

機関番号： 32690

研究種目： 若手研究(B)

研究期間： 2009～2010

課題番号： 21730177

研究課題名(和文) 実現ボラティリティ・モデルの予測力の評価

研究課題名(英文) On Evaluating Forecasts of Models for Realized Volatility

研究代表者

浅井 学 (Asai Manabu)

創価大学・経済学部・教授

研究者番号： 90319484

研究成果の概要(和文)： 日々のボラティリティの尺度として、積分ボラティリティ(integrated volatility, IV)がある。分単位の金融データから、マイクロストラクチャー・ノイズを取り除き、IVの一致推定量を求める方法が様々な提案されてきた。ただ、IVの一致推定値として得られた実現ボラティリティ(realized volatility, RV)にも誤差が存在し、これはRV誤差といわれる。この論文では、モンテカルロ実験を行い、RV誤差の影響を分析した。その結果、次の3点が明らかになった、(1) 小さな誤差であっても、モデルの推定にはバイアスが生じる。(2) RVの一致推定量が使用された場合、ボラティリティの一期先予測値への影響はほとんどない。(3) 予測モデルに関して、既存の決定係数の修正では不十分で、さらなる修正が必要である。この実験結果に基づき、決定係数の新たな修正方法を提案した。モンテカルロ実験と、S&P 500 株価指数の実証結果から、新たな修正方法の効果が検証された。

研究成果の概要(英文)： Several methods have recently been proposed in the ultra high frequency financial literature to remove the effects of microstructure noise and to obtain consistent estimates of the integrated volatility (IV) as a measure of ex-post daily volatility. Even bias-corrected and consistent realized volatility (RV) estimates of IV can contain residual microstructure noise and other measurement errors. Such noise is called “realized volatility error”. As such errors are ignored, we need to take account of them in estimating and forecasting IV. This paper investigates through Monte Carlo simulations the effects of RV errors on estimating and forecasting IV with RV data. It is found that: (i) neglecting RV errors can lead to serious bias in estimators; (ii) the effects of RV errors on one-step ahead forecasts are minor when consistent estimators are used and when the number of intraday observations is large; and (iii) even the partially corrected R^2 recently proposed in the literature should be fully corrected for evaluating forecasts. This paper proposes a full correction of R^2 . An empirical example for S&P 500 data is used to demonstrate the techniques developed in the paper.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|---------|---------|---------|
| 2009年度 | 500,000 | 150,000 | 650,000 |
| 2010年度 | 200,000 | 60,000 | 260,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |

研究分野： ファイナンスの計量分析
科研費の分科・細目： 経済学・経済統計学
キーワード： 実現ボラティリティ、予測

1. 研究開始当初の背景

近年、金融市場の分析では、市場のマイクロ・ストラクチャーの調べるために、毎分観測されるデータや、取引ごとに記録であるティック・データが注目されている。そして、分次データによるボラティリティの推定値は「実現ボラティリティ（またはリアライズド・ボラティリティ）」とよばれる。この変動特性を明らかにすることは単に研究者の間だけでなく、金融実務家にとっても重要なことである。

関連する研究の位置づけ

この実現ボラティリティをモデル化することで、ボラティリティの予測に役立てることができる。その際、さまざまなモデルの予測力を比較するのに使われるのが、Mincer-Zarnowits (MZ) 回帰式である。これは、真の値を被説明変数、予測値を説明変数として、回帰分析を行い、その決定係数の大きさで比較を行う方法である。

これまでの研究では、実現ボラティリティを真の値と見なし、MZ 回帰式により、モデルの予測力が評価されてきた。しかし、実現ボラティリティは、真のボラティリティの推定値にすぎない。したがって、真の値と推定値の誤差が大きければ、決定係数の値も変わってくると考えられる。この問題意識から、Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)は、決定係数を修正する方法を考案した。

2. 研究の目的

時系列モデルでは、真のモデルが例えば1次の自己回帰モデル (AR(1)) であっても、観測されるデータにノイズが加わるならば、そのデータは自己回帰移動平均モデル (ARMA(1,1)) に従うことが知られている。この性質を活用して、Asai (2008)は、確率的ボラティリティ変動モデルでは、潜在ファクターが2つ以上ある場合に、高次の ARMA モデルになることを示した。この発想を、実現ボラティリティに当てはめることも可能である。

また、Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)は、真のボラティリティと実現ボラティリティの誤差が、真のボラティリティとは独立であると仮定している。この仮定は、非常に制約的な仮定であるので、再検討していく。

以上2点から、Andersen/Bollerslev

/Meddahi (2005)が見落としている点を分析し、新たな評価方法を提案していきたい。

この研究では、大きく分けて、次の3つのトピックを扱う。上述のような誤差が存在するときに、(i) 実現ボラティリティ・モデルの推定値にバイアスはあるのか、(ii) また予測値にバイアスはあるのか、(iii) 決定係数をどのように修正するべきか、という問題である。大きなウェイトを占めるのが、決定係数の修正方法の考案である。あとは、モンテカルロ実験によるシミュレーションと、現実のデータを使った実証分析を行い、論文にまとめていく。

