

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 3 月 31 日現在

機関番号：32663

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21730708

研究課題名（和文） 計算の意味の概念的理解とその教育的支援に関する実証的研究

研究課題名（英文） Conceptual understanding of arithmetic operations and educational supports

研究代表者

金田 茂裕 (KINDA SHIGEHIRO)

東洋大学・文学部・准教授

研究者番号：30402093

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、算数の基礎的演算である加減乗除の計算の意味に関する学習内容を質的、量的に検討した上で、小学校の6年間の学習を通して子どもの概念的理解がいかに深まるか、その認知過程を実証的に検討し、子どもが計算の意味をどう考え、何に難しさを感じるかを明らかにし、その教育的支援の方法を提案した。

研究成果の概要（英文）：The present study examined children's' learning tasks for the four basic arithmetic operations, addition, subtraction, multiplication, and division in elementary mathematics. It conducted several empirical researches and clarified how elementary school students understand these arithmetic operations and how they develop their conceptual understanding through the elementary school period. The present study proposed some methods of educational supports for elementary school students.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：各教科の教育（算数・数学）

## 1. 研究開始当初の背景

情報が複雑化・多様化した現代の社会では、個別の手続きを覚えることも重要だが、それ以上に、手続きの意味を深く理解し、社会生活に活用・応用することも重要であると考えられ、その思考力を育成することが強く期待されている。OECD の PISA 調査が世界各国の幅広い人々の関心を集める理由はそこにある。なかでも数学的リテラシーの育成は、社会の大きな関心事の1つである。小学校の算数でもまた、計算の手続きの習得に加え、

その計算にどういった意味があるか、その概念的理解を深めることも重要であるとの認識が高まっている。算数では概念的理解の深化を支援するために、図や具体物の利用、多様な解法の比較、他者への説明など、様々な種類の学習活動が用意されてきたことは周知の通りである。

ただし、次の2点は不明確であると考えられる。第1は、算数の学習内容・順序の「短期的」な側面に関することである。算数では、はじめに概念の説明（例えば、「減法とは何

か」など)があり、次に、式の表記のしかた・計算のしかたを学び、その定着をはかるため、練習問題を繰り返すという順で学習が進むことが多い。概念的理解を深めるためには、手続きを習得した後に再度、その意味を熟考するための学習が必要となると考えられるが、現状では、そういった学習機会が十分とはいえない面があると考えられる。

第2は、算数の学習内容・順序の「長期的」な側面に関することである。算数学習では、内容を一部重複させつつ難易度を徐々に高めながら学ぶスパイラル方式に効果があると期待されているが、実際には、概念の学習(例えば、「減法には、求残・求補・求差の意味がある」など)は初年度に完了し、その後は数値の種類(自然数、小数、分数など)の難易度の変化しながら学習が進行する。たしかに、手続き的知識を着実に習得するにはこれでよいが、それによる概念的理解の深化の有無と程度は不明確であると考えられる。以上の点をふまえると、計算の意味の概念的理解を深める学習の可能性を問い、その認知過程と学習効果を実証的に解明し、教育的支援の方法を明らかにする学術的研究が求められていると考えられる。

本研究課題では、算数の基礎的演算である加減乗除の計算の意味に関する学習内容を詳しく検証した上で、小学校の6年間の学習を通して概念的理解がいかに深まるか、その認知過程を実証的に検証し、子どもが計算の意味をどう考え、何に難しさを感じるかを明らかにし、その教育的支援の方法を提案することを目的とする。

## 2. 研究の目的

(1) 目的1:減法の演算の概念的理解の深化とその教育的支援(金田, 2009; Kinda, 2010の内容)

子どもが算数で出会う基礎的な演算の一つである「減法(ひきざん)」に関連する3つの場面(求残・求補・求差)に関して、日本の算数教科書(現在、6社が発行)のテキスト分析を行い、そこに掲載されている「減法の問題」の質的・量的な特徴を明らかにすること、その上で、減法を概念を理解する際の認知過程について、従来の研究で使用されてきた「文章題」に加え、新たに「作問課題」を用意し、それぞれの場面理解の難しさの程度と理由を実証的に検討すること、さらに、これらの3つの場面に関する概念的理解が小学校の6年間の期間の学習を通していかに深まるか、そのプロセスを実証的に明らかにすることを目的とした。

なお、従来の研究で使用されてきた文章題では一般的に、文章で記述された場面を式で表しその解を求めることが要求されるが、作問課題ではその逆に、式の意味を読みとり場

面を文章で記述することが要求される。定型的な手続きで解決できる課題ではないため、求差の場面に関する概念的理解を詳しく調べられる点で材料として優れていると考えられる。

(2) 目的2:加減の演算を応用した問題解決とその教育的支援(Kinda, 2011の内容)

