji University, JAPAN, August 2, 2011.

- (5) J. Imai (2011), Pricing exotic options with discontinuous functions using efficient quasi-Monte Carlo sampling, 15th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics(IME2011), University of Trieste, ITALY, June 15, 2011.

- (6) J. Imai (2010), A numerical comparison of dimension reduction methods to simulating exotic options under a Levy market, 14th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics, University of Toronto, June 18, 2010.

- (7) 今井 (2010), Quasi-Monte Carlo method for Levy processes via series representations, JAFEE2010 夏季大会, 成城大学, 2010 年 7 月 30 日.

- (8) J. Imai (2009), Monte Carlo method for infinitely divisible random vectors and Levy process via series representations, WatRISQ Seminar, University of Waterloo, Canada, September 8, 2009.

- (9) K.S. Tan and J. Imai, (2009) A Generalized Linear Transformation Method for Simulating Meixner Levy Processes, The 2009 International Conference of Financial Engineering, London,

U.K, July 2, 2009.

(10) J. Imai (2009) The Innovator's Dilemma Under Customer Preferences Uncertainty, the International Annual Real Options Conference 2009, Minho, Portugal, June 19, 2009.

[その他]

ホームページ等

<http://www.ae.keio.ac.jp/lab/soc/imai/JIMAI/index2.html>

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

今井 潤一 (IMAI JUNICHI)

慶應義塾大学・理工学部・准教授

研究者番号：10293078

### (2)研究分担者

該当なし

### (3)連携研究者

該当なし