3. 研究の方法

この研究では、真のモデルの一致推定量となるような、実現ボラティリティを扱う。特に、実現ボラティリティと真のボラティリティの誤差の影響を分析する。このような誤差が存在するときに、(i) モデルの推定量のバイアス、(ii) 予測値のバイアス、(iii) 予測評価の修正方法について研究を行う。

この研究は大きく分けて、次の3つの段階に分けることができる。(1) 予測評価の修正方法の考案、(2) シミュレーションによる分析、(3) 実際のデータを使った分析である。

平成21年度前半は、予測評価の修正方法を考案した。後半では、予備的な実証分析を行い、シミュレーション分析の枠組みを検討した。

平成22年度前半には、シミュレーションによる分析を行い、後半では、実際のデータを使った分析を行い、成果を論文にまとめた。

4. 研究成果

(1) 予測評価の修正方法について

誤差が真のボラティリティと相関がある場合、Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)のアプローチの問題点を指摘し、予測評価の修正方法を考案した。具体的な内容は、以下のとおりである。

- ① 実現ボラティリティにノイズがある場合、真のモデルのパラメータを推定するには、ノイズを考慮したモデルを考えなければならない。単純に、真のモデルをあてはめると、モデルの推定結果にはバイアスが生じてしまうだろう。

- ② 真のボラティリティと実現ボラティリティの誤差が独立であるとする。このとき、実証分析でよくつかわれる、「対数ボラティリティ」について考える。この研究では、簡単な例を使って、対数ボラティリティの誤差は、真の対数ボラティリティと独立ではないことを示した。この点を、Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)は見落としている。
- ③ Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)は、MZ 回帰式の決定係数の修正方法を提案している。しかし、上述のように、彼らの見落としている点も明らかになった。本研究では、追加的な修正方法を考案した。数式による煩雑さを避けるために詳述はしないが、追加的な修正には、対数ボラティリティの誤差を推定する必要がある。
- ④ この研究では、線形時系列モデルならばカルマン・フィルター、非線形時系列モデルなら、Kitagawa (1987)の非線形フィルター、長期記憶モデルならば So (1999)のアルゴリズムを使って、誤差を推定することを提案している。

(2) シミュレーション分析について

実現ボラティリティと真のボラティリティについて、その誤差の影響を分析した。このような誤差が存在するときに、(i) モデルの推定量のバイアス、(ii) 予測値のバイアス、(iii) 予測評価の修正方法について、シミュレーション分析する。特に、対数変換を行ったあとの影響に着目した。

分析で使ったボラティリティのモデルは、2ファクター・モデル、長期記憶モデル、HARモデルの3種類である。いずれのモデルも、ボラティリティ・モデルとして注目されているモデルである。

実験の枠組みを考える際に、誤差の小さいケースに注目した。これは、現実の推定結果をもとにしている。

このような枠組みのもとに、実現ボラティリティ (RV) の誤差に関してモンテカルロ実験を行った。その結果、次の3点が明らかになった。

- ① 推定量のバイアスについて
小さな誤差であっても、モデルの推定にはバイアスが生じる。したがって、単純に真のモデルをあてはめ

てしまうと、その結果の解釈が問題となってしまう。

- ② 予測値のバイアスについて
RV の一致推定量が使用された場合、ボラティリティの一期先予測値への影響はほとんどない。したがって、既存もボラティリティ・モデルは、予測モデルとして使うことができる。

- ③ 予測評価の修正方法について
シミュレーション結果からも、Andersen/Bollerslev/Meddahi (2005)による決定係数の修正では不十分で、その影響は無視できない大きさであることがわかった。したがって、さらなる修正が必要である。また実験により、この研究で提案した修正方法の効果も検証できた。

(3) 実証分析について

S&P 500 株価指数のデータを使って実証分析を行った。RV の日次データ期間は、1996年1月3日から2007年3月29日である。

まず、シミュレーション分析と同様に、2ファクター・モデル、長期記憶モデル、HARモデルの3種類のモデルを推定した。推定結果は、確率的ボラティリティ・モデルから予想される値と大きく離れていた。これは予想通りであり、RV誤差を取り除くと、推定結果は、予想通りの値に収まった。

新たな決定係数を使って、3つのモデルの予測力を評価したところ、長期記憶モデルが一番高い評価を得た。

補完的な方法として、Harvey, Leybourne and Newbold (1998)の検定を使って、予測の比較検定を行った。その結果、長期記憶モデルが一番高い評価を得た。

以上により、実証分析からも、決定係数の新たな修正方法が効果的であることが確かめられた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計0件)

[学会発表] (計2件)

- (1) Manabu Asai, "Stochastic Covariance Models", International Conference on Computational and Financial Econometrics 2010, December 2010, London, UK.
- (2) Manabu Asai, "The Structure of

Conditional, Stochastic and Realized
Covariance Matrices”, International
Workshop on Bayesian Econometrics and
Statistics, February 2010, Tokyo.

[その他]
ホームページ等

- (1) 研究成果データベース Social Science
Research Network にて公開。論文タイト
ルは、“Modelling and Forecasting Noisy
Realized Volatility” であり、URL は
[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.c
fm?abstract_id=1476044](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1476044) である。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅井 学 (Asai Manabu)
創価大学・経済学部・教授
研究者番号： 90319484

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者