小学校で学習する加減の演算を深く理解した上で、それをいかに応用的な問題解決につなげるか。研究代表者が著書「児童の複数解を求める算的思考に関する研究(ナカニシヤ出版, 2009年)」で研究材料として使用した「解が複数ある課題」を使用し、加減の演算を応用した問題解決の認知過程と教育的支援の方法を明らかにすることを目的とした。

算数学習で頻出する文章題は、一般的に、十分な情報が含まれており、解を求めるための条件が整えられている。しかし、私たちが実生活で遭遇する算的問題は、必ずしもそうとは限らない。先行研究では、子どもだけでなく、大人も、情報が不足した問題をうまく扱えないケースが多いことが指摘されてきた。背景には、子どもの頃に出会った算数問題が解が1つに決まるものばかりであったという学習履歴の問題、さらには、発達心理学研究で指摘されてきたような、複数解の可能性を考慮することを避ける私たちの傾向があると考えられている。いかに教育的に支援するかは、教科教育、教育心理学の検討課題であると考えられる。本研究では、大人を対象とした学習実験を行い、その結果から、子どもにも通用する教育的示唆を得たいと考えた。

## 3. 研究の方法

(1) 方法1:加減の演算の概念的理解の深化とその教育的支援(金田, 2009; Kinda, 2010の内容)

テキスト分析は、6社の算数教科書の1年から6年までのものを材料として行い、減法に関わる文章題が、求残・求補・求差のいずれの場面を表現しているかを分析し、それを分類、集計することにより進めた。

調査は、大阪府の公立小学校の1年生110名(男55名、女55名)、3年生107名(男61名、女46名)、4年生110名(男57名、女53名)、6年生119名(男66名、女53名)を対象とした。材料として、求残・求補・求差の作問課題を用意した。この課題は、減法の数式に各場面を表現する絵を添付したものである。教示は「絵をみて6-2になるお話をつくりましょう」とした。また、求残・求補・求差の文章題を用意した。課題は冊子形式にまとめ、担任教諭の協力を得て調査を実施した。

(2) 方法 2: 加減の演算を応用した問題解決とその教育的支援 (Kinda, 2011 の内容)

情報不足の問題を学習するための、新しい学習方法を提案した。それは「情報不足の程度を小さくした学習 (reduced insufficiency learning)」である。実験では、学習者に「情報不足の程度が小さい課題」をはじめに提示し、そこでの学習を経験したのちに、「情報不足の程度がより大きな課題」に取り組み、その学習成績の変化を追跡することにした。

実験は、98名の大学生(男50名、女48名)を対象とした。材料として、2つの種類の「解が無数にある課題(課題A, B)」に加え、「解が2つある課題」を用意した。情報不足の程度は、「解が無数にある課題」の方が大きく、それゆえ、解の範囲が広がり、無数の解が得られる課題となっている。実験では、はじめに「解が無数にある課題」に取り組み、次に「解が2つある課題」で情報不足の程度を小さくした課題での学習を行い、最後に「解が無数にある課題」に再度取り組むことを求めた。

#### 4. 研究成果

(1) 成果 1: 加減の演算の概念的理解の深化とその教育的支援 (金田, 2009; Kinda, 2010 の内容)

テキスト分析の結果、日本の算数教科書の減法の文章題の大多数は求残の場面であること、求補の場面はきわめて少ないこと、求差の場面は、求残と並ぶほどに豊富に用意されていることが明らかになった。また、量的な面だけでなく、質的な面でも、求残と求差の場面には多様性があり、その点で豊富であることが認められた。

表 1 算数教科書における減法の求残・求補・求差の場面の出現数 (正答率)

	学年					
	1	2	3	4	5	6
A	26(59)	12(27)	4(9)	4(9)	2(4)	0(1)
B	5(11)	2(5)	1(3)	0	0	0
C	22(50)	8(17)	4(10)	3(6)	3(7)	4(8)
	53(120)	22(49)	10(22)	7(15)	5(11)	4(9)

表 1 は、6社の教科書における場面出現数を合計したものである。出版社のちがいにによる差異はみられたものの、それほど大きくなかった。

一方、表 2 にみられるように、調査の結果、小学 1 年生にとって、「求残」の理解は容易だが、「求補」や「求差」の理解は難しいこ

とが明らかになった。その傾向は、小学校の 6 年間の期間を通して継続する傾向がみられることも明らかになった。すなわち、求残の作問課題の正答率は 6 年間を通して高いが、求補と求差の作問課題の正答率はそうではなかった。それでも、求補の正答率は、学年が進むにつれ、上昇する傾向がみられた。一方、求差の正答率は、学年が進んでもほとんどあがらず、子どもは 6 年生の時点でもなお求差の場面の理解が難しいことが明らかになった。

表 2 減法の文章題 (WP) と作問課題 (SG) の学年別正答率 (正答者数)

	学年			
	1	3	4	6
<b>求残</b>				
WP	93(102)	96(103)	99(109)	99(118)
SG	85(94)	93(100)	95(104)	98(117)
$z$	1.65	0.75	1.79	0.71
<b>求補</b>				
WP	86(95)	95(102)	96(106)	100(119)
SG	5(5)	15(16)	22(24)	33(39)
$z$	9.38**	9.22**	8.94**	9.00**
<b>求差</b>				
WP	84(92)	97(104)	98(108)	98(117)
SG	3(3)	15(16)	11(12)	12(14)
$z$	9.33**	9.28**	9.70**	10.00**

以上の結果から、小学校 1 年から 6 年の長期にわたり、子どもの概念的理解の深化を支援する方法を検討する必要があることがわかる。例えば、低学年で文章題を主たる教材として各場面の概要を学習した後に、中学年以降の時期に作問課題など難易度のより高い教材を使用して概念的理解に関わる復習をおこない、認知発達に即して場面理解を深めるといったことが必要となる可能性があると考えられる。認知心理学の先行研究では、概念的理解は、自己説明により深められることが示されている。このことから、作問課題のように、絵や文章を用いて数的概念を説明させる課題が、教育実践の場面では効果があるのではないかと考えられる。

(2) 成果 2: 加減の演算を応用した問題解決とその教育的支援 (Kinda, 2011 の内容)

実験の結果、「解が 2 つある課題」で情報不足の程度を小さくした課題での学習を行うことにより、情報不足の程度をより大きく

した「解が無数にある課題」の成績（解答の質）が向上することが明らかになった。この結果は、課題 A、B の両方で認められた（表 3）。本研究で提案した新しい学習方法が、この種の加減の演算を応用した問題解決に対して有効であることを示すものである。

表 3 事前一事後の成績の変化：比率（人数）

解	事前テスト		学習	事後テスト	
	課題 A	課題 B		課題 A	課題 B
1 つ	55(54)	91(89)	18(18)	35(34)	74(73)
2 つ	33(32)	1(1)	82(80)	42(41)	4(4)
複数	12(12)	8(8)	—	23(23)	21(21)
計	100(98)	100(98)	100(98)	100(98)	100(98)

課題 A における成績の変化をさらに詳細に調べたものが表 4 である。同様の結果は、課題 B に関しても得られた。

表 4 解が無数にある課題 A の成績の変化：比率（人数）

事前テスト	学習		事後テスト		
1 つ	55(54)	1 つ	17(17)	1 つ	17(17)
				2 つ	0(0)
				無数	0(0)
2 つ	33(32)	2 つ	38(37)	1 つ	16(16)
				2 つ	17(17)
				無数	4(4)
無数	12(12)	1 つ	0(0)	—	—
		2 つ	12(12)	1 つ	0(0)
				2 つ	0(0)
				無数	12(12)

表 4 より、「解が 2 つある課題」での学習において、2 つの解を求めることを経験できた場合、事前テストから事後テストにかけて、成績が向上していることがわかる。一方、2 つの解を求めることを経験できなかった場合、成績の向上は認められなかった。

今後の課題のひとつは、実験の対象を広げることであり、同様の方法で子どもでも学習効果がみられるか、また、学習方法に改良の

余地はないか、さまざまな教育的支援の方法の可能性を探ることである。本研究のような、基礎的な演算を応用した問題解決に関する研究も、計算の意味の概念的的理解に関わる重要な課題となると考えられる。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① [Kinda, S.](#) (2011). Generating Multiple Answers for a Word Problem with Insufficient Information. *Instructional Science*. (11 pages, published online: 23 December 2011). DOI 10.1007/s11251-011-9200-7. (2011 年 12 月 23 日) (査読有)
- ② [Kinda, S.](#) (2010). Assessment of subtraction scene understanding using a story-generation task. *Educational Psychology*, 30, 449-464. (2010 年 7 月 20 日) (査読有)
- ③ [金田茂裕](#) (2009). 作問課題による小学 1 年生の減法場面理解の検討 教育心理学研究, 57, 212-222. (2009 年 6 月 30 日) (査読有)

[学会発表] (計 2 件)

- ① [金田茂裕](#) (2011). 加減法の長期使用者の場面理解方略 日本教育心理学会第 52 回総会発表論文集, 272. (2011 年 7 月 24 日) 於：北海道学校心理士会・北翔大学
- ② [金田茂裕](#) (2009). 減法の求差場面に対する作問内容の発達的变化 日本教育心理学会第 50 回総会 発表論文集, 57. (2009 年 9 月 20 日) 於：静岡大学

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金田茂裕 (KINDA SHIGEHIRO)  
東洋大学・文学部・准教授  
研究者番号：30402093

### (2) 研究分担者 (0)

### (3) 連携研究者 (